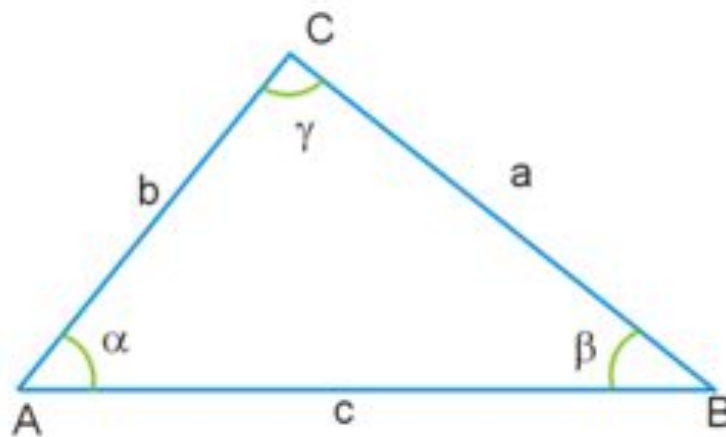


Неравенство треугольника

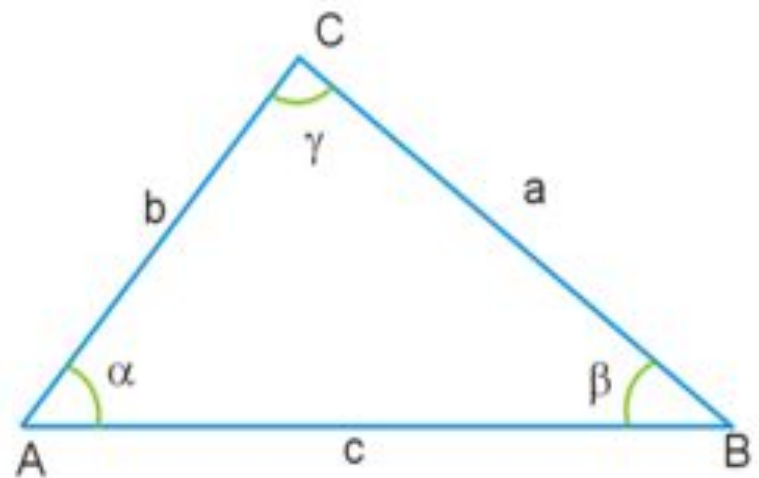
- Длина любой стороны треугольника не превосходит сумму длин двух других



$$|AC| \leq |AB| + |BC|$$

Следствия из неравенства треугольника

- Равенство $|AC| = |AB| + |BC|$ достигается только тогда, когда треугольник вырожден, и точка B лежит строго между A и C , на отрезке AC .
- Обратное неравенство треугольника
- $|AC| - |AB| \geq |BC|$



Задача 1:

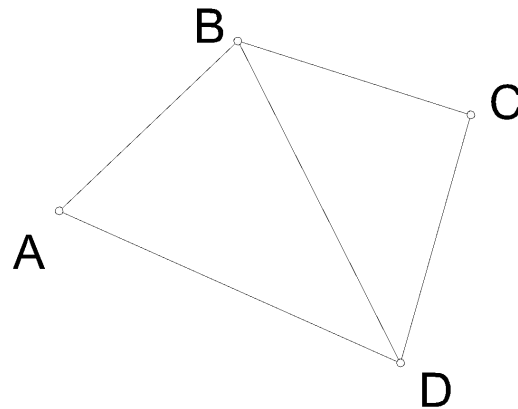
- a, b, c – стороны треугольника, c – целое число. Найти c .
- 1) $a=8, b=6, c>12$
- 2) $a = 3,17, b = 0,75$

Задача 1

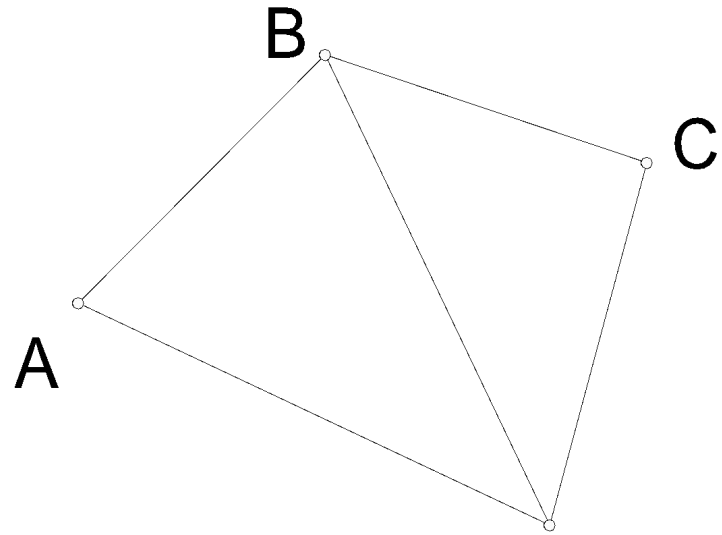
- РЕШЕНИЕ
- 1) Из неравенства треугольника $c < a+b$, $c < 8+6$, $c < 14$, по условию $c > 12$. Т.к. c - целое число, оно равно 13.
- 2) Из неравенства треугольника $c < a+b$, $c < 3,17+0,75$, $c < 3,92$; но из обратного неравенства треугольника $c > a-b$, т.е. $c > 3,17-0,75$, $c > 2,42$. Т.к. c - целое число, оно равно 3.

Задача 2

- Доказать, что в четырехугольнике диагональ меньше половины периметра.



