

# Логарифмическая функция, ее свойства и график

# Цель урока:

**Формирование знаний и умений по теме «Логарифмическая функция»**

# Задачи урока:

- 1. Ввести определение логарифмической функции**
- 2. Построить график логарифмической функции с данным основанием**
- 3. Рассмотреть основными свойства**
- 4. Использовать свойства логарифмической функции при решении задач**

Функцию, заданную формулой  $y = \log_a x$ , называют *логарифмической* функцией с основанием  $a$ ,

$$a > 0, \quad a \neq 1$$

*Прочитайте и назовите график функции,  
изображённый на рисунке:*

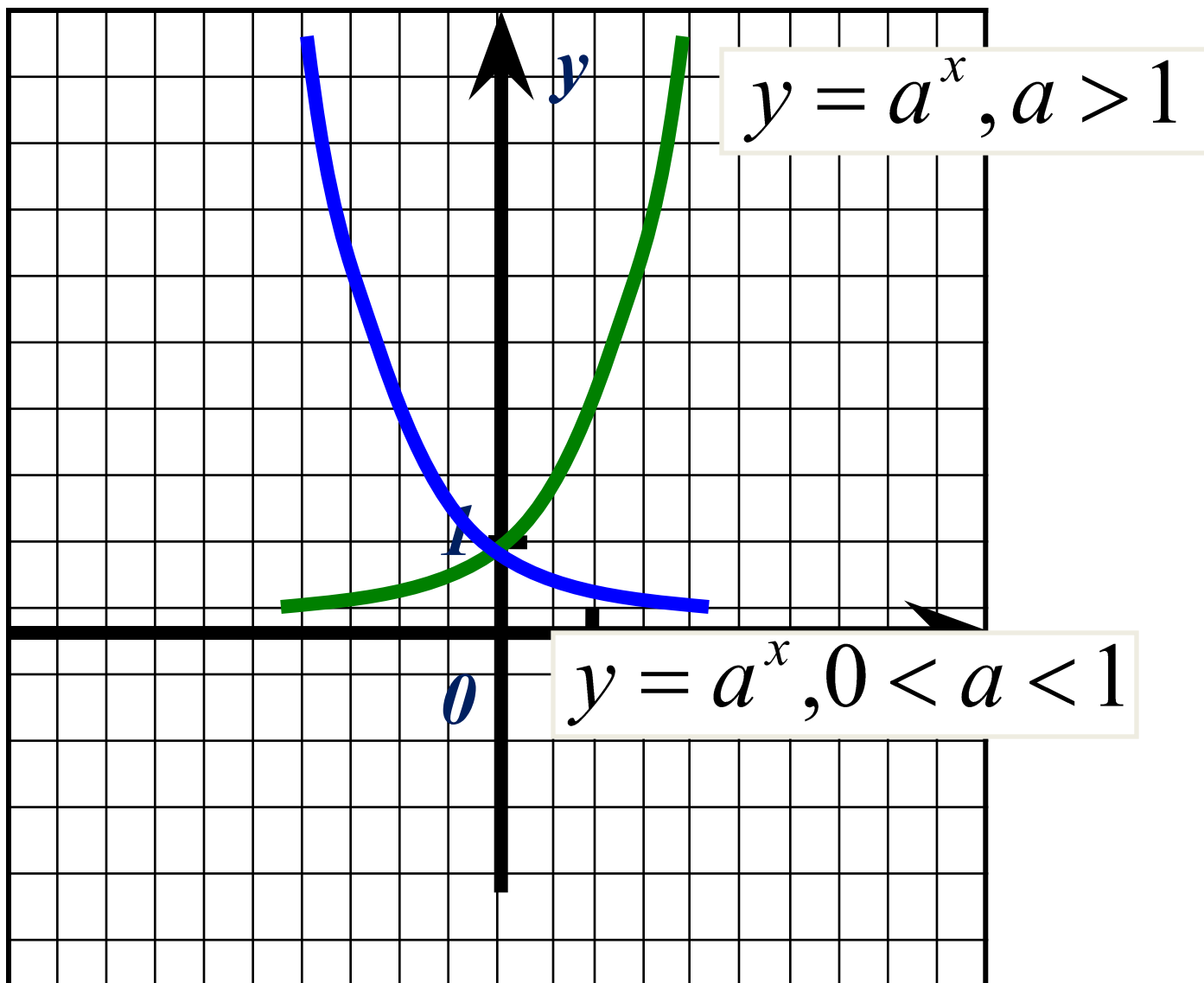
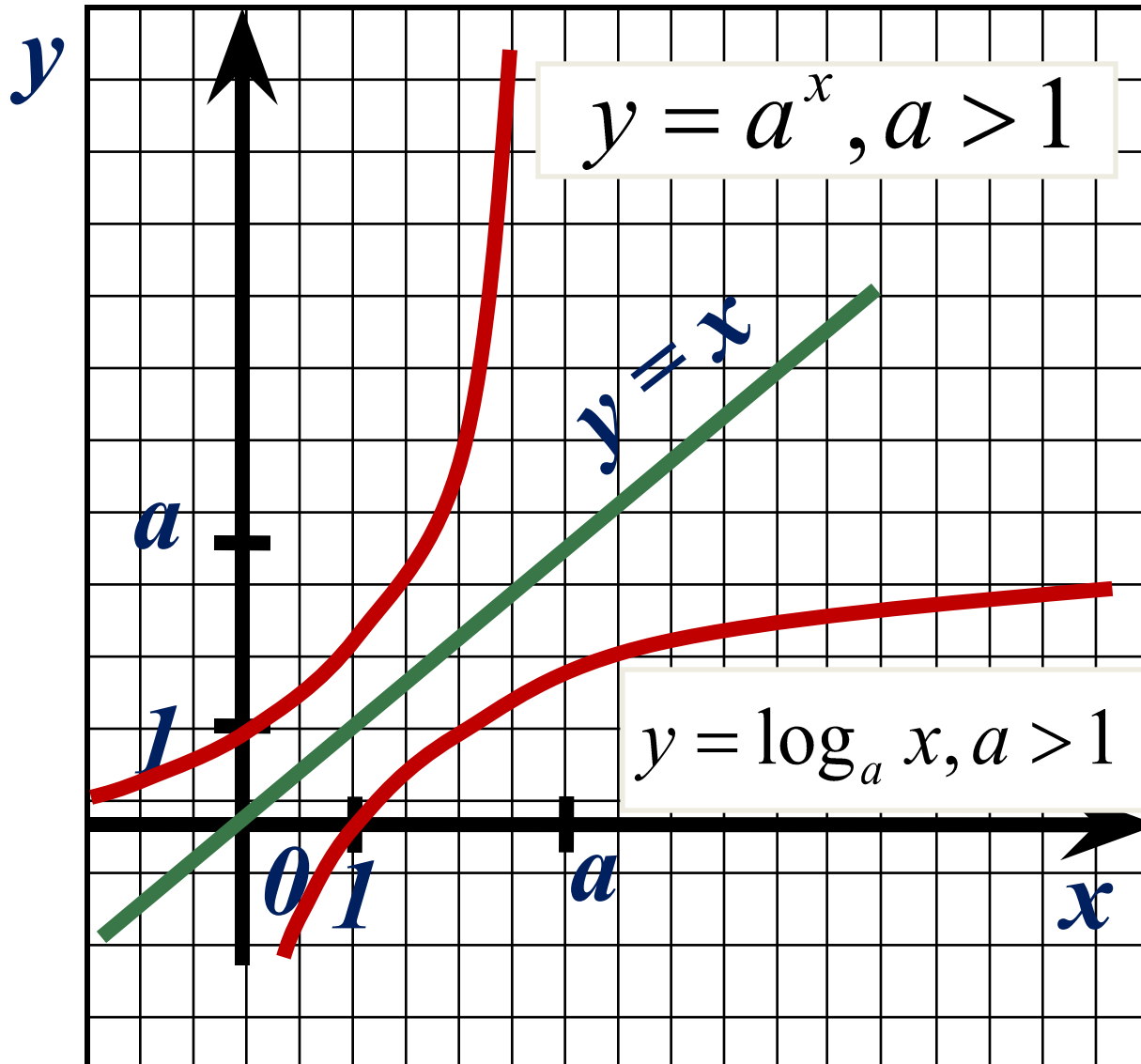


