



ПОДГОТОВКА К ЕГЭ

Задачи на вероятность

Левичева В.П.,
учитель математики
МКОУ « Лодейнопольская СОШ №3 »



ЗАДАЧА 1

Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8.

Найти вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся.

Решение: $p=0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot (1-0,8) \cdot (1-0,8)=0,512 \cdot 0,2 \cdot 0,2=0,512 \cdot 0,04=0,02048$

ЗАДАЧА 2

В барабане револьвера находятся 4 патрона из шести в произвольном порядке. Барабан раскручивают, после чего нажимают на спусковой крючок два раза. Найти вероятность двух осечек. Результат округлить до сотых.

Решение

Барабан раскручивают и нажимают на курок один раз, следовательно,
 $p = 2/6 = 1/3$ (2-число пустых,

6-число всех отверстий). Во второй раз
 $p = 1/5$ (1-осталось пустых отверстий, 5-всех отверстий). Тогда получим:

$$P = 1/3 \cdot 1/5 = 1/15 \sim 0,07$$



ЗАДАЧА 3

Вероятность того, что взятая наугад деталь из некоторой партии деталей будет бракованной, равна 0,2.

Найти вероятность того, что из трех взятых деталей две окажется не бракованными.

Решение: Если вероятность того, что деталь бракованная, равна 0,2, то вероятность противоположного события : $1-0,2=0,8$.

Браком может быть деталь №1, №2, №3. Значит,

$$P=0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 + 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,384$$





ЗАДАЧА 4

Два стрелка стреляют по мишени. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле для первого стрелка равна 0,7, а для второго-0,8. Найти вероятность того, что при одном залпе в мишень попадает только один из стрелков.

Решение:

$$\begin{aligned} p &= 0,7 \cdot (1 - 0,8) + 0,8 \cdot (1 - 0,7) = \\ &= 0,7 \cdot 0,2 + 0,8 \cdot 0,3 = \\ &= 0,14 + 0,24 = 0,38 \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 5

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Решение:

1кубик:	2	3	4	5	6
2кубик:	6	3	4	3	2

значит, $m=5$, $n=6 \cdot 6=36$

тогда $P=5/36 \sim 0,14$



ЗАДАЧА 6

Бросают два игральных кубика. Найти вероятность того, что в сумме выпадет четное число очков, не превосходящих шести.

Решение:

все равновозможные исходы при бросании двух кубиков: 1-1, 1-3, 2-2, 3-1, 1-5, 2-4, 3-3, 4-2, 5-1.
Значит, $m=9$.

Так как бросают два кубика, то $n=6 \cdot 6$

Тогда вероятность $p=m/n=9/36=0,25$



ЗАДАЧА 7



- Чему равна вероятность того, что при бросании трёх игральных костей 6 очков появится хотя бы на одной из костей?

Решение:

$$3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + 3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{91}{216} \approx 0,42$$

Или $1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{91}{216} = 0,42$

(Вероятность того, что не выпадет ни одной 6 или выпадет хотя бы одна 6 как вероятность противоположного события)

ЗАДАЧА 8

- Перед началом первого тура чемпионата по настольному теннису участников разбивают на пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 спортсменов, среди которых 13 участников из России, в том числе Владимир Егоров. Найдите вероятность того, что в первом туре Владимир Егоров будет играть с каким-либо спортсменом из России.

- Решение: $p = m/n = 12/25 = 0,48$



ЗАДАЧА 9



Два завода выпускают одинаковые автомобильные предохранители. Первый завод выпускает 40% предохранителей, а второй-60%. Первый завод выпускает 4% бракованных предохранителей, а второй-3%. Найдите вероятность того, что случайно выбранный предохранитель окажется бракованным.

Решение: H_1 -предохранитель с первого завода

H_2 -предохранитель со второго

завода

$P(H_1)=0,4$ и $P(H_2)=0,6$. Числа 0,04 и 0,03 являются условными вероятностями. Тогда $P=0,4 \cdot 0,04 + 0,6 \cdot 0,03 = 0,016 + 0,018 = 0,034$



ЗАДАЧА 10

- На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу.

Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Ответ округлите до сотых.

РЕШЕНИЕ:

- 10% брак - это 0,1 с браком и 0,9 хороших.
ОТК обнаружило 80% от бракованных. Это $0,8 \cdot 0,1 = 0,08$.
В продажу поступило $1 - 0,08 = 0,92$ всех произведённых тарелок, из них 0,9 без брака.
Вероятность покупки тарелки без брака $0,9 / 0,92 = 0,98$

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.



