




# Применение производной

*Повторительно-обобщающий урок  
в 10 классе  
по алгебре и началам анализа*

*Учитель Т.Н.Веренич  
МОУ Киришская средняя общеобразовательная школа №3  
г.Кириши*



Нет ни одной области в математике,  
которая когда-либо не окажется  
применимой к явлениям  
действительного мира ...

*Н.И. Лобачевский*



# Применение производной

- Производная в физике
- Геометрический смысл производной
- Уравнение касательной к графику функции

Найди пару:  $f(x_0)$  -----  $f'(x_0)$

$$x^3$$

$$\sin 3x$$

$$10x+3$$

$$1/x^3$$

$$3\sin x$$

$$(5x+7)^2$$

$$1/x$$

$$x/10$$

$$3\cos 3x; (7x^6 + 3); 10; 3x^2; -1/x^2;$$

$$-3/x^4; 10(5x+7); 0,1; 3 \cos x; (x^7 + 3x)$$

# Производная в физике


- Производная функции, описывающей движение тела, равна скорости

$$S'(x) = V(x)$$


- Производная функции, описывающей скорость тела, равна ускорению

$$V'(x) = A(x)$$





Зависимость пути от времени движения задана формулой  $s(t)=t^2+2t$ . Найдите скорость, если  $t=1,8$ с.

- 
- $s(t) = t^2 + 2t$
  - $S'(t) = V(t) = 2t + 2$
  - $V(1,8) = 3,6 + 2 = 5,6 \text{ (M/c)}$

# Геометрический смысл производной

$$f'(x_0) = \operatorname{tg}(A) = k$$



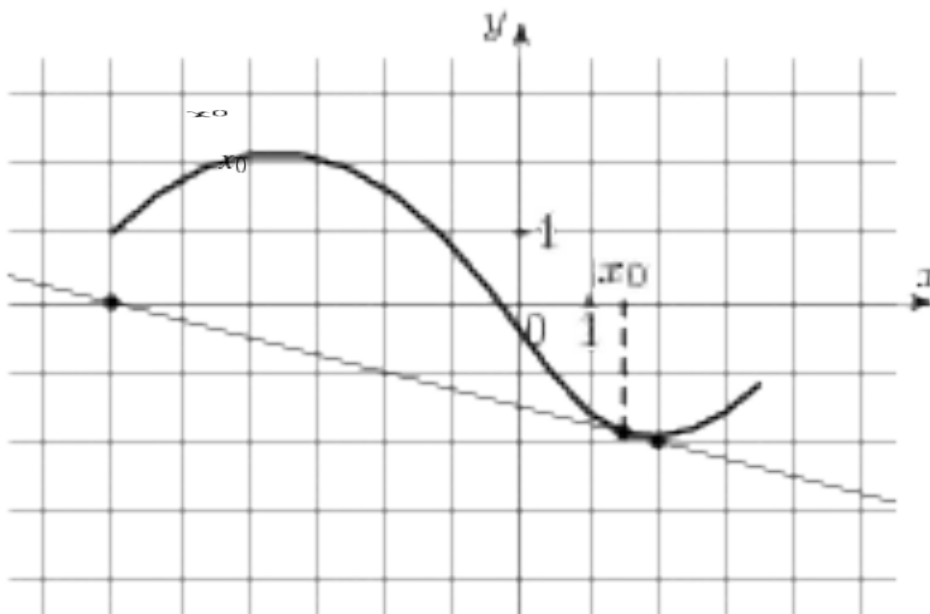


задание 1.

На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции в точке  $x_0$ .