График функции  $y = \log_a x$  симметричен графику функции  $y = a^x$  относительно прямой  $y = x$ .



## *Свойства функции $y = \log_a x, a > 1$*

- 1)  $D(f) = (0, +\infty)$ ;*
- 2) не является ни чётной, ни нечётной;*
- 3) возрастает на  $(0, +\infty)$ ;*
- 4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*
- 5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*
- 6) непрерывна;*
- 7)  $E(f) = (-\infty, +\infty)$ ;*
- 8) выпукла вверх.*

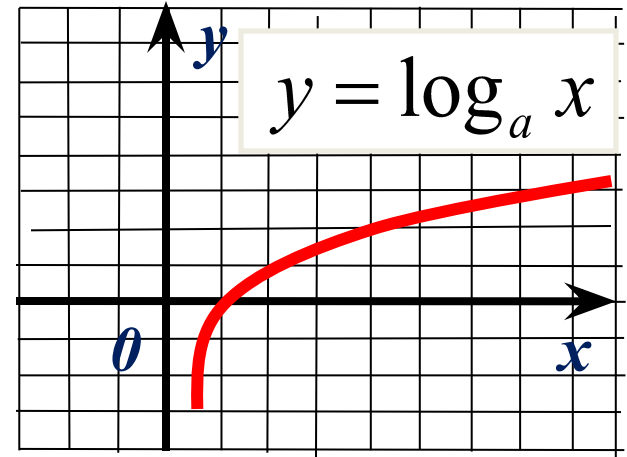
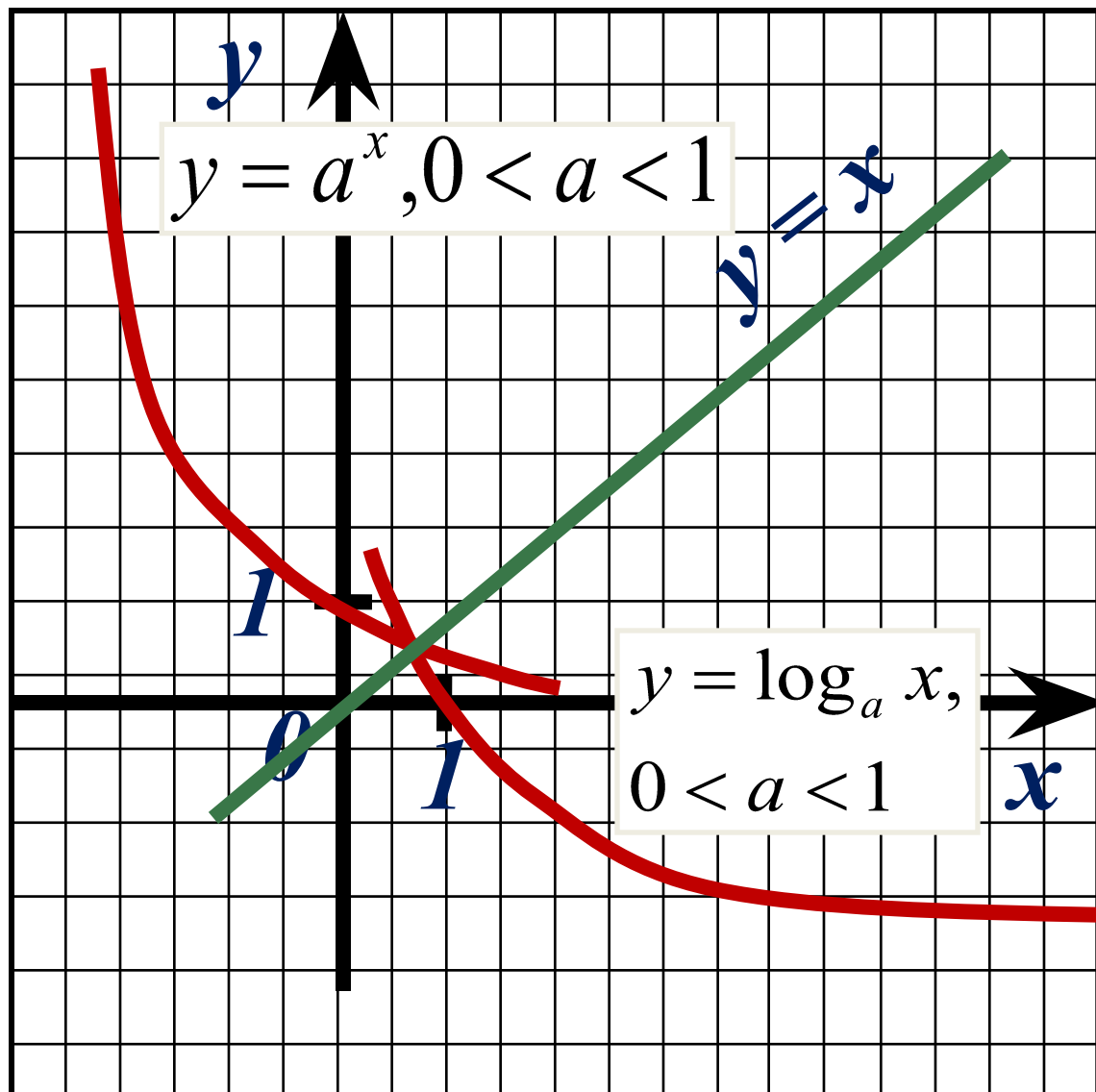


График функции  $y = \log_a x$  симметричен графику функции  $y = a^x$  относительно прямой  $y = x$ .





