



# УРОК 23 ПЕРЕСТАНОВКИ

Решение задач

Перестановками из  $n$  элементов называются такие соединения, каждое из которых содержит все  $n$  элементов, и которые отличаются друг от друга лишь порядком расположения элементов.

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n = n!$$

Пусть имеется совокупность из  $n$  элементов, среди которых  $m$  элементов первого,  $l$  – второго,  $k$  – третьего типов ( $m+l+k=n$ ). Элементы повторяются  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  раз соответственно. Такие соединения называются перестановками с повторениями.

$$\overline{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$



*Выпишите все перестановки из букв a, b, c.*

**abc**

**bac**

**cab**

**acb**

**bca**

**cba**



Сколько различных четырехзначных чисел можно составить из цифр 7, 2, 4, 9. если каждая цифра используется в записи числа только один раз?

$$P_n = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n - 1) \cdot n = n!$$

$$P_4 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 = 4!$$

$$P_4 = 24 = 4!$$



Проверьте равенство

$$P_6 = 6 P_5$$

$$P_6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6$$

$$P_5 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5$$



*Что больше:*

*$P_7$  или  $2^7$ ?*

$$P_7 = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 = 5040$$

$$2^7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 128$$



С помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9  
закодируйте буквы А, В, Д, Е, Л, О, С, Т, Ъ,  
заменяв каждую букву какой-нибудь цифрой, и  
зашифруйте слово **СЛЕДОВАТЕЛЬ**.  
Каково число возможных вариантов кода?

Число перестановок из 11 элементов  
с повторениями: е – 2 раза, л – 2 раза.

$$\bar{P} = \frac{11!}{2! \cdot 2! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 1!} =$$

$$\bar{P} = \frac{11!}{4} = 9979200$$



## Перестановки без повторений

Вычислите:

а)  $7!$       б)  $8!$       в)  $6! - 5!$       г)

$$\frac{5!}{5}$$

д)  $\frac{10!}{5!}$       е)  $\frac{11!}{5! \cdot 6!}$       ж)  $\frac{14!}{7! \cdot 3! \cdot 4!}$       з)  $\frac{51!}{49!}$

•Сократите дробь: а)  $\frac{n!}{(n-1)!}$       б)  $\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!}$

в)  $\frac{(2k+1)!}{(2k-1)!}$       г)  $\frac{(4m-1)!}{(4m-3)!}$

•Решите уравнение: а)  $n! = 7(n-1)!$   
б)  $(m+17)! = 420(m+15)!$       в)  $(k-10)! = 77(k-11)!$   
г)  $(3x)! = 504(3x-3)!$





$$\frac{10!}{5!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{5!} = 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \quad \frac{51!}{49!} = \frac{49! \cdot 50 \cdot 51}{49!}$$

$$\frac{11!}{5! \cdot 6!} = \frac{5! \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{5! \cdot 6!} = \frac{6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6} = \frac{\cancel{6} \cdot 7 \cdot \cancel{8} \cdot 9 \cdot 10}{1 \cdot \cancel{2} \cdot 3 \cdot \cancel{4} \cdot 5 \cdot \cancel{6}} =$$

$$\frac{7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 5}{3 \cdot 5} = \frac{7 \cdot \cancel{3} \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cancel{5}}{\cancel{3} \cdot \cancel{5}} = 42$$

$$\frac{14!}{7! \cdot 3! \cdot 4!} = \frac{7! \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{7! \cdot 3! \cdot 4!} = \frac{8 \cdot 9 \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} =$$

$$\frac{\cancel{8} \cdot \cancel{9} \cdot 10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{1 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot 1 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{4}} = \frac{10 \cdot 11 \cdot 12 \cdot 13 \cdot 14}{2} =$$



$$\frac{n!}{(n-1)!} = \frac{(n-1)! \cdot n}{(n-1)!} = n$$

$$\frac{n!}{2! \cdot (n-2)!} = \frac{(n-2)! \cdot (n-1) \cdot n}{1 \cdot 2 \cdot (n-2)!} = \frac{(n-1) \cdot n}{1 \cdot 2}$$

$$\frac{n!}{(n-1)!} = 7 \quad (k-10)! = 77 \cdot (k-11)!$$

$$(k-11)! \cdot (k-10) = 77 \cdot (k-11)!$$

$$k-10 = 77 \quad k = 87$$



- Решите уравнение: б)  $(m+17)! = 420(m+15)!$   
г)  $(3x)! = 504(3x-3)!$

$$(m+17)! = 420 \cdot (m+15)!$$

$$(m+15)! \cdot (m+16) \cdot (m+17) = 420 \cdot (m+15)!$$

$$(m+16) \cdot (m+17) = 420$$

$$(m+16) \cdot (m+17) = 420$$

$$m^2 + 33m + 272 = 420$$

$$m^2 + 33m - 148 = 0 \quad m_1 = -37 \quad m_2 = 4$$

$$m = 4$$



•Решите уравнение: б)  $(m+17)! = 420(m+15)!$

г)  $(3x)! = 504(3x-3)!$

$$(3x)! = 504 \cdot (3x-3)!$$

$$3x \cdot (3x-1) \cdot (3x-2) \cdot (3x-3)! = 504 \cdot (3x-3)!$$

$$3x \cdot (3x-1) \cdot (3x-2) = 504$$

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = 504 \quad 3x = 9$$

$$x = 3$$



## Перестановки с повторениями

$$\bar{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$

Олово

Молоко

Математика

Переправа



ОЛОВО

$$n = 5 \quad \alpha = 3$$

$$\bar{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$

$$\bar{P} = \frac{5!}{3! \cdot 1! \cdot 1!}$$

$$\bar{P} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5}{3!}$$

$$\bar{P} = 4 \cdot 5 = 20$$



Молоко

$$n = 6 \quad \alpha = 3$$

$$\bar{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$

$$\bar{P} = \frac{6!}{3!}$$

$$\bar{P} = \frac{3! \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6}{3!}$$

$$\bar{P} = 4 \cdot 5 \cdot 6 = 120$$



# Математика

$$n = 10 \quad M = 2 \quad T = 2 \quad A = 3$$

$$\bar{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!}$$

$$\bar{P} = \frac{10!}{2! \cdot 2! \cdot 3!}$$

$$\bar{P} = \frac{4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{4}$$





# Переправа

$$n = 9$$

$$\Pi = 2 \quad P = 2 \quad E = 2 \quad A = 2$$

$$\bar{P} = \frac{n!}{\alpha! \cdot \beta! \cdot \gamma!} \quad \bar{P} = \frac{9!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!}$$

$$\bar{P} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9}{8}$$