$x_0$

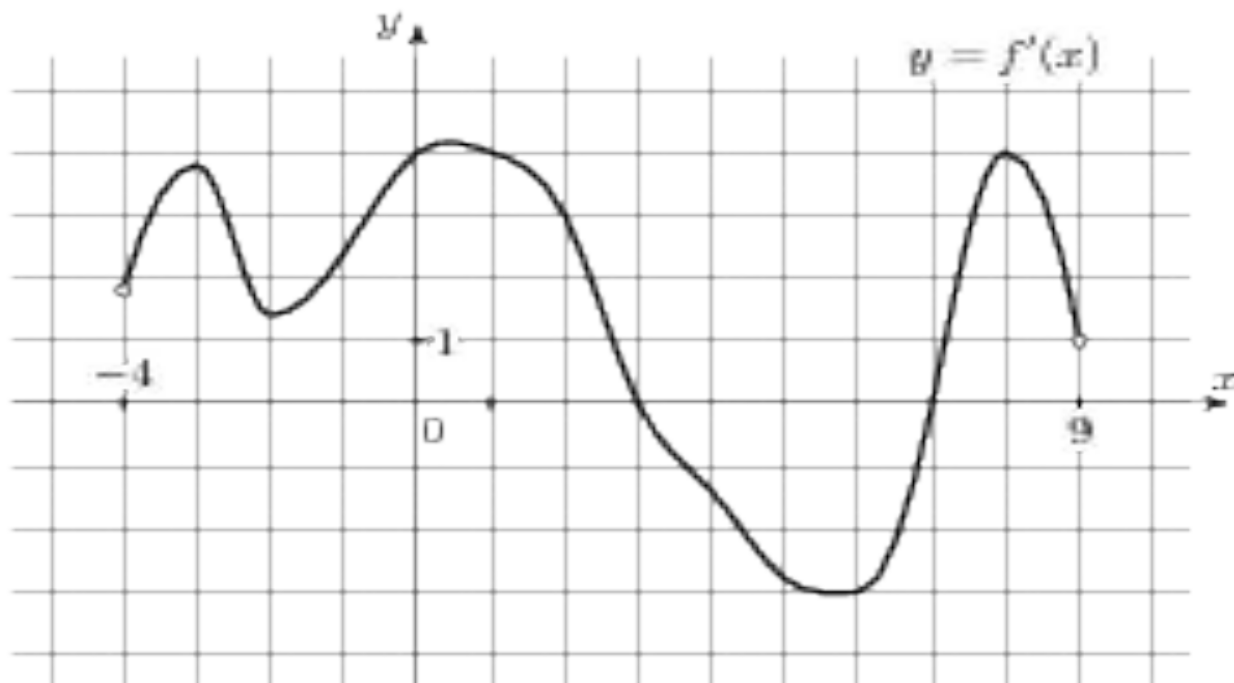
$x_0$



## задание2

На рисунке изображен график производной функции, определенной на интервале  $(-4; 9)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой или совпадает с ней.

$$(-4; 9) \quad y = -x + 16$$



# Уравнение касательной к графику функции

- Записываем уравнение касательной:  
$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$
- Находим  $f(x_0)$
- Находим производную  $y' = f'(x)$
- Вычисляем значение  $f'(x)$  в точке  $x_0$ :  
 $f'(x_0)$
- Подставляем значение  $f(x_0)$ ,  $f'(x_0)$ ,  $x_0$  в уравнение касательной.

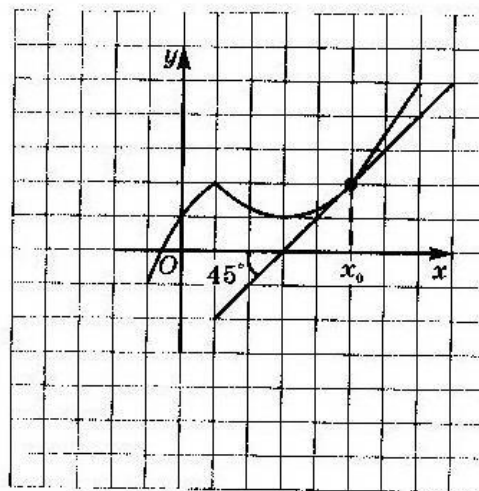




# Вариант 1 (красный)

Вариант 1

1. Определите значение  $f'(x_0)$  для функции  $y = f(x)$ , график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой  $s(t) = t^2 - 1$ , где  $t$  время (в секундах),  $s(t)$  — отклонение точки в момент времени  $t$  (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени  $t$ , если  $t = 0,5$  с.