## *Свойства функции $y = \log_a x$ , $0 < a < 1$*

*1)  $D(f) = (0, +\infty)$ ;*

*2) не является ни чётной, ни нечётной;*

*3) убывает на  $(0, +\infty)$ ;*

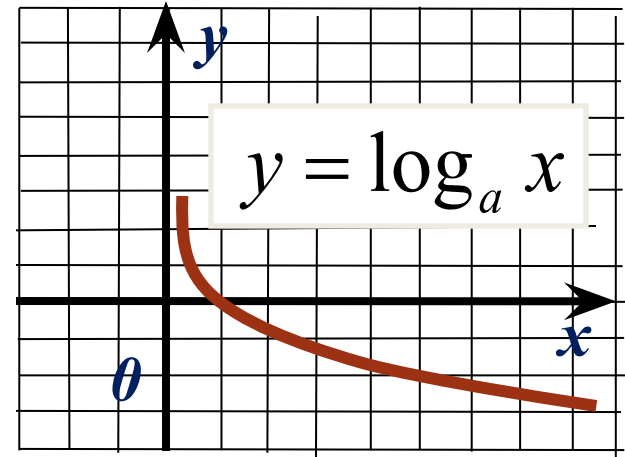
*4) не ограничена сверху, не ограничена снизу;*

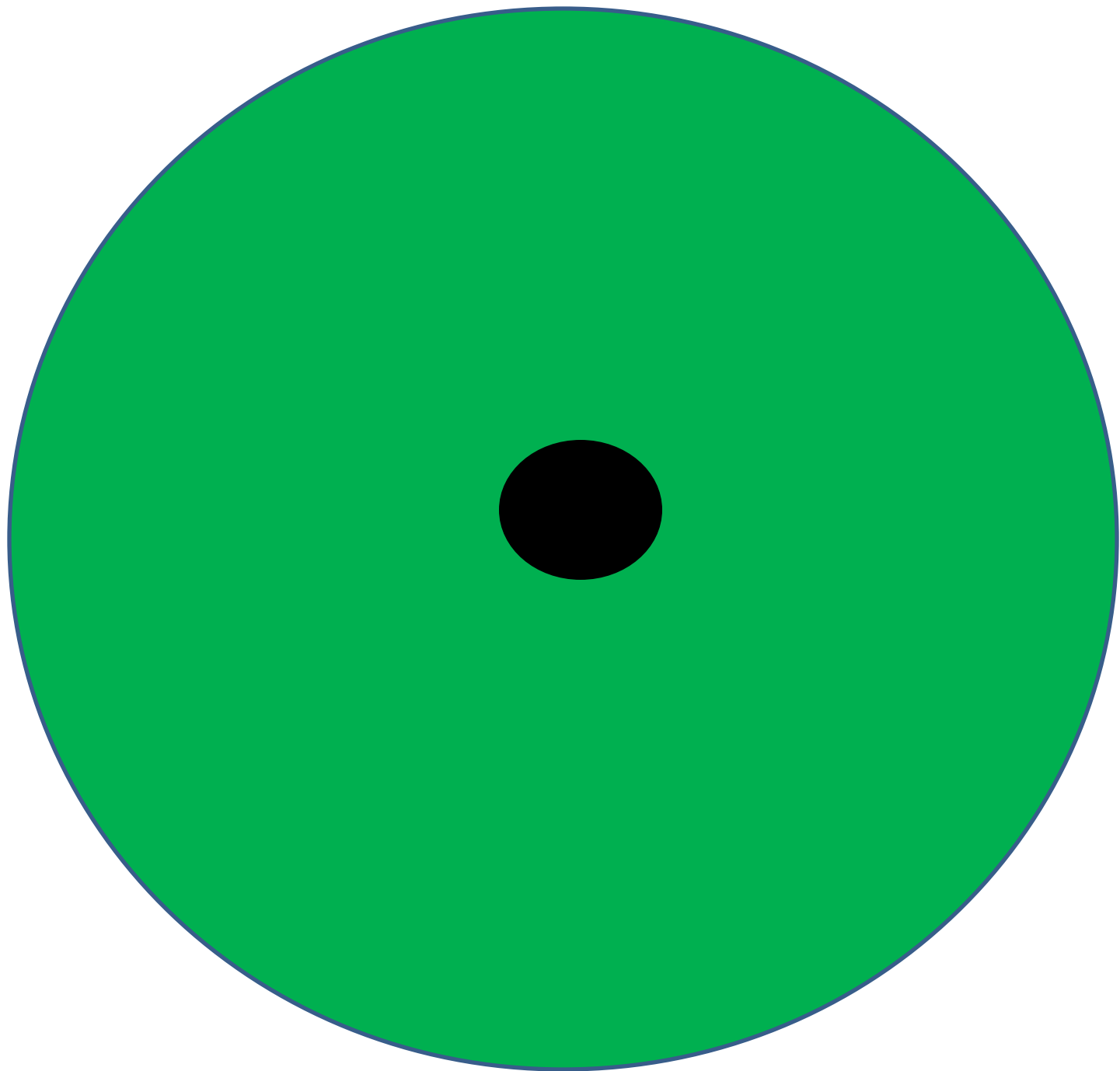
*5) не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значений;*

