

*МНОГОЧЛЕНЫ
ОТ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ*

Одночлен (мононом) — произведение числа и конечного количества множителей.

$$12,4x^2y^5$$

$$\deg(12,4x^2y^5) = 7 \quad (\text{англ. Degree} - \text{степень})$$

$$\deg(12,4) = 0$$

$$0 = 0x^2y^5 \dots - \text{нулевой одночлен}$$

Многочлен (полином) — сумма конечного числа одночленов.

$$f = 12,4x^2y^5 + 1,8x^5y^3; \quad \deg(f) = 8$$

$$p = 12,4; \quad \deg(p) = 0$$

$g = 0 = \Theta$ — нулевой многочлен;

$$f(x) \neq 0, \quad f(x) \neq \Theta$$

$$\deg(\Theta) = -\infty$$

Свойства :

$$1) -\infty + n = -\infty;$$

$$2) -\infty + (-\infty) = -\infty;$$

$$3) -\infty \leq m, \text{ где } m \geq 0.$$

$$f = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$$

*многочлен с одной переменной где n – любое
натуральное число или ноль,
коэффициенты $a_0 a_1 \dots a_n$ – произвольные числа.*

Произведение многочленов

- Если произведение двух многочленов равно нулевому многочлену, то хотя бы один из многочленов нулевой

$$f \times g = \Theta, \text{ т.е. } f = \Theta \text{ или } g = \Theta.$$

- Степень произведения двух ненулевых многочленов равна сумме степеней этих многочленов

$$\deg (f \times g) = \deg f + \deg g$$

- Свободный член произведения двух многочленов равен произведению их свободных членов

Деление многочленов с остатком

$$\begin{array}{r} \underline{x^3 - 3x^2 + 5x - 15} \quad \underline{x - 2} \\ x^3 - 2x^2 \\ \hline - x^2 + 5x - 15 \\ \underline{-x^2 + 2x} \\ 3x - 15 \\ \underline{3x - 6} \\ -9 \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 15 = (x - 2)(x^2 - x + 3) - 9$$

Многочлен и его корни

$$\begin{array}{r} x^3 - 3x^2 + 5x - 15 \mid x - 2 \\ \underline{x^3 - 2x^2} \\ x^2 - x - 15 \\ \underline{x^2 - x} \\ -15 \\ \underline{-15} \\ 0 \end{array}$$

Остаток от деления многочлена $p(x)$ ненулевой степени на двучлен $x - a$ равен $p(a)$. (теорема Безу)

$$\frac{3x - 6}{-9}$$

$$p(2) = 2^3 - 3 \cdot 2^2 + 5 \cdot 2 - 15 = -9$$

Многочлен и его корни

$$\begin{array}{r} \underline{ - x^3 - 3x^2 + 5x - 15} \quad \underline{ - x^2 + 5} \\ - 3x^2 + 5x - 15 \\ \underline{ - 3x^2} \\ + 5x - 15 \\ \underline{ - 5x - 15} \\ - 15 \\ \underline{ - 5x - 15} \\ \\ \underline{ - 5x - 15} \\ 0 \end{array}$$

$$x^3 - 3x^2 + 5x - 15 = (x - 3)(x^2 + 5)$$

МЕТОД НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Разложить на множители многочлен

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1$$

$$2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1 = (ax^2 + bx + c)(kx^2 + lx + n)$$

$$2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1 =$$

$$= akx^4 + (al + bk)x^3 + (an + ck + bl)x^2 + (bn + cl)x + cn$$

$$\begin{cases} ak = 2 \\ al + bk = -1 \\ an + ck + bl = -9 \\ bn + cl = -1 \\ cn = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ak = 2 \\ al + bk = -1 \\ an + ck + bl = -9 \\ bn + cl = -1 \\ cn = 1 \end{cases}$$

1. $a = 1, k = 2, c = 1, n = 1$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} a = 1, k = 2 \\ l + 2b = -1 \\ 1 + 2 + bl = -9 \\ b + l = -1 \\ c = 1, n = 1 \end{cases} \rightarrow b = 0, l = -1$$

$$2. a = 1, k = 2, c = -1, n = -1$$

$$\begin{cases} a = 1, k = 2 \\ l + 2b = -1 \\ -1 - 2 + bl = -9 \\ -b - l = -1 \\ c = -1, n = -1 \end{cases} \begin{matrix} \text{blue arrow} \\ \text{red arrow} \\ \text{blue arrow} \end{matrix} b = -2, l = 3$$

$$2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1 = (x^2 - 2x - 1)(2x^2 + 3x - 1)$$

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0 =$$

$$(x - c)(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \dots + b_1 x + b_0) + r$$

$$\begin{cases} a_n = b_{n-1}, \\ a_{n-1} = b_{n-2} - cb_{n-1}, \\ \dots \\ a_1 = b_0 - cb_1, \\ a_0 = r - cb_0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_{n-1} = a_n, \\ b_{n-2} = a_{n-1} + cb_{n-1}, \\ \dots \\ b_0 = a_1 + cb_1, \\ r = a_0 + cb_0. \end{cases}$$

СХЕМА ГОРНЕРА

$$x^3 - 6x + 5 = 0$$

$$5 \square \pm 1, \pm 5$$

$$x = 1, 1 - 6 + 5 = 0$$

	1	0	-6	5
1	1	$0 + 1 \cdot 1 = 1$	$-6 + 1 \cdot 1 = -5$	$5 + 1 \cdot (-5) = 0$

$$(x - 1)(x^2 - x - 5) = 0$$

$$6x^3 + 10x^2 + 8x - 4 = 0$$

$$\frac{4}{6} \square \pm 1, \pm \frac{1}{3}, \pm \frac{2}{3}$$

	6	10	8	-4
$\frac{1}{3}$	6	$10 + \frac{1}{3} \cdot 6 = 12$	$8 + \frac{1}{3} \cdot 12 = 12$	$-4 + \frac{1}{3} \cdot 12 = 0$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right)(6x^2 + 12x + 12) = 0$$