

***Сочетание из  $n$   
элементов по  $k$   
( $k \leq n$ )***

# Объяснение нового материала.

«Сколькими способами можно смешать по три краски из имеющихся пяти?».

Р е ш е н и е

Обозначим имеющиеся краски буквами латинского алфавита  $a, b, c, d, e$ . *Выпишем возможные варианты смешивания красок, учитывая, что от порядка расположения красок результат не зависит:*

$abc, abd, abe, ace, ade, acd$

$bcd, bce, bde$

$cde$

Мы указали различные способы смешивания красок, в которых по-разному сочетаются три краски из данных пяти. Говорят, что мы составили все возможные сочетания из 5 элементов по 3.



# Определение.

***Сочетанием из  $n$  элементов по  $k$  называют любое множество, составленное из  $k$  элементов, выбранных из данных  $n$  элементов.***

Подчеркиваем, что, в отличие от размещений, в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы. Два сочетания из  $n$  элементов по  $k$  отличаются друг от друга хотя бы одним элементом.

## Обозначение.

$C_n^k$  (читается «С из n по k»).

В рассмотренном примере мы нашли, что  $C_5^3 = 10$ .

(по первой букве французского слова combination – сочетание).

**Разница заключается в том, что если в размещении переставить местами элементы, то получится другое размещение, но сочетание не зависит от порядка входящих в него элементов.**



# Сочетания

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$



## Пример 1.

**Сколькими различными способами из семи участников математического кружка можно составить команду из двух человек для участия в олимпиаде?**

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!(7-2)!} = \frac{7!}{2! \cdot 5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7}{1 \cdot 2 \cdot 5!} = \frac{6 \cdot 7}{2} = 21$$



## Пример 2.

**Из перетасованной колоды, состоящей из 36 карт, наугад взяты 4 карты. Какова вероятность того, что все взятые карты тузы?**

$$C_{36}^4 = \frac{36!}{4!(36-4)!} = \frac{36!}{4! \cdot 32!} =$$
$$= \frac{32! \cdot 33 \cdot 34 \cdot 35 \cdot 36}{32! \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 58905$$

$$P = \frac{4}{58905}$$



## Итоги урока.

- Что называется сочетанием из  $n$  элементов по  $k$ ?
- Запишите формулу вычисления числа сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ .
- В чем отличие сочетания из  $n$  элементов по  $k$  от размещения из  $n$  элементов по  $k$ .





## № 768.

### Решение

Выбираем 2 учащихся из 7, порядок выбора не имеет значения (оба выбранных пойдут на олимпиаду как полностью равноправные); количество способов выбора равно числу сочетаний из 7 по 2:

$$C_7^2 = \frac{7!}{2!5!} = \frac{6 \cdot 7}{1 \cdot 2} = 21$$

О т в е т: 21 способ.



**№ 770.**

**Р е ш е н и е**

Выбор 6 из 10 без учета порядка:

$$C_{10}^6 = \frac{10!}{6!4!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$$

**О т в е т: 210** способов.



## № 772.

### Решение

Из 11 человек 5 должны поехать в командировку:

а) Заведующий едет, нужно выбрать еще 4 из 10 оставшихся:

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4!6!} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 210$$

б) Заведующий остается, нужно выбрать 5 из 10 сотрудников:

$$C_{10}^5 = \frac{10!}{5!5!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} = 252$$

О т в е т: а) 210 способов; б) 252 способа.



## № 773.

### Решение

а) Словарь выбирается, нужно выбрать еще 2 книги из 11:

$$C_{11}^2 = \frac{11!}{2!9!} = \frac{10 \cdot 11}{1 \cdot 2} = 55$$

б) Словарь не выбирается, выбираем 3 книги из 11:

$$C_{11}^3 = \frac{11!}{3!8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11}{1 \cdot 2 \cdot 3} = 165$$

О т в е т: а) 55 способов; б) 165 способов.



## № 774. Решение

Сперва выбираем 4 маляров из 12:

$$C_{12}^4 = \frac{12!}{4!8!} = \frac{9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} = 495 \text{ способов.}$$

Затем выбираем 2 плотников из 5:

$$C_5^2 = \frac{5!}{2!3!} = \frac{4 \cdot 5}{1 \cdot 2} = 10 \text{ способов.}$$

Каждый из способов выбора маляров можно скомбинировать с каждым выбором плотников, следовательно, всего способов (по комбинаторному правилу умножения):  
 $495 \cdot 10 = 4950.$

О т в е т: 4950 способов.



## № 775.

### Р е ш е н и е

Нужно сделать два выбора: 3 книги из 10 (    способов) и 2 журнала из 4 (    способов) – порядок выбора значения не имеет. Каждый выбор книг может сочетаться с каждым выбором журналов, поэтому общее число способов выбора по правилу произведения равно:

$$C_{10}^3 \cdot C_4^2 = \frac{10! \cdot 4!}{3! \cdot 7! \cdot 2! \cdot 2!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 4}{1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2} = 720$$

**О т в е т:** 720 способов.