*6) непрерывна;*

*7)  $E(f) = (-\infty, +\infty)$ ;*

*8) выпукла вниз.*





## Постройте графики функций:

*1 вариант*

$$y = \log_2 x$$

*2 вариант*

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

|                                  |                                 |                                 |                       |                       |                       |                       |
|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b><math>x</math></b>            | <b><math>\frac{1}{4}</math></b> | <b><math>\frac{1}{2}</math></b> | <b><math>1</math></b> | <b><math>2</math></b> | <b><math>4</math></b> | <b><math>8</math></b> |
| <b><math>y = \log_2 x</math></b> |                                 |                                 |                       |                       |                       |                       |

|  |                                 |                                 |                       |                       |                       |                       |
|--|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b><math>x</math></b>                        | <b><math>\frac{1}{4}</math></b> | <b><math>\frac{1}{2}</math></b> | <b><math>1</math></b> | <b><math>2</math></b> | <b><math>4</math></b> | <b><math>8</math></b> |
| <b><math>y = \log_{\frac{1}{2}} x</math></b> |                                 |                                 |                       |                       |                       |                       |

## Постройте графики функций:

*1 вариант*

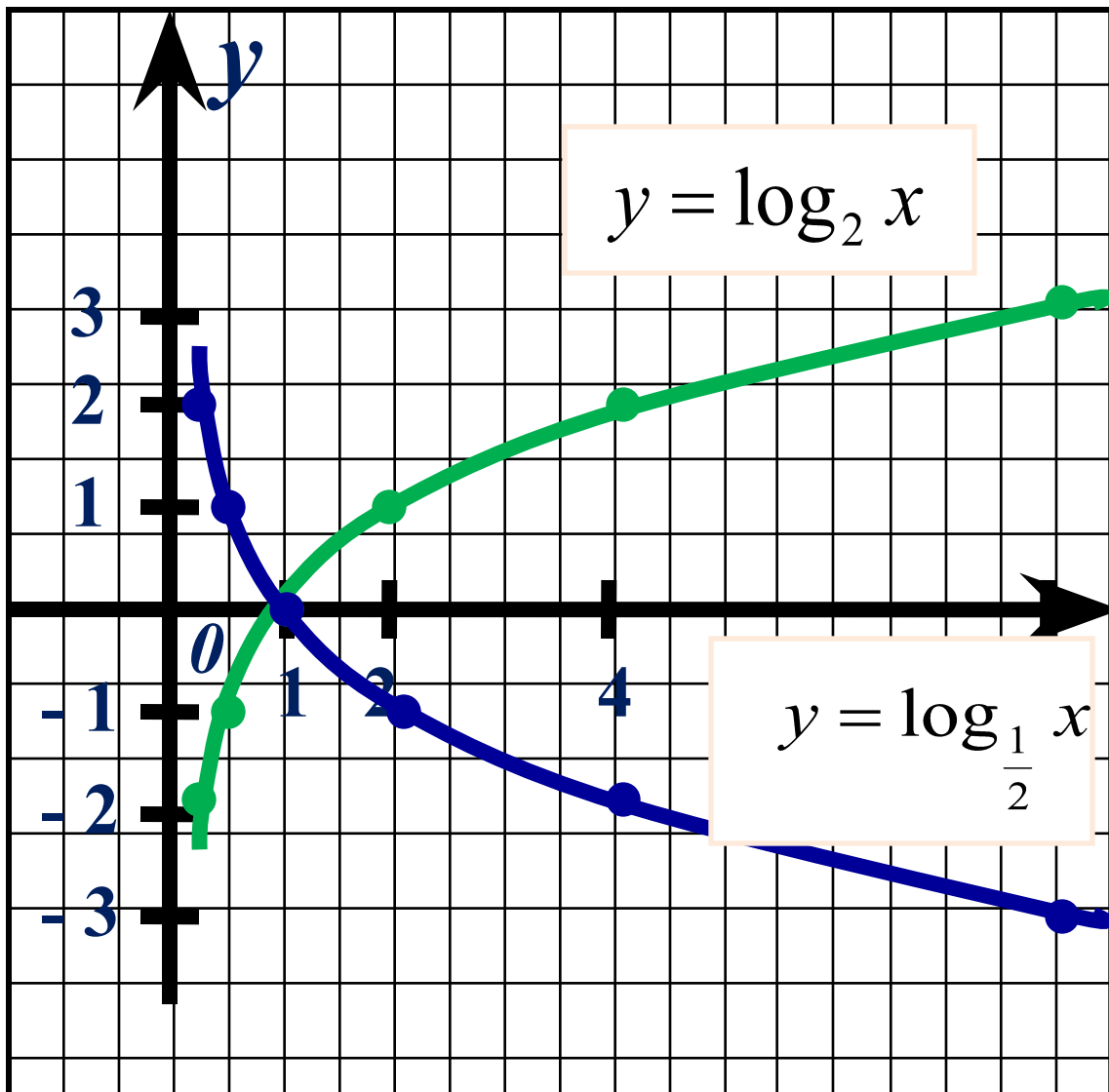
$$y = \log_2 x$$

*2 вариант*