Решение.

Всего 4 варианта: $o; o$ $o; p$ $p; p$ $p; o$.

Благоприятных 2: $o; p$ и $p; o$.

Вероятность равна $2/4 = 1/2 = 0,5$.

Ответ: 0,5.

Задача 12

Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?

Решение:

Нужно учесть, что Руслан Орлов должен играть с каким-либо бадминтонистом из России. И сам Руслан Орлов тоже из России.

Вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России, равна $9/25 = 36/100 = 0,36$.



Задача 13

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение:

Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий:

$$p = 0,2 + 0,15 = 0,35.$$

Задача 14

По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет - магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет - магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

Решение:

Вероятность того, что первый магазин не доставит товар равна $1 - 0,8 = 0,2$. Вероятность того, что второй магазин не доставит товар равна $1 - 0,88 = 0,12$. Поскольку эти события независимы, вероятность их произведения (оба магазина не доставят товар) равна произведению вероятностей этих событий:
 $0,2 \cdot 0,12 = 0,024$

Задача 15

На тренировке баскетболист Майк попадает 3-очковый бросок с вероятностью 0,9, если бросает мячом фирмы «Nike». Если выполняет 3-очковый бросок мячом фирмы «Adidas», то попадает с вероятностью 0,7. В корзине лежат 10 тренировочных мячей: 6 фирмы «Nike» и 4 фирмы «Adidas». Майкл наудачу берет из корзины первый попавшийся мяч и совершает 3-очковый бросок. Найдите вероятность того, что бросок Майкла будет точен.

Решение :

$$6 \cdot 0,9 = 5,4 \text{ фирмы «Nike»}.$$

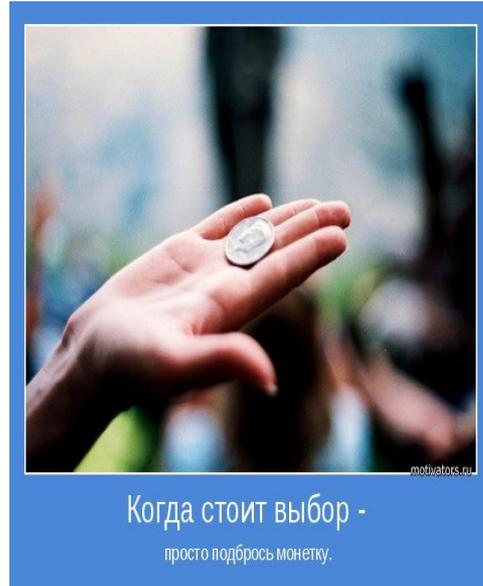
$$4 \cdot 0,7 = 2,8 \text{ фирмы «Adidas»}$$

$$(5,4 + 2,8) : 10 = 0,82 \text{ вероятность}$$



Задача 16

Перед началом футбольного матча судья бросает монетку, чтобы определить, какая из команд начнет игру с мячом. Команда «Олимпик» играет три матча с разными командами. Найдите вероятность того, что в этих играх «Олимпик» выиграет жребий ровно два раза.



Решение:

№ 1	0	0	0	1	1	1	1	0
№ 2	0	1	0	0	1	1	0	1
№ 3	0	0	1	0	1	0	1	1

$$3:8=0,375$$

Задача 17

В группе иностранных студентов учится 25 человек, причем каждый из них владеет либо только английским, либо только французским, либо двумя языками: английским и французским. Известно, что английским владеют 20 студентов группы, а французским - 13.

Найдите вероятность того, что случайно выбранный для участия в конференции студент группы владеет двумя языками.

Решение:

Сначала найдем, сколько студентов владеют двумя языками.

$$20+13-25= 8$$

$$P=8/25=0,32$$

Ответ: 0,32

ЗАДАЧА 18

- Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 55% яиц из первого хозяйства – яйца высшей категории, а из второго хозяйства – 35% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 45% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.

Решение:

Пусть x яиц из первого хозяйства, $(1-x)$ из второго хозяйства.

$$\text{Тогда } 0,55x + 0,35(1-x) = 0,45$$

$$0,55x - 0,35x = 0,1$$

$$0,2x = 0,1$$

$$x = 0,5$$

Ответ: 0,5

Задача 19

В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение:

Рассмотрим события

A = кофе закончится в первом автомате,

B = кофе закончится во втором автомате.