## Вариант 1

1. Составьте уравнение касательной к графику функции  $y = x^3 - 2x^2 + 3x + 4$  в точке с абсциссой  $x = 2$ .
2. Касательная, проведенная к графику функции  $y = 2x^3 - 6x^2 + 7x - 9$  в некоторой точке, образует с положительным направлением оси  $Ox$  угол  $45^\circ$ .
  - а) Найдите координаты точки касания;
  - б) составьте уравнение касательной.

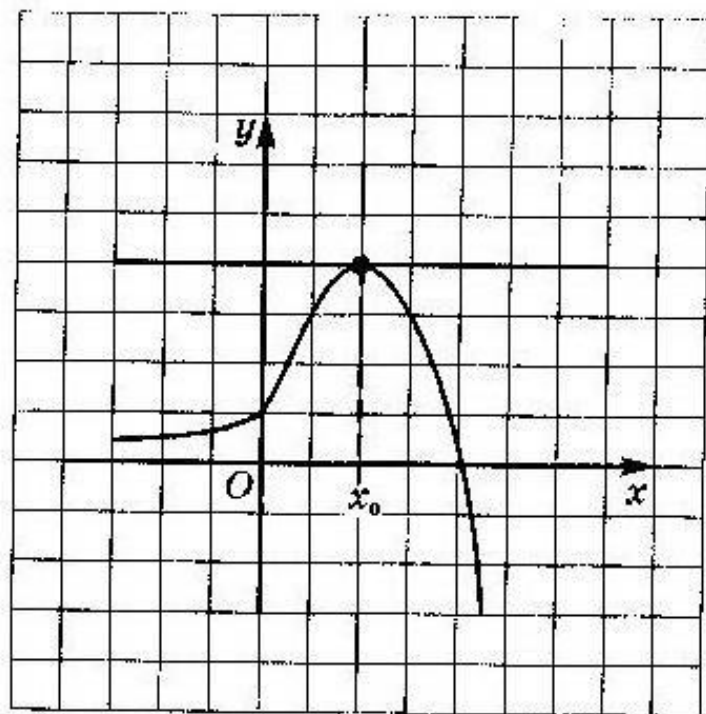
# Вариант 2 (синий)

## Вариант 2

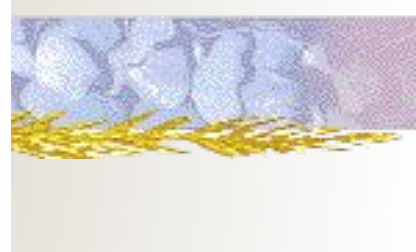
1. Найдите тангенс угла  $\varphi$  между касательной к графику функции  $y = 2 \operatorname{tg} x$  в точке с абсциссой  $x_0 = \frac{\pi}{4}$  и положительным направлением оси  $Ox$ . Определите, острым или тупым является угол  $\varphi$ .
2. При каких значениях  $x$  выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , если известно, что  $f(x) = 10\sqrt{x} - x + 3$ ?

## Вариант 2

1. Определите значение  $f'(x_0)$  для функции  $y = f(x)$ , график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой  $s(t) = t^2 + 3$ , где  $t$  время (в секундах),  $s(t)$  — отклонение точки в момент времени  $t$  (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени  $t$ , если  $t = 0,75$  с.