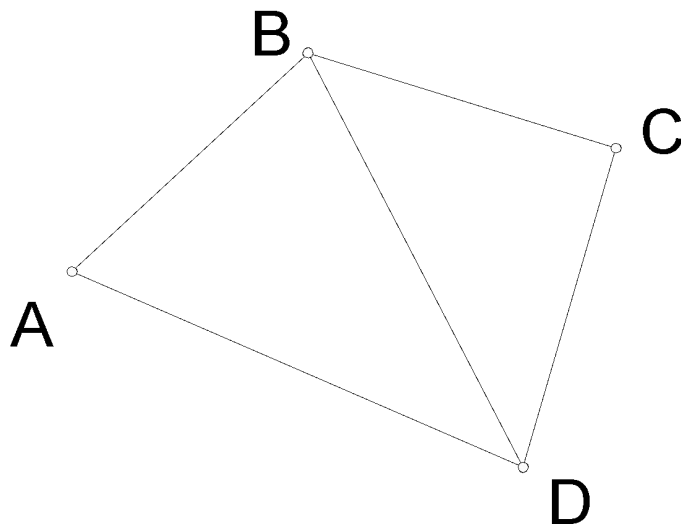
Задача 2



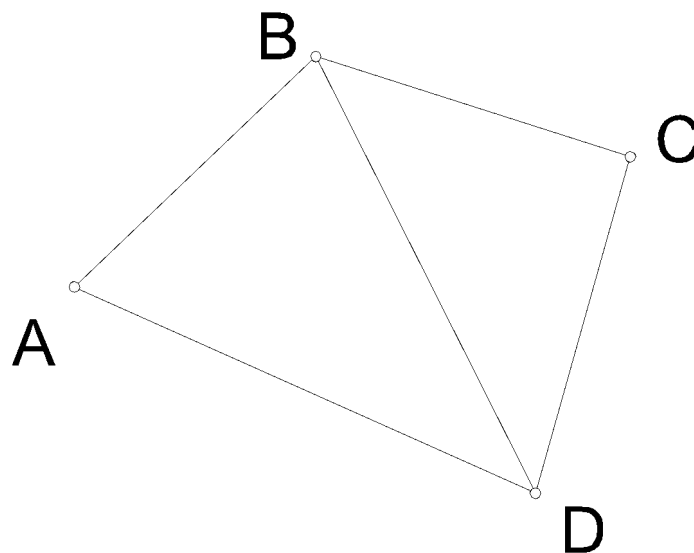
- РЕШЕНИЕ. Рассмотрим четырехугольник ABCD. Из неравенства треугольника $BD < BC + CD$, $BC < BA + AD$, тогда $2BD < BC + CD + DA + AB$, $2BD < P_{ABCD}$.

Задача 3:

- Доказать, что в четырехугольнике любая сторона меньше суммы остальных.



Задача 3



РЕШЕНИЕ.

Рассмотрим четырехугольник ABCD.

Из неравенства треугольника

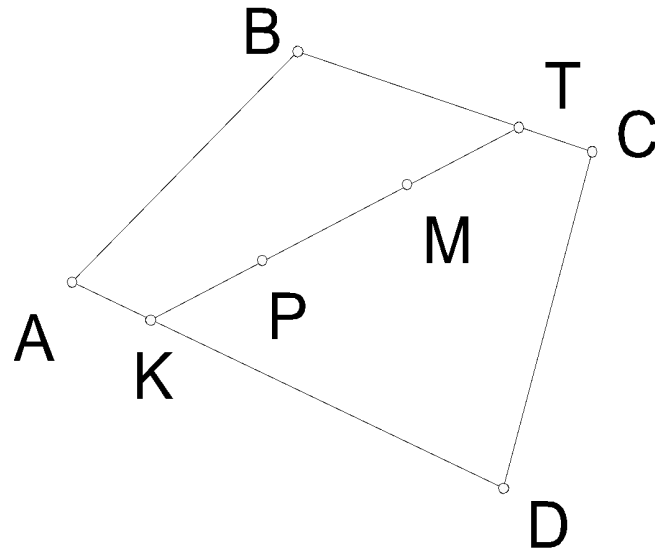
$AB < AD + DB$, $BD < BC + CD$, отсюда

$AB < AD + BC + CD$.

Задача 4

- М и Р – точки внутри четырехугольника. Доказать, что расстояние между ними меньше половины периметра четырехугольника.

Задача 4



- РЕШЕНИЕ. Рассмотрим четырехугольник ABCD. Продлим отрезок MP до пересечения со сторонами четырехугольника – K и T. $KT > PM$. Т.к. в четырехугольнике любая сторона меньше суммы остальных (задача 3), то $KT < KD + DC + CT$, $KT < KA + AB + BT$, получаем $2KT < PABCD$ и $PM < KT < 0.5PABCD$.

Задача 5

- Есть 7 прутьев длиннее 9 см, но короче 1 м. Доказать, что из трех из НИХ МОЖНО СОСТАВИТЬ ТРЕУГОЛЬНИК.

Задача 5

- РЕШЕНИЕ. Предположим, что треугольник составить нельзя. Берем 2 самых коротких, их длина больше 9 см. Следующим должен быть больше $9 + 9 = 18$ см, иначе можно составить треугольник. Четвертый больше $18 + 9 = 27$, пятый больше $27 + 18 = 45$, шестой больше $45 + 27 = 72$, и последний будет больше $72 + 45 = 112$, что больше метра. Получили противоречие.