Тогда $A \cdot B$ = кофе закончится в обоих автоматах,

$A + B$ = кофе закончится хотя бы в одном автомате.

По условию $P(A) = P(B) = 0,3$; $P(A \cdot B) = 0,12$.

События A и B совместные, вероятность суммы двух совместных событий равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события, состоящего в том, что кофе останется в обоих автоматах, равна $1 - 0,48 = 0,52$.

Задача 20

При артиллерийской стрельбе автоматическая система делает выстрел по цели. Если цель не уничтожена, то система делает повторный выстрел. Выстрелы повторяются до тех пор, пока цель не будет уничтожена. Вероятность уничтожения некоторой цели при первом выстреле равна 0,4, а при каждом последующем – 0,6. Сколько выстрелов потребуется для того, чтобы вероятность уничтожения цели была не менее 0,98?

Решение:

Можно решать задачу «по действиям», вычисляя вероятность уцелеть после ряда последовательных промахов:

$$P(1) = 0,6;$$

$$P(2) = P(1) \cdot 0,4 = 0,24;$$

$$P(3) = P(2) \cdot 0,4 = 0,096;$$

$$P(4) = P(3) \cdot 0,4 = 0,0384;$$

$$P(5) = P(4) \cdot 0,4 = 0,01536.$$

Последняя вероятность меньше 0,02, поэтому достаточно пяти выстрелов по мишени.

Задача 21

В Волшебной стране бывает два типа погоды: хорошая и отличная, причём погода, установившись утром, держится неизменной весь день. Известно, что с вероятностью 0,8 погода завтра будет такой же, как и сегодня. Сегодня 3 июля, погода в Волшебной стране хорошая. Найдите вероятность того, что 6 июля в Волшебной стране будет отличная погода

Решение:

Для погоды на 4, 5 и 6 июля есть 4 варианта: ХХО, ХОО, ОХО, ООО (здесь Х – хорошая, О – отличная погода). Найдём вероятности наступления такой погоды:

$$P(\text{ХХО}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,128;$$

$$P(\text{ХОО}) = 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,128;$$

$$P(\text{ОХО}) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008;$$

$$P(\text{ООО}) = 0,2 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,128.$$

Указанные события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$\begin{aligned} P(\text{ХХО}) + P(\text{ХОО}) + P(\text{ОХО}) + P(\text{ООО}) &= \\ &= 0,128 + 0,128 + 0,008 + 0,128 = 0,392. \end{aligned}$$

Задача 22

Если гроссмейстер А. играет белыми, то он выигрывает у гроссмейстера Б. с вероятностью 0,52. Если А. играет черными, то А. выигрывает у Б. с вероятностью 0,3. Гроссмейстеры А. и Б. играют две партии, причем во второй партии меняют цвет фигур. Найдите вероятность того, что А. выиграет оба раза.

Решение :

$$0,52 \cdot 0,3 = 0,156$$



Задача 23

Чтобы поступить в институт на специальность «Лингвистика», абитуриент должен набрать на ЕГЭ не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и иностранный язык.

Чтобы поступить на специальность «Коммерция», нужно набрать не менее 70 баллов по каждому из трёх предметов – математика, русский язык и обществознание.

Вероятность того, что абитуриент З. получит не менее 70 баллов по математике, равна 0,6, по русскому языку – 0,8, по иностранному языку – 0,7 и по обществознанию – 0,5.

Найдите вероятность того, что З. сможет поступить хотя бы на одну из двух упомянутых специальностей.

Решение :

Таким образом, вероятность поступить хотя бы на одну из специальностей равна:

$$\begin{aligned} & 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,5 + 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,5 + 0,6 \cdot 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = \\ & = 0,48 \cdot 0,35 + 0,48 \cdot 0,15 + 0,48 \cdot 0,35 = \\ & = 0,48 \cdot (0,35 + 0,15 + 0,35) = 0,48 \cdot 0,85 = 0,408 \end{aligned}$$

ЗАДАЧА 24

Среди посетителей парикмахерской в среднем на 26 новых клиентов приходится 14 клиентов, которые там когда-то там стриглись. Найти вероятность того, что в пятницу последним будет обслуживаться клиент, посетивший эту парикмахерскую раньше.

- Решение: $26+14=40$ (клиентов)
 $14:40=0,35$