

ТЕМА: ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ

$$y = \sin x \text{ и } y = \cos x$$


ОПРЕДЕЛЕНИЕ

ЧИСЛОВЫЕ ФУНКЦИИ, ЗАДАННЫЕ
ФОРМУЛАМИ

$$Y = \sin X \quad \text{И} \quad Y = \cos X,$$

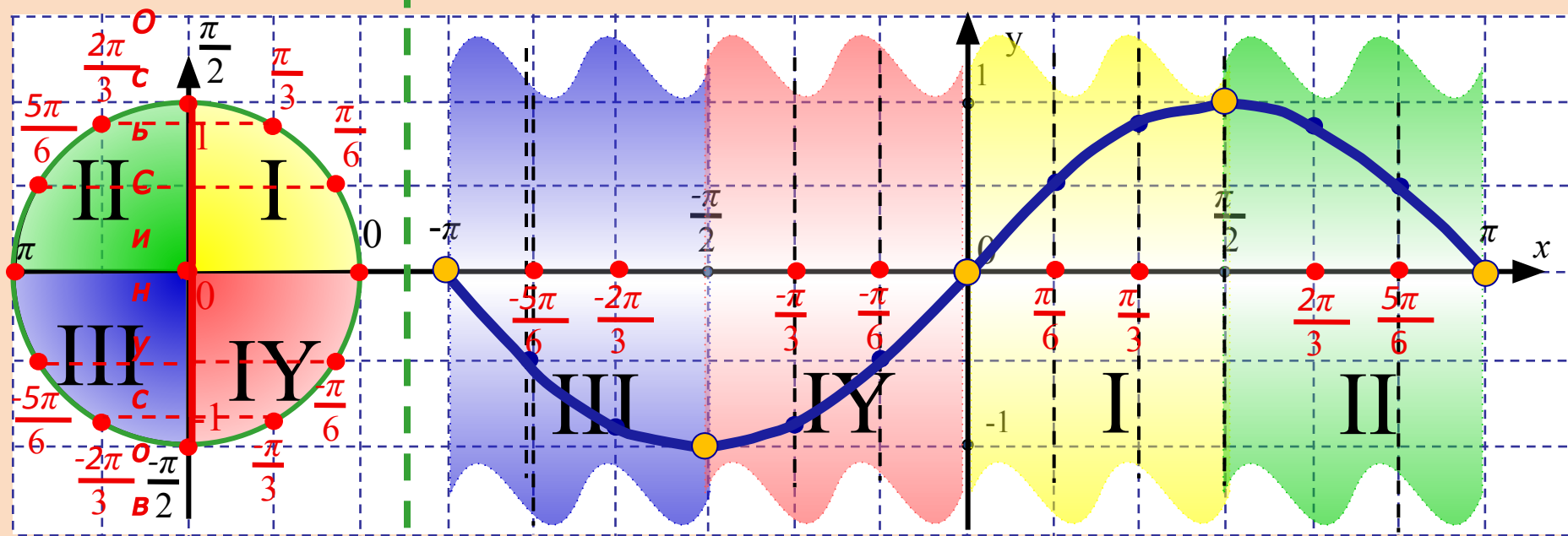
НАЗЫВАЮТ СООТВЕТСТВЕННО
СИНУСОМ И КОСИНУСОМ.

Устная разминка

0	1	$\sqrt{2}/2$	-1
-1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/2$	1
$\sqrt{3}$	-1	1	-1
1	0	1/2	 Молодец !

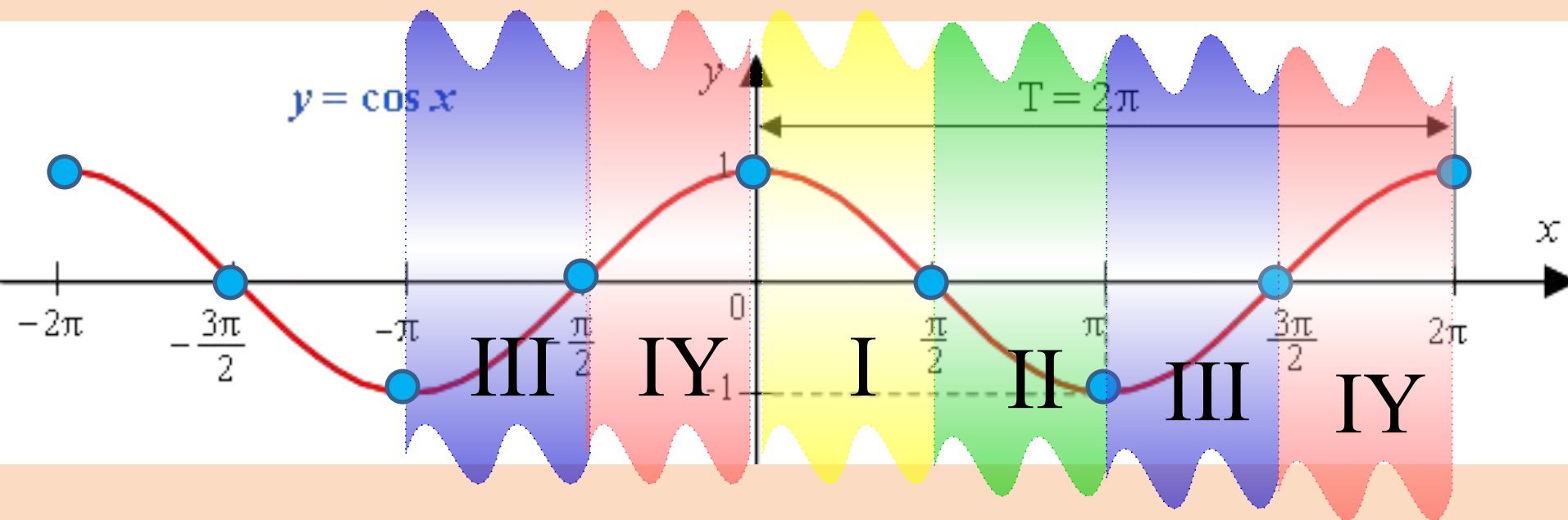
Построение графика функции $y = \sin x$ с применением тригонометрического круга