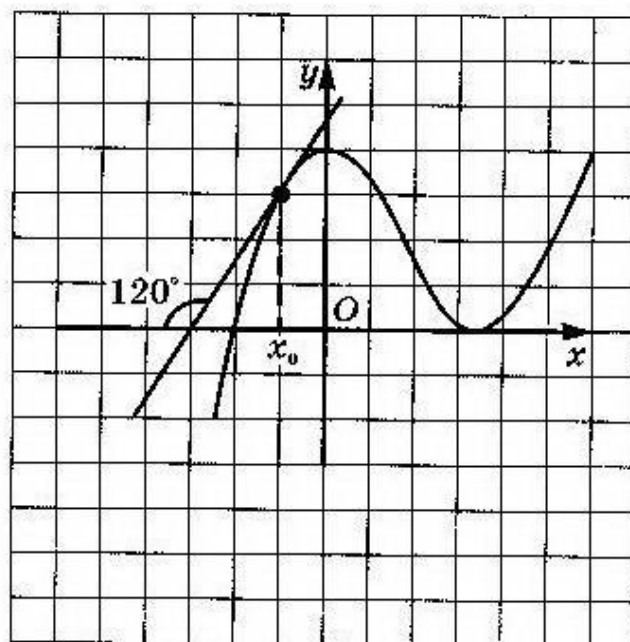
# Вариант 3 (зелёный)

## Вариант 3

1. Найдите тангенс угла  $\varphi$  между касательной к графику функции  $y = \frac{\operatorname{tg} x}{4}$  в точке с абсциссой  $x_0 = -\frac{\pi}{6}$  и положительным направлением оси  $Ox$ . Определите, острым или тупым является угол  $\varphi$ .
2. При каких значениях  $x$  выполняется равенство  $f'(x) = 0$ , если известно, что  $f(x) = 6\sqrt{x}(x^2 - 5)$ ?

### Вариант 3

1. Определите значение  $f'(x_0)$  для функции  $y = f(x)$ , график которой изображен на рисунке.



2. Закон движения точки по прямой задается формулой  $s(t) = t^2 + t$ , где  $t$  время (в секундах),  $s(t)$  — отклонение точки в момент времени  $t$  (в метрах) от начального положения. Найдите мгновенную скорость движения точки в момент времени  $t$ , если  $t = 1,8$  с.



# Алгоритм нахождения экстремумов функции

- Находим  $f'(x)$
- Определяем критические точки функции  $f(x)$ , т.е. точки, в которых  $f'(x)=0$  или  $f'(x)$  не существует. Располагаем их в порядке возрастания.
- Определяем знак  $f'(x)$  на каждом из промежутков  $(a;b)$  в критических точках
- Находим максимум и минимум
- Находим экстремальные значения функции в точках максимум и минимум
- Если не указан интервал, на котором исследуется функция  $y=f(x)$  на экстремум, то вначале следует найти область ее определения, а потом см.начало