$$y = \log_{\frac{1}{2}} x$$

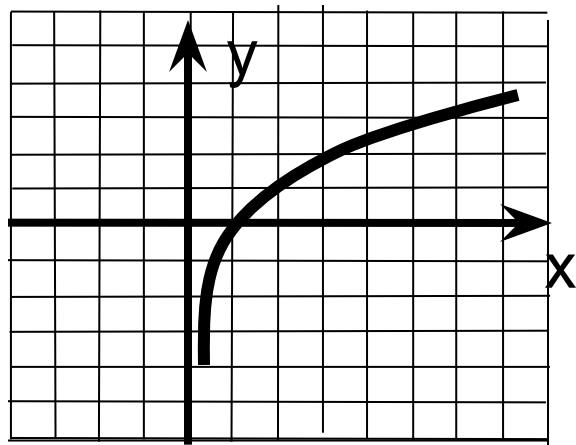
|                                  |                                 |                                 |                       |                       |                       |                       |
|----------------------------------|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
| <b><math>x</math></b>            | <b><math>\frac{1}{4}</math></b> | <b><math>\frac{1}{2}</math></b> | <b><math>1</math></b> | <b><math>2</math></b> | <b><math>4</math></b> | <b><math>8</math></b> |
| <b><math>y = \log_2 x</math></b> | <b><math>-2</math></b>          | <b><math>-1</math></b>          | <b><math>0</math></b> | <b><math>1</math></b> | <b><math>2</math></b> | <b><math>3</math></b> |

|  |                                 |                                 |                       |                        |                        |                        |
|--|---------------------------------|---------------------------------|-----------------------|------------------------|------------------------|------------------------|
| <b><math>x</math></b>                        | <b><math>\frac{1}{4}</math></b> | <b><math>\frac{1}{2}</math></b> | <b><math>1</math></b> | <b><math>2</math></b>  | <b><math>4</math></b>  | <b><math>8</math></b>  |
| <b><math>y = \log_{\frac{1}{2}} x</math></b> | <b><math>2</math></b>           | <b><math>1</math></b>           | <b><math>0</math></b> | <b><math>-1</math></b> | <b><math>-2</math></b> | <b><math>-3</math></b> |



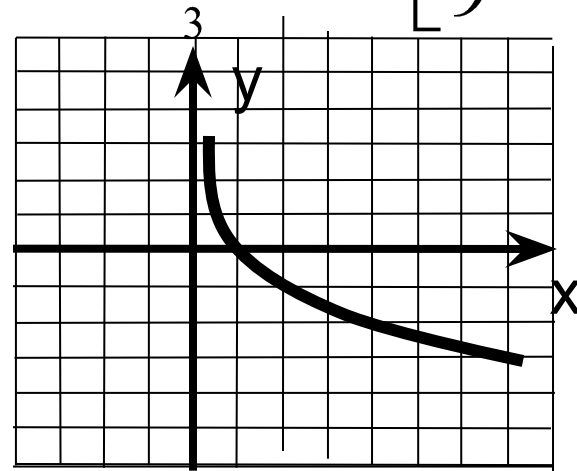
**Найдите наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке:**