π - ШЕСТЬ КЛЕТОК



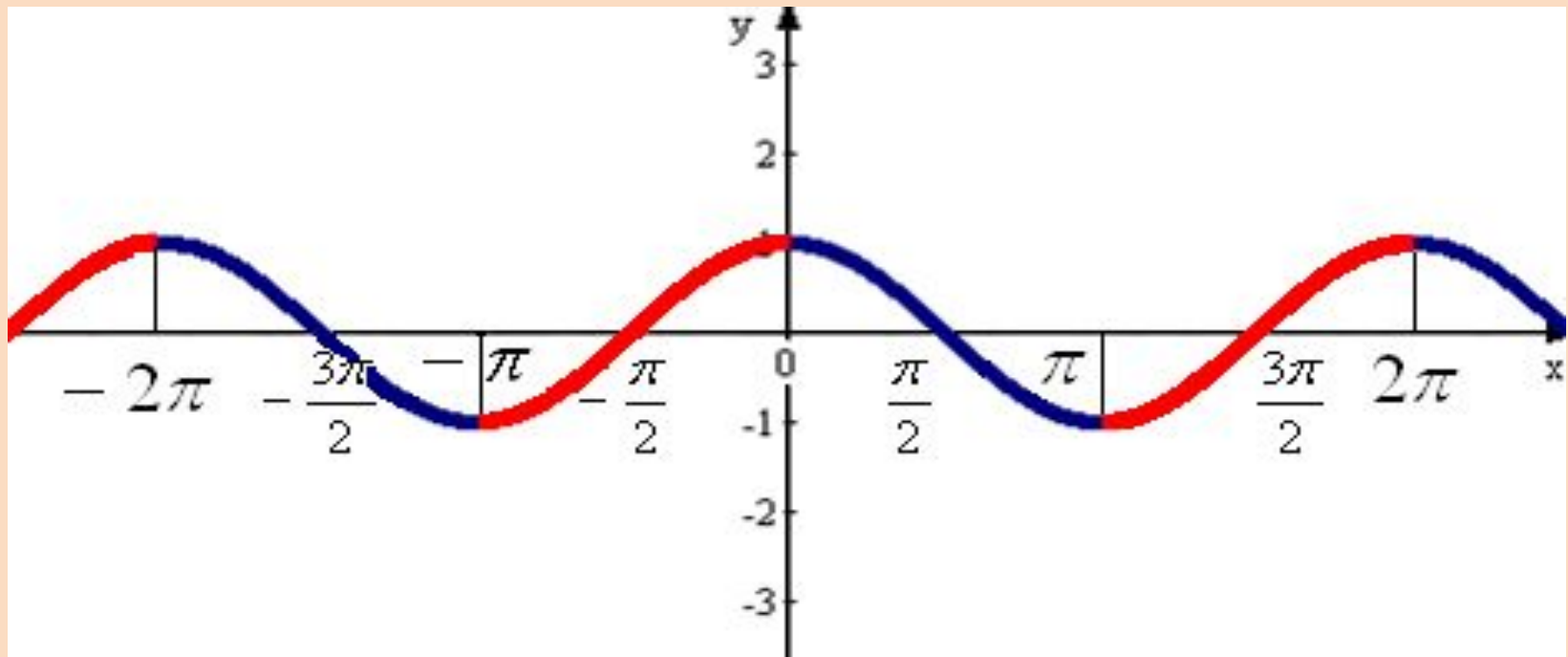
Аналогично строится график функции $y=\cos x$, он симметричен относительно оси OY .

x	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$	$2\pi/3$	$3\pi/4$	$5\pi/6$	π
$y=\cos x$	1	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{2}/2$	$1/2$	0	$-1/2$	$-\sqrt{2}/2$	$-\sqrt{3}/2$	-1



