Метод рационализации

http://aida.ucoz.ru

$$\log_{\frac{2}{3}|x-2|} 2^{1-x^2} \geq 0$$

http://aida.ucoz.ru

$$\log_{\frac{2}{3}|x-2|} 2^{1-x^2} \geq 0$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0 < \dfrac{2}{3}|x-2| < 1, \\ 2^{1-x^2} \leq 1, \end{cases} \\ \begin{cases} \dfrac{2}{3}|x-2| > 1, \\ 2^{1-x^2} \geq 1, \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} 0{,}5 < x < 3{,}5;\ x \neq 2, \\ (x-1)(x+1) \geq 0, \end{cases} \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > 3{,}5 \\ x < 0{,}5 \end{array}\right. \\ (x-1)(x+1) \leq 0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \{[1;2) \cup (2;3{,}5), \\ \{\ [-1;0{,}5). \end{array}\right.$$

$$\textit{Ответ}: [-1;0{,}5) \cup [1;2) \cup (2;3{,}5).$$

http://aida.ucoz.ru

Теоретическое обоснование метода рационализации

Метод рационализации заключается в замене сложного выражения F(x) на более простое G(x), при котором неравенство G(x)*0 равносильно неравенству F(x) * 0 на ОДЗ

№	Исходное выражение $(F(x))$	Выражение после замены $(G(x))$
1	$\log_{h(x)} f(x) - \log_{h(x)} g(x)$ $(h(x) \neq 1)$	$(h(x)-1)(f(x)-g(x))$
2	$\log_{h(x)} f(x) - 1$ $(h(x) \neq 1)$	$(h(x)-1)(f(x)-h(x))$
3	$\log_{h(x)} f(x)$ $(h(x) \neq 1)$	$(h(x)-1)(f(x)-1)$
4	$\log_{f(x)} h(x) - \log_{g(x)} h(x)$ $(f(x) \neq 1,\ g(x) \neq 1)$	$(f(x)-1)(g(x)-1)\times$ $\times(h(x)-1)(g(x)-f(x))$
5	$h(x)^{p(x)} - h(x)^{q(x)}$	$(h(x)-1)(p(x)-q(x))$
6	$h(x)^{p(x)} - 1$	$(h(x)-1)p(x)$
7	$f(x)^{p(x)} - g(x)^{p(x)}$	$(f(x)-g(x))p(x)$
8	$\lvert p(x)\rvert - \lvert q(x)\rvert$	$(p(x)-q(x))\times$ $\times(p(x)+q(x))$
9	$\sqrt{f(x)} - \sqrt{g(x)}$, здесь $f(x) \geqslant 0$ и $g(x) \geqslant 0$	$f(x)-g(x)$
10	$\lvert p(x)\rvert - \sqrt{g(x)}$, здесь $g(x) \geqslant 0$	$p^2(x)-g(x)$

Алгоритм применения метода рационализации.

1. Выписать условия, задающие ОДЗ исходного неравенства и найти ОДЗ.
2. Привести исходное неравенство к виду F(x) * 0 .Все возможные слагаемые в левой части привести к общему знаменателю.
3. По возможности заменить все выражения на более простые.
4. Решить получившееся неравенство.
5. Записать ответ неравенства, учитывая ОДЗ исходного неравенства.

http://aida.ucoz.ru

$$\log_{\frac{2}{3}|x-2|} 2^{1-x^2} \geq 0$$

ФИПИ. Открытый банк ЕГЭ.

$$(5x-13)\log_{2x-5}\left(x^2-6x+10\right)\geq 0$$

http://aida.ucoz.ru

$$\left|\log_3(2-x)\right| \geq \left|\log_9 \frac{2-x}{4}\right|$$

http://aida.ucoz.ru

МИОО, диагностическая работа 2015г.

$$\log_{\frac{x}{3}}\left(\log_x \sqrt{3-x}\right) \geq 0$$

http://aida.ucoz.ru

Составьте условия ОДЗ и упрощенное неравенство к данному неравенству

$$2\log_{\left(x^2-6x+10\right)^2}\left(5x^2+3\right)\le \log_{x^2-6x+10}\left(4x^2+7x+3\right)$$

$$ОДЗ\begin{cases} x\ne 3, \\ \left[\begin{array}{l} x>-\dfrac{3}{4}, \\ x<-1. \end{array}\right. \end{cases}$$

$$x(x-3)^2(x-7)\le 0$$

http://aida.ucoz.ru

$$\log_{1-\frac{1}{(x-1)^2}}\left(\frac{x^2+5x+8}{x^2-3x+2}\right)\le 0$$

http://aida.ucoz.ru

$$\log_x(x-2)\cdot\log_x(x+2)\le 0$$

Следствие:

$$\log_{h(x)} f(x).\log_{p(x)} g(x) * 0 \qquad (f(x)-1)(g(x)-1)(h(x)-1)(p(x)-1) * 0$$

$$ОДЗ: x > 2$$

$$(x-1)^2(x-3)(x+1)\le 0$$

http://aida.ucoz.ru

Список использованной литературы

- С.И.Колесникова – Решение сложных задач единого государственного экзамена– Москва: АЙРИС ПРЕСС - 2008.
- Ткачук В.В. - Математика абитуриенту. Москва: МЦНМО, 2008.

http://aida.ucoz.ru