$$y = \lg x, x \in [1, 1000]$$



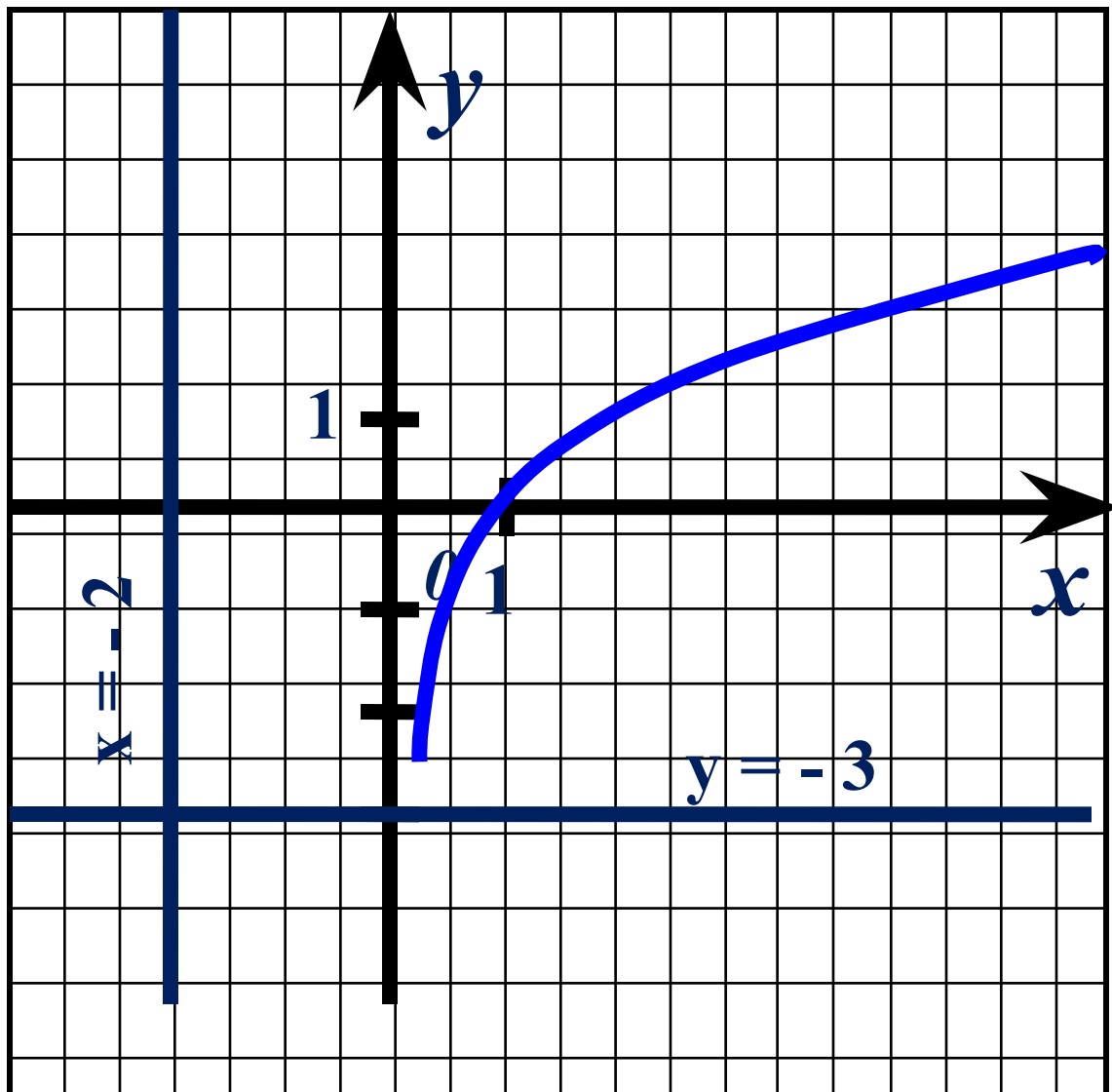
*Функция возрастает,  
значит:  $y_{\text{наим.}} = \lg 1 = 0$   
 $y_{\text{наиб.}} = \lg 1000 = \lg 10^3 = 3$*

$$y = \log_{\frac{1}{3}} x, x \in \left[\frac{1}{9}, 27\right]$$

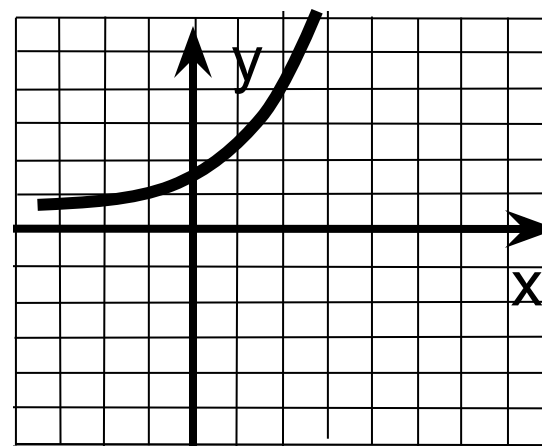
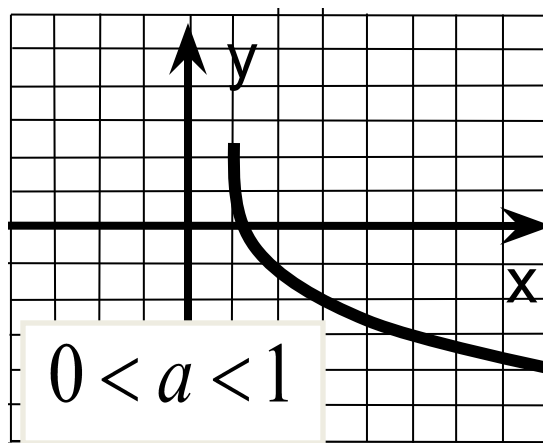
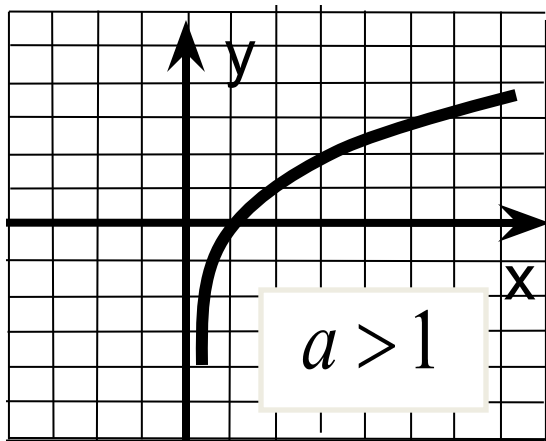