Свойства функции $y = \cos x$

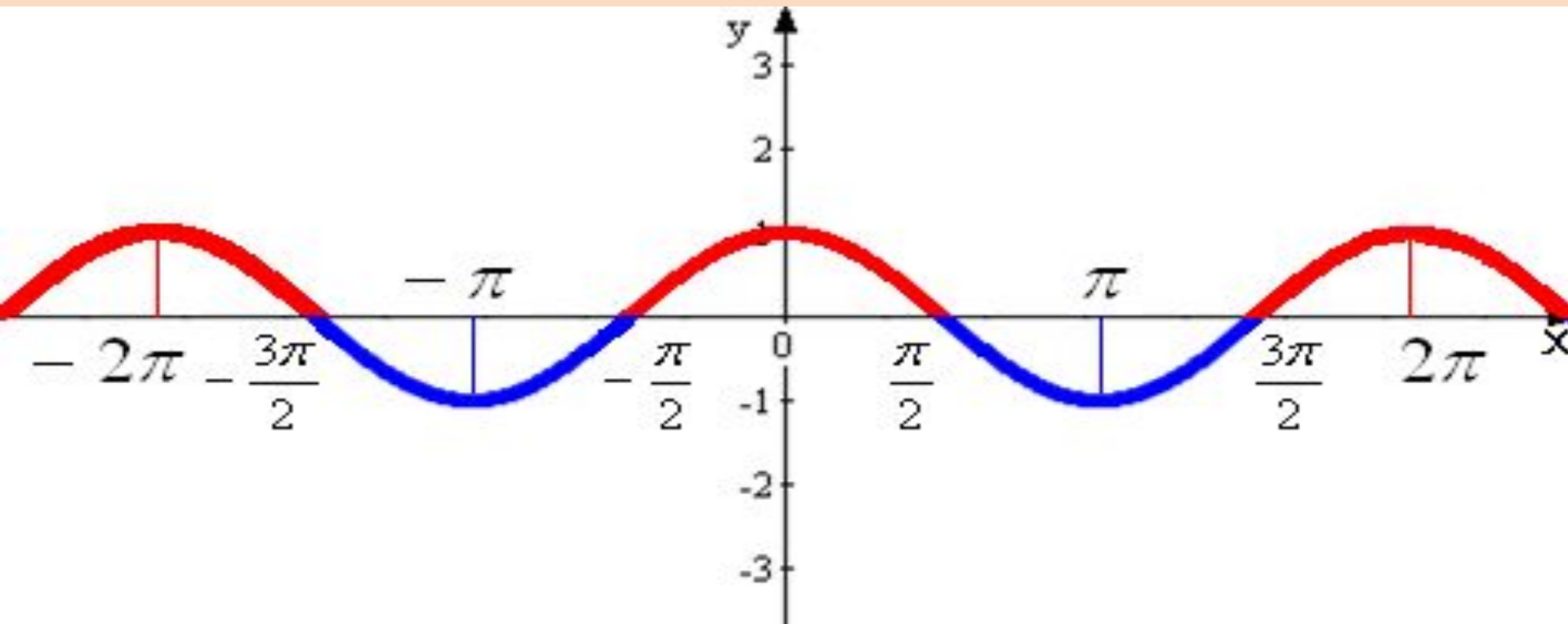
- Область определения: $D(f): x \in R$;
- Множество значений: $y \in [-1; 1]$;
- Периодичность: $T = 2\pi$;
- Четность: *четная, т.к. $\cos(-x) = \cos x$, график симметричен относительно оси ординат;*
- Функция возрастает при: $\pi + 2\pi n \leq x \leq 2\pi(n+1)$, $n \in Z$;
- Функция убывает при: $\pi n \leq x \leq \pi + 2\pi n$, $n \in Z$.



