

Формулы двойного аргумента

Презентация к уроку алгебры
10 класс

Автор: Ахметова Н.М.
учитель математики
МБОУ СОШ №2 с.Аскино

1. Упростить:

а) $\cos \alpha \cos 3\alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha = \cos 4\alpha$

б) $\sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = \sin 3\alpha$

в) $\sin \alpha \cos 3\alpha + \cos \alpha \sin 3\alpha = \sin 4\alpha$

г) $\frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} 3\alpha}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} 3\alpha} = \operatorname{tg} 4\alpha$

2. Вычислить

$$\text{а) } \sin 10^{\circ} \cos 20^{\circ} + \cos 10^{\circ} \sin 20^{\circ} = \sin 30^{\circ} = \frac{1}{2}$$

$$\text{б) } \cos 18^{\circ} \cos 12^{\circ} - \sin 18^{\circ} \sin 12^{\circ} = \cos 30^{\circ} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{в) } \sin 40^{\circ} \cos 5^{\circ} + \cos 40^{\circ} \sin 5^{\circ} = \sin 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{г) } \cos 7^{\circ} \cos 38^{\circ} - \sin 7^{\circ} \sin 38^{\circ} = \cos 45^{\circ} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{д) } \frac{\operatorname{tg} 35^{\circ} + \operatorname{tg} 10^{\circ}}{1 - \operatorname{tg} 35^{\circ} \operatorname{tg} 10^{\circ}} = \operatorname{tg} 45^{\circ} = 1$$

**Не бойтесь формул!
Учитесь владеть этим
инструментом
человеческого гения!
В формулах заключено
величие и могущество
разума..."**

Марков А.А.

Изучение нового материала

1. Из формулы косинуса суммы двух аргументов, заменив y на x , получить формулу косинуса двойного аргумента.

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\cos(x + x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Получили формулу косинуса двойного аргумента

2. Из формулы синуса суммы двух аргументов, заменив y на x , получить формулу синуса двойного аргумента.

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\sin(x + x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x$$

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Получили формулу синуса двойного аргумента

3. Из формулы тангенса суммы двух аргументов, заменив y на x , получить формулу тангенса двойного аргумента.

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tgy}}{1 - \operatorname{tg}x\operatorname{tgy}} \quad \operatorname{tg}(x + x) = \frac{\operatorname{tg}x + \operatorname{tg}x}{1 - \operatorname{tg}x\operatorname{tg}x}$$

$$\operatorname{tg}2x = \frac{2\operatorname{tg}x}{1 - \operatorname{tg}^2x}$$

Получили формулу тангенса двойного аргумента

Варианты применения новых формул

$$\sin 10x = 2 \sin 5x \cos 5x$$

$$\cos(8x - 14y) = \cos^2(4x - 7y) - \sin^2(4x - 7y)$$

$$2 \sin 7x \cos 7x = \sin 14x$$

$$\cos^2 3,5t - \sin^2 3,5t = \cos 7t$$

$$\sin \frac{x}{4} = 2 \sin \frac{x}{8} \cos \frac{x}{8}$$

Тригонометрические формулы двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x;$$

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x;$$

$$\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1;$$

$$\cos 2x = 1 - 2 \sin^2 x;$$

$$\operatorname{tg} 2x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 - \operatorname{tg}^2 x};$$

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2};$$

$$\cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}.$$

Формулы понижения степени

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2}; \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}.$$

Рассмотрим доказательство 2-й формулы :

$$\frac{1 + \cos 2x}{2} = \frac{\sin^2 x + \cos^2 x + \cos^2 x - \sin^2 x}{2} = \cos^2 x$$

Формулы тройного аргумента

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x;$$

$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x.$$