*Функция убывает,  
значит:  $y_{\text{наим.}} = -3$   
 $y_{\text{наиб.}} = 2$*

Постройте графики функций:  $y = \log_2(x + 2) - 3$



*Установите для предложенных графиков значение параметра  $a$  ( $a > 1$ ,  $0 < a < 1$ )*



*Не является  
графиком  
логарифмической  
функции*



**Найдите область определения функции**  
 **$y = \log_8(4 - 5x)$**

**Область определения логарифмической функции – множество  $\mathbb{R}_+$ . Поэтому заданная функция определена только для тех  $x$ , при которых  $4 - 5x > 0$ , т.е. при  $x < 0,8$ . следовательно, областью определения заданной функции является интервал  $(-\infty; 0,8)$ .**

## **Сравните числа:**

**а)  $\log_3 5$  и  $\log_3 7$ ;**

**б)  $\log_{1/3} 5$  и  $\log_{1/3} 7$**

- а)** Логарифмическая функция с основанием, большим 1, возрастает на всей числовой прямой. Так как  $5 < 7$ , то  $\log_3 5 < \log_3 7$ .
- б)** В данном случае основание логарифма меньше 1, поэтому функция  $\log_{1/3} x$  убывает. Так как  $5 < 7$ , то  $\log_{1/3} 5 > \log_{1/3} 7$ .

**Используя свойства логарифмической функции, сравните:**

**а)  $\log_2 3$  и  $\log_2 5$ ;**

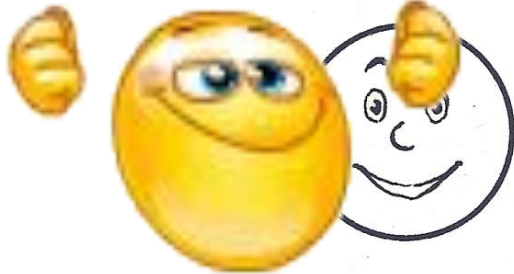


**б)  $\log_2 1/3$  и  $\log_2 1/5$ ;**

**в)  $\log_{1/2} 3$  и  $\log_{1/2} 5$ ;**

**г)  $\log_{1/2} 1/3$  и  $\log_{1/2} 1/5$ .**

**№318(1,3), №320, №321(1,3),  
№328(1,3), №331(1,3,5),  
№332(1,2,3), №334(1)**

# Итог урока:

|  |   |
|--|---|
| <p><b>Вы считаете, что урок прошел плодотворно, с пользой.</b></p> <p><b>Вы научились и можете помочь другим</b></p> | <p><i>Я доволен собой!</i></p>         |
| <p><b>Вы считаете, что научились, но вам еще нужна помощь</b></p>  | <p><i>Я вполне доволен собой!</i></p>  |
| <p><b>Вы считаете, что было трудно на уроке</b></p>  | <p><i>Мне нужна помощь!</i></p>       |

## **Домашнее задание:**

**№318(2,4), №321(2,4),  
№328(2,4), №331(2,4,6),  
№332(4,5,6), №334(4)**

## **Ресурсы:**

- 1. Алимов Ш.А., Алгебра и начала математического анализа, Москва, Просвещение , 2017**
- 2.<https://nsportal.ru/shkola/algebra/library/2012/11/30/prezentatsiya-svoystva-logarifmov>**
- 3.Мордкович А.Г. Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Учебн. для общеобразоват. учреждений. – 3-е изд. – М.:Мнемозина, 2015.**
- 4.Алгебра и начала анализа. 10 – 11 кл.: Задачник для общеобразоват. учреждений/А.Г.Мордкович, Л.О. Денищева, Т.А. Корешкова, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – 3-е изд., испр. – М.:Мнемозина, 2015.**
- 5.Л.А. Александрова Алгебра и начала анализа. 11 класс. Самостоятельные работы: Учеб. пособие для общеобразоват. учреждений/ Под ред. А.Г. Мордковича. – 2-е изд. – М.: Мнемозина, 2006. – 96 с.**
- 6.<http://ru.wikipedia.org>**
- 7.<http://nayrok.ru>**