Свойства функции $y = \cos x$

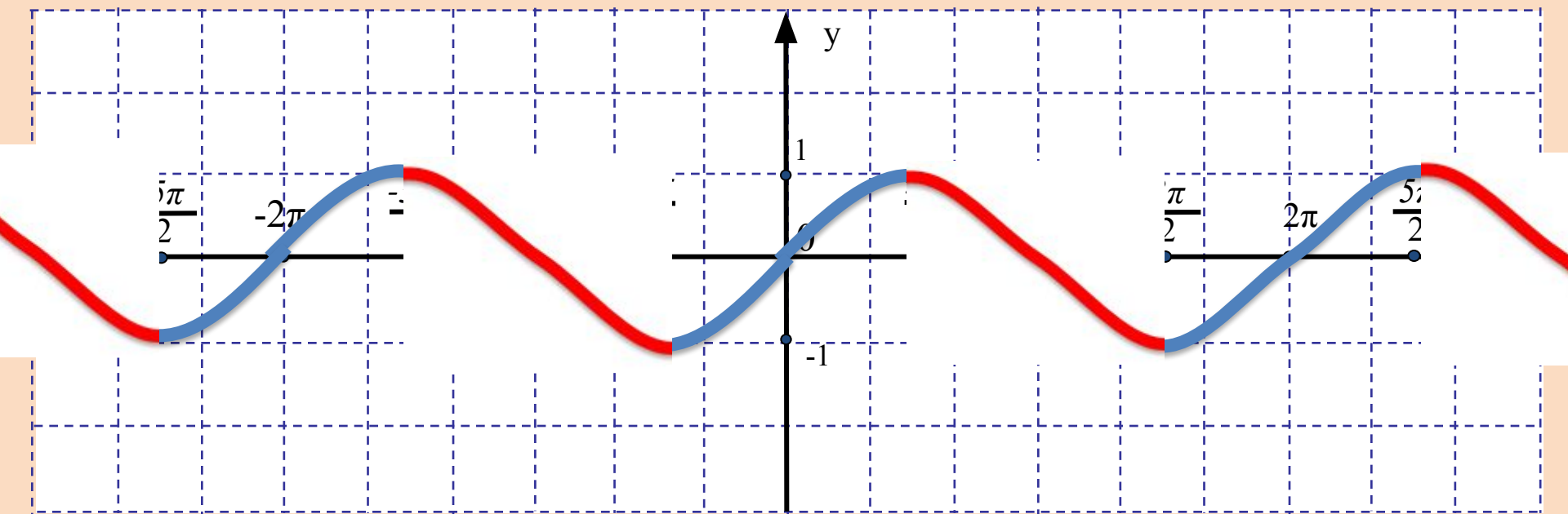
(продолжение)

- Функция принимает значения:
 - Равные нулю при $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 - Положительные при $-\pi/2 + 2\pi n < x < \pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 - Отрицательные при $\pi/2 + 2\pi n < x < 3\pi/2 + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 - Наибольшее, равное 1, при $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
 - Наименьшее, равное -1 , при $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.



Свойства функции $y = \sin x$

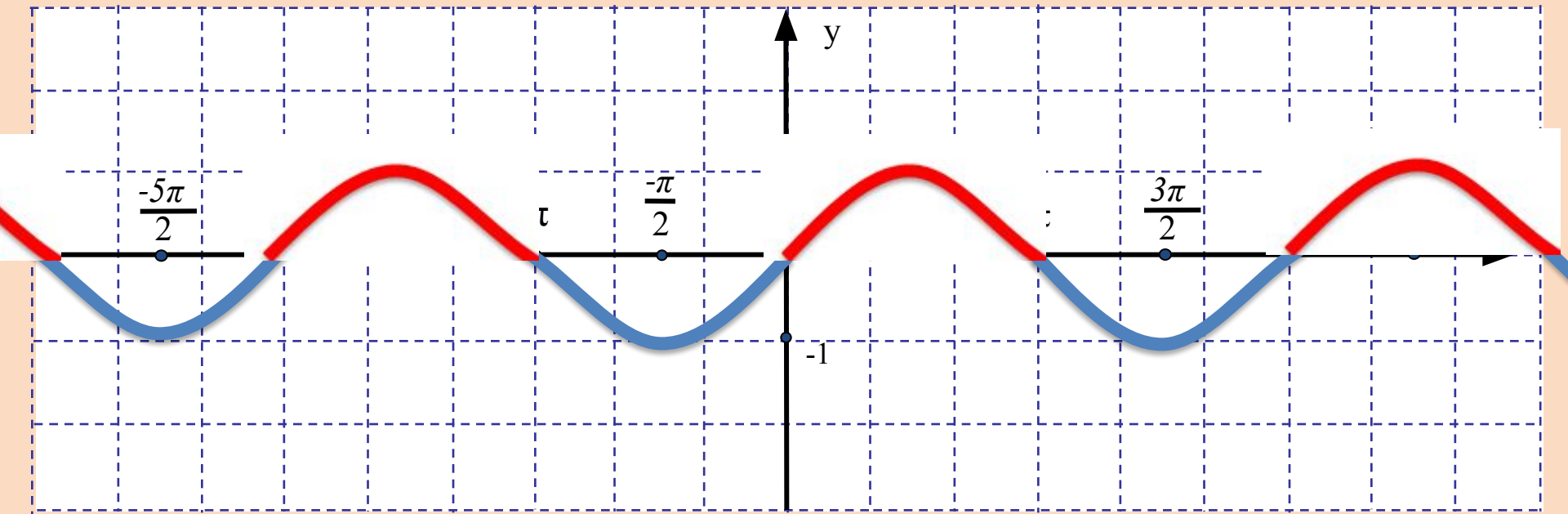
- Область определения: $D(f): x \in R$;
- Множество значений: $y \in [-1; 1]$;
- Периодичность: $T = 2\pi$;
- Четность: **Нечетная**, т.к. $\sin(-x) = -\sin x$,
график симметричен относительно начала координат;
- Функция возрастает при: $-\pi/2 + 2\pi k \leq x \leq \pi/2 + 2\pi k, k \in Z$;
- Функция убывает при: $\pi/2 + 2\pi k \leq x \leq 3\pi/2 + 2\pi k, k \in Z$.