# Таблица производных

**Производные элементарных функций:**

**Производные сложных функций:**

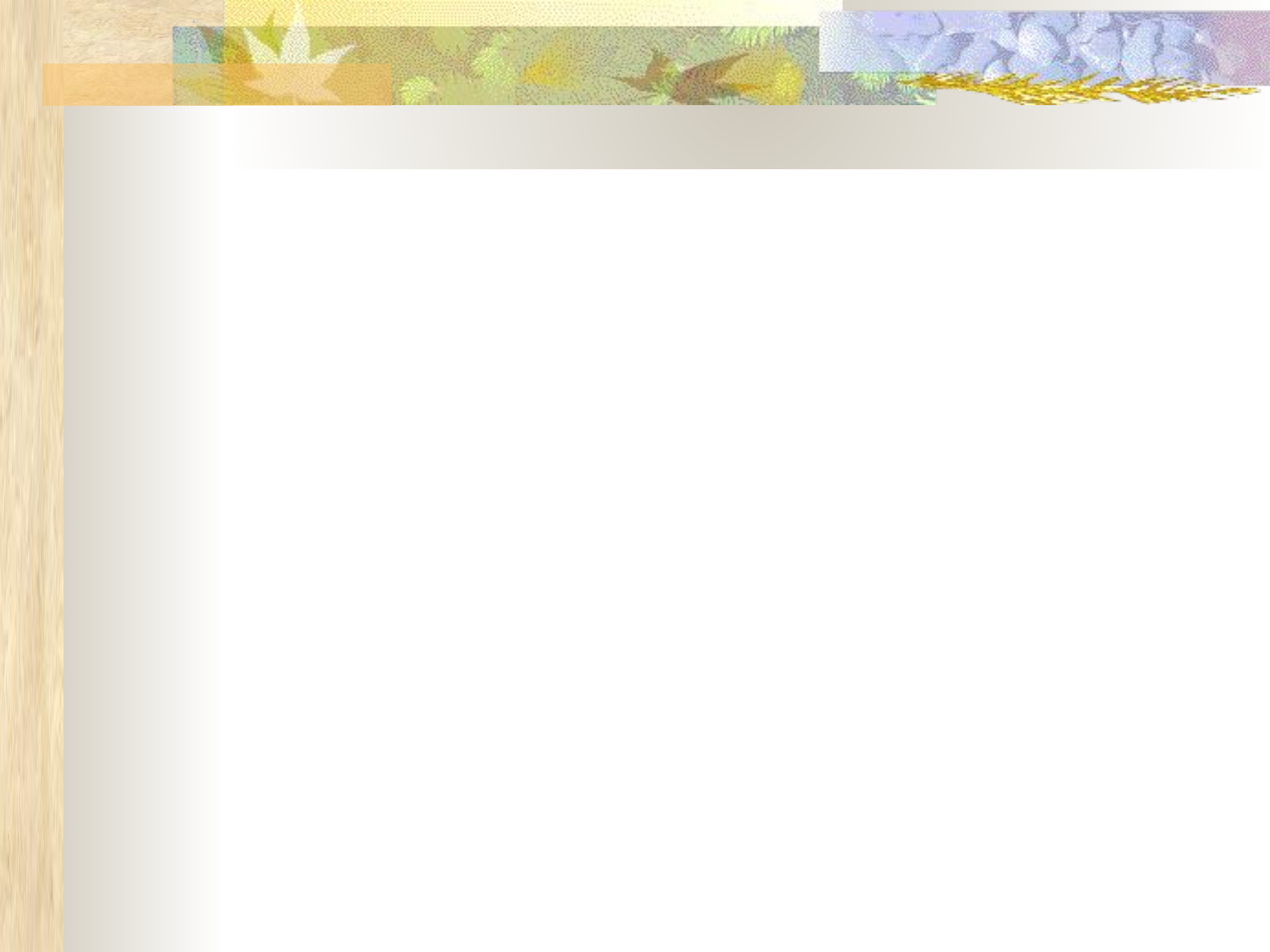
[Обращение к таблице](#)



**Производная**



Обучающий блок



# Производная в физике

- Производная функции, описывающей движение тела, равна скорости

$$S'(x) = V(x)$$

- Производная функции, описывающей скорость тела, равна ускорению

$$V'(x) = A(x)$$









# Алгоритм отыскания промежутков возрастания и убывания функции

- Находим область определения функции  $Y=f(x)$
- Вычисляем производную функции  $f'(x)$
- Решаем неравенства:
  - а)  $f'(x) > 0$ , находим промежутки возрастания функции  $y=f(x)$ ;
  - б)  $f'(x) < 0$ , находим промежутки убывания функции  $y=f(x)$ .
- Решение неравенства выполняется аналитически, либо методом интервалов.



# Применение производной

- Производная в физике 
- Геометрический смысл производной 
- Уравнение касательной к графику 
- Возрастание и убывание функции 
- Экстремумы функции на промежутке  $(a; b)$  