МНОГОЧЛЕНЫ ОТ ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Одночлен (моном) – *произведение числа и конечного количества множителей.*

$$12{,}4x^2y^5$$

$$\deg(12{,}4x^2y^5) = 7$$ ***(англ. Degree – степень)***

$$\deg(12{,}4) = 0$$

$0 = 0x^2y^5 \ldots -$ *нулевой одночлен*

Многочлен (полином) – *сумма конечного числа одночленов.*

$$f = 12{,}4x^2y^5 + 1{,}8x^5y^3; \qquad \deg(f) = 8$$

$$p = 12{,}4; \qquad \deg(p) = 0$$

$$g = 0 = \Theta - \textit{нулевой многочлен};$$

$$f(x) \neq 0, \qquad f(x) \neq \Theta$$

$$\deg(\Theta) = -\infty$$

Свойства :

1) $-\infty + n = -\infty;$

2) $-\infty + (-\infty) = -\infty;$

3) $-\infty \square\ m$, *где* $m \geq 0$.

$$f = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0$$

многочлен с одной переменной где n –любое натуральное число или ноль,

коэффициенты a_0 $a_{1\ldots}$ a_n – произвольные числа.

Произведение многочленов

- *Если произведение двух многочленов равно нулевому многочлену, то хотя бы один из многочленов нулевой*

$$f \times g = \Theta, \text{ т.е. } f = \Theta \text{ или } g = \Theta.$$

- *Степень произведения двух ненулевых многочленов равна сумме степеней этих многочленов*

$$\deg (f \times g) = \deg f + \deg g$$

- *Свободный член произведения двух многочленов равен произведению их свободных членов*

Деление многочленов с остатком

$$
\begin{array}{r|l}
-\; x^3-3x^2+5x-15 & x-2 \\ \cline{2-2}
x^3-2x^2 \qquad\qquad & x^2-x+3 \\ \cline{1-1}
-\; -x^2+5x-15 & \\
-x^2+2x \qquad & \\ \cline{1-1}
-\; 3x-15 & \\
3x-6 & \\ \cline{1-1}
-9 &
\end{array}
$$

$$x^3-3x^2+5x-15=(x-2)(x^2-x+3)-9$$

Многочлен и его корни

$$
\begin{array}{r|l}
-\; x^3-3x^2+5x-15 & x-2 \\
\hline
x^3-2x^2 & x^2-x+3
\end{array}
$$

Остаток от деления многочлена p (x) ненулевой степени на двучлен x-a равен p(a).(теорема Безу)

$$
\begin{array}{r}
\underline{3x-6} \\
-9
\end{array}
$$

$$p(2)=2^3-3\cdot 2^2+5\cdot 2-15=-9$$

Многочлен и его корни

$$\begin{array}{r|l} -\,x^3-3x^2+5x-15 & x-3 \\ \cline{2-2} x^3-3x^2 \quad\quad\quad\quad & x^2+5 \\ \cline{1-1} -\,5x-15 & \\ 5x-15 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$$x^3-3x^2+5x-15=(x-3)(x^2+5)$$

МЕТОД НЕОПРЕДЕЛЕННЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ

Разложить на множители многочлен

$$f(x) = 2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1$$

$$2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1 = (ax^2 + bx + c)(kx^2 + lx + n)$$

$$2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1 =$$

$$= akx^4 + (al + bk)x^3 + (an + ck + bl)x^2 + (bn + cl)x + cn$$

$$\begin{cases} ak = 2 \\ al + bk = -1 \\ an + ck + bl = -9 \\ bn + cl = -1 \\ cn = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} ak = 2 \\ al + bk = -1 \\ an + ck + bl = -9 \\ bn + cl = -1 \\ cn = 1 \end{cases}$$

1. $a = 1,\ k = 2,\ c = 1,\ n = 1$

Получим систему уравнений:

$$\begin{cases} a = 1,\ k = 2 \\ l + 2b = -1 \\ 1 + 2 + bl = -9 \\ b + l = -1 \\ c = 1,\ n = 1 \end{cases}$$

$b = 0,\ l = -1$

2. $a = 1,\ k = 2, c = -1,\ n = -1$

$$\begin{cases} a = 1,\ k = 2 \\ l + 2b = -1 \\ -1 - 2 + bl = -9 \\ -b - l = -1 \\ c = -1,\ n = -1 \end{cases} \qquad b = -2,\ l = 3$$

$$2x^4 - x^3 - 9x^2 - x + 1 = (x^2 - 2x - 1)(2x^2 + 3x - 1)$$

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a_1 x + a_0 =$$

$$(x - c)\left(b_{n-1} x^{n-1} + b_{n-2} x^{n-2} + \ldots + b_1 x + b_0\right) + r$$

$$\begin{cases} a_n = b_{n-1}, \\ a_{n-1} = b_{n-2} - cb_{n-1}, \\ \qquad \ldots \\ a_1 = b_0 - cb_1, \\ a_0 = r - cb_0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} b_{n-1} = a_n, \\ b_{n-2} = a_{n-1} + cb_{n-1}, \\ \qquad \ldots \\ b_0 = a_1 + cb_1, \\ r = a_0 + cb_0. \end{cases}$$

СХЕМА ГОРНЕРА

$$x^3-6x+5=0$$

$$5\,\square\,\pm 1,\pm 5$$

$$x=1,\;\; 1-6+5=0$$

	1	0	-6	5
1	1	$0+1\cdot 1=1$	$-6+1\cdot 1=-5$	$5+1\cdot(-5)=0$

$$(x-1)(x^2-x-5)=0$$

$$6x^3+10x^2+8x-4=0$$

$$\frac{4}{6}\square\pm 1,\pm\frac{1}{3},\pm\frac{2}{3}$$

	6	10	8	-4
$\frac{1}{3}$	6	$10+\frac{1}{3}\cdot 6=12$	$8+\frac{1}{3}\cdot 12=12$	$-4+\frac{1}{3}\cdot 12=0$

$$\left(x-\frac{1}{3}\right)\left(6x^2+12x+12\right)=0$$