Свойства функции $y = \sin x$

(продолжение)

- Функция принимает значения:
 - Равные нулю при $x = \pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 - Положительные при $2\pi k < x < \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 - Отрицательные при $\pi + 2\pi k < x < 2\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 - Наибольшее, равное 1, при $x = \pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$;
 - Наименьшее, равное -1, при $x = 3\pi/2 + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.



**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
ФУНКЦИЙ.**

**ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА
ФУНКЦИИ**

$$y = \sin x + m$$

$$y = \sin(x + t)$$

$$y = f(kx)$$

График функции $y=f(x)+t$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси OY ,

вверх на t единиц, если $t>0$,

или вниз, если $t<0$.

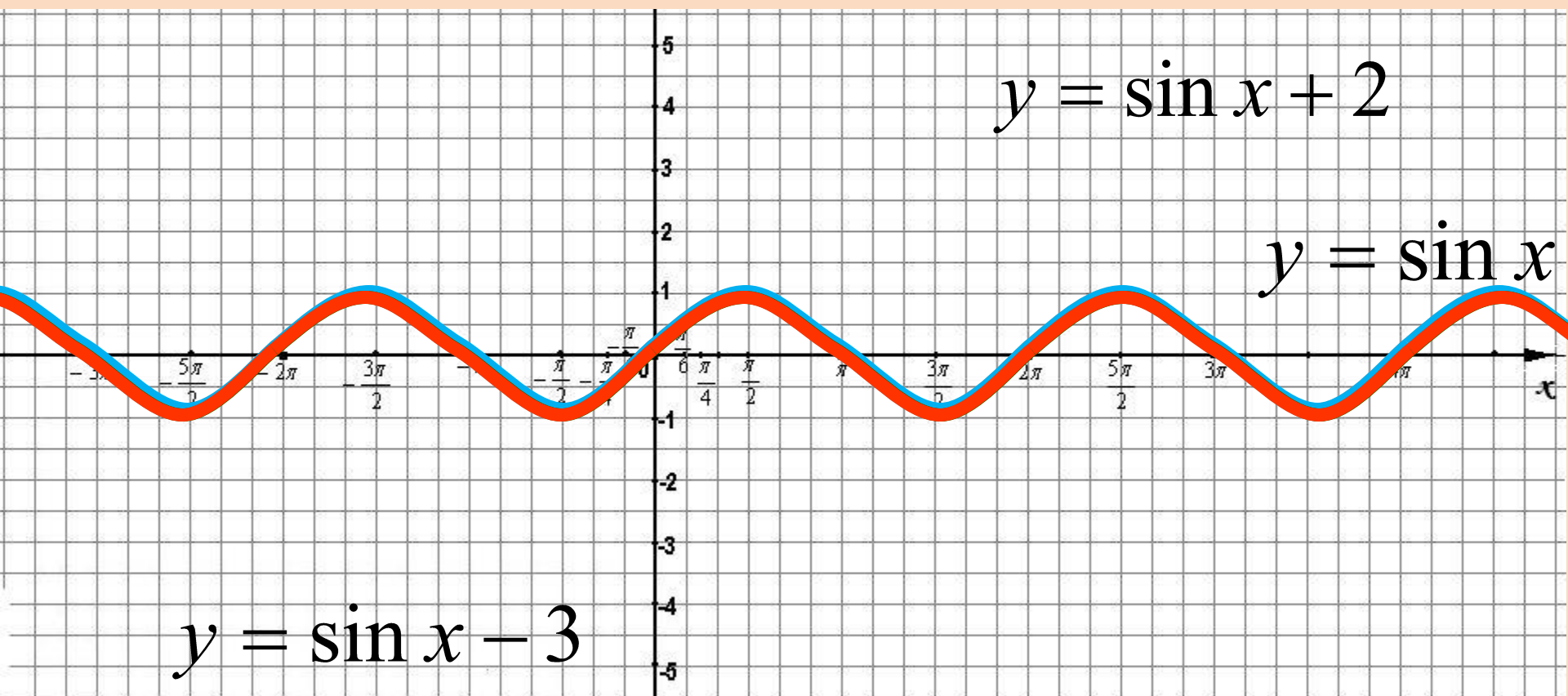
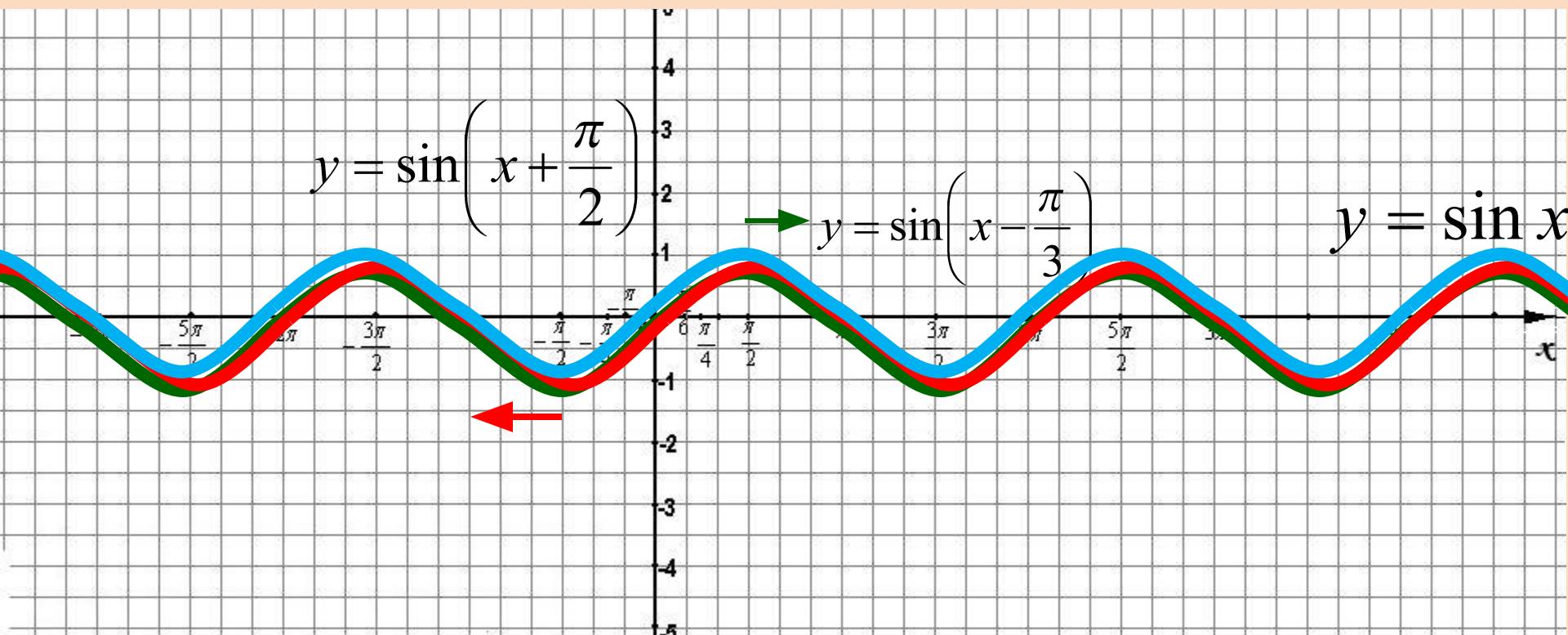


График функции $y = f(x + t)$ получается параллельным переносом графика функции $y=f(x)$ вдоль оси OX на $|t|$ единиц масштаба

влево, если $t > 0$

и вправо, если $t < 0$.



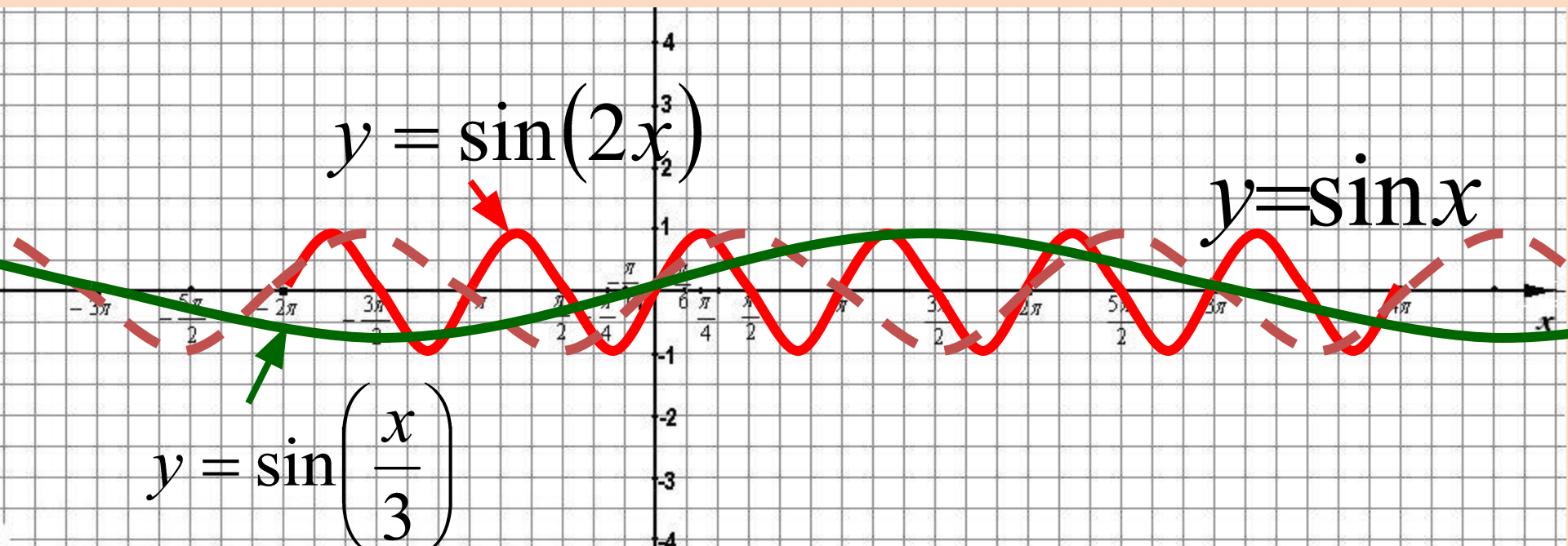
Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=kf(x)$ строится посредством *растяжения вдоль оси Oy* исходного графика, пропорционально коэффициенту в k раз, а именно:

- если $k > 1$, то растяжение в k раз
- если $0 < k < 1$, то сжатие в $1/k$ раз



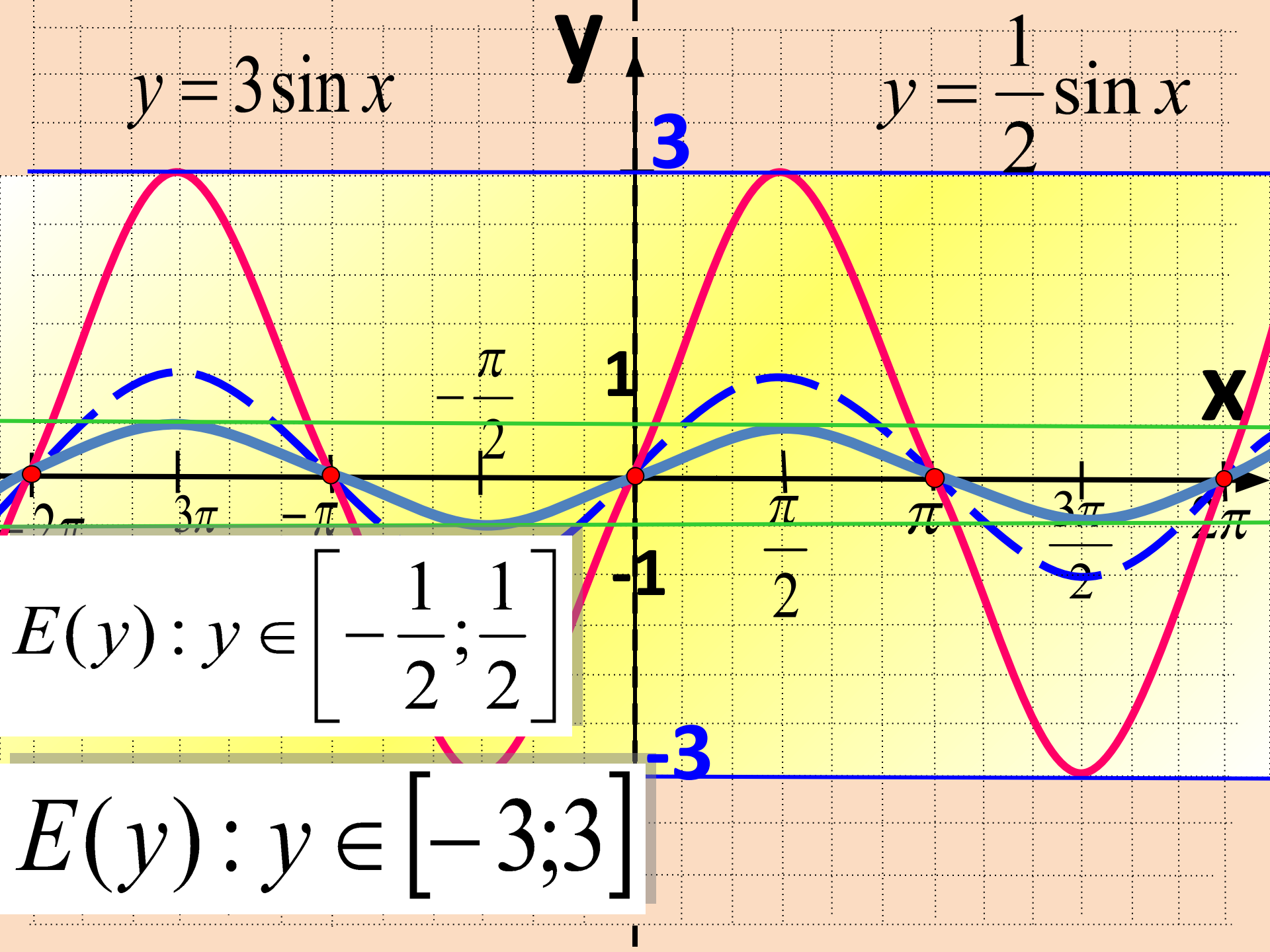
Если известен график функции $y=f(x)$, то график функции $y=f(kx)$ строится посредством *сжатия по оси Ox* исходного графика пропорционально коэффициенту k при аргументе, а именно:

- если $k>1$, то сжатие в k раз
- если $0<k<1$, то растяжение в $1/k$ раз



$$y = 3 \sin x$$

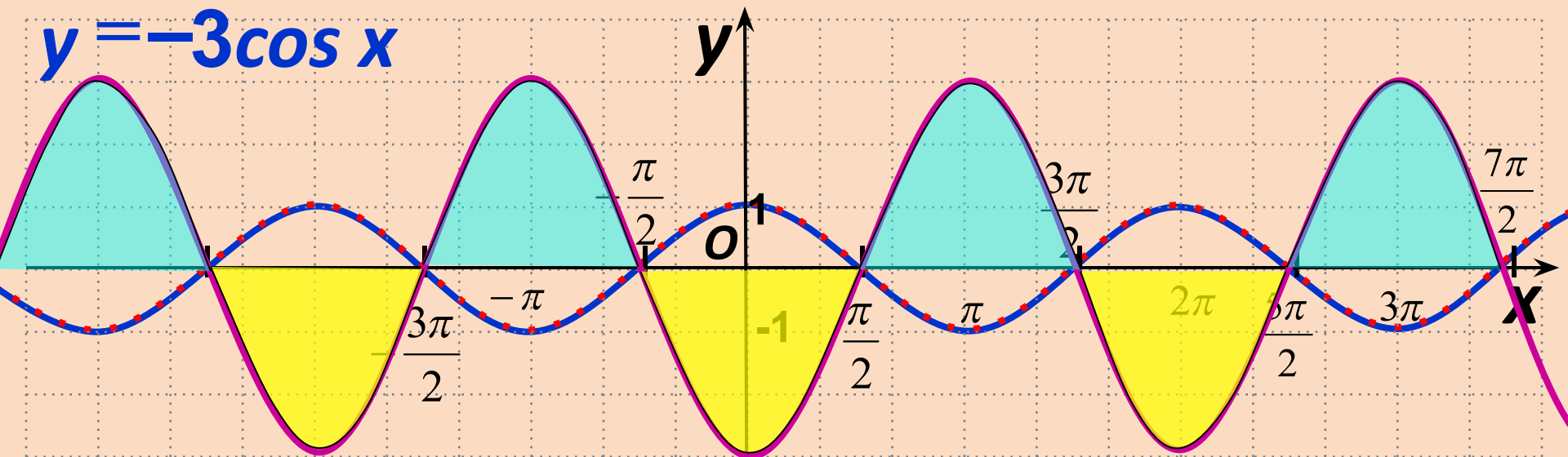
$$y = \frac{1}{2} \sin x$$



$$E(y) : y \in \left[-\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right]$$

$$E(y) : y \in [-3; 3]$$

$$y = -3\cos x$$



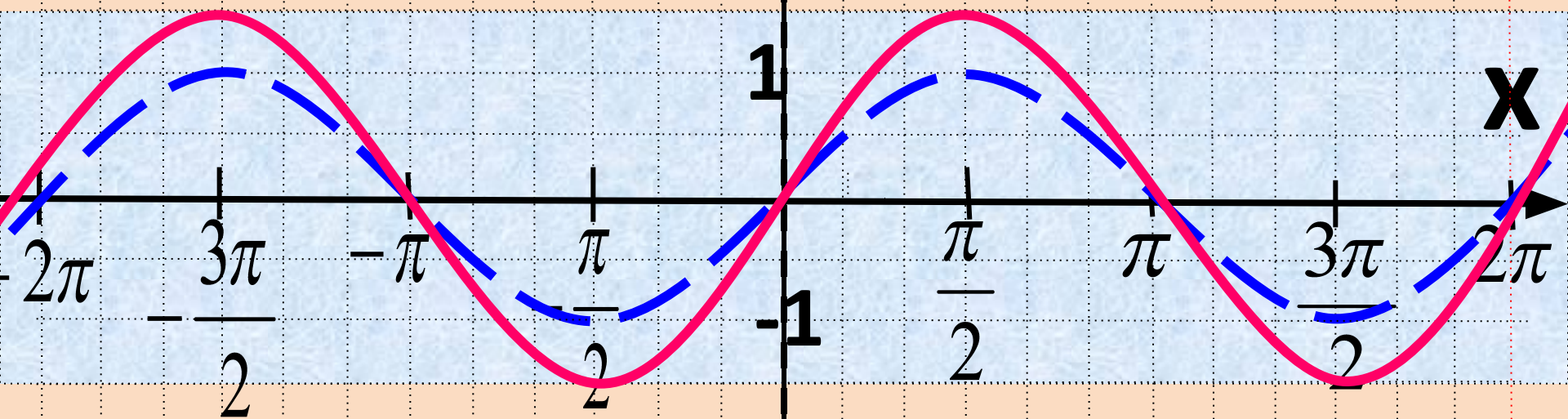
$$E(y): y \in [-3; 3]$$

Какие свойства еще изменились?

$$y > 0 \quad x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n \right)$$

$$y < 0 \quad x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n \right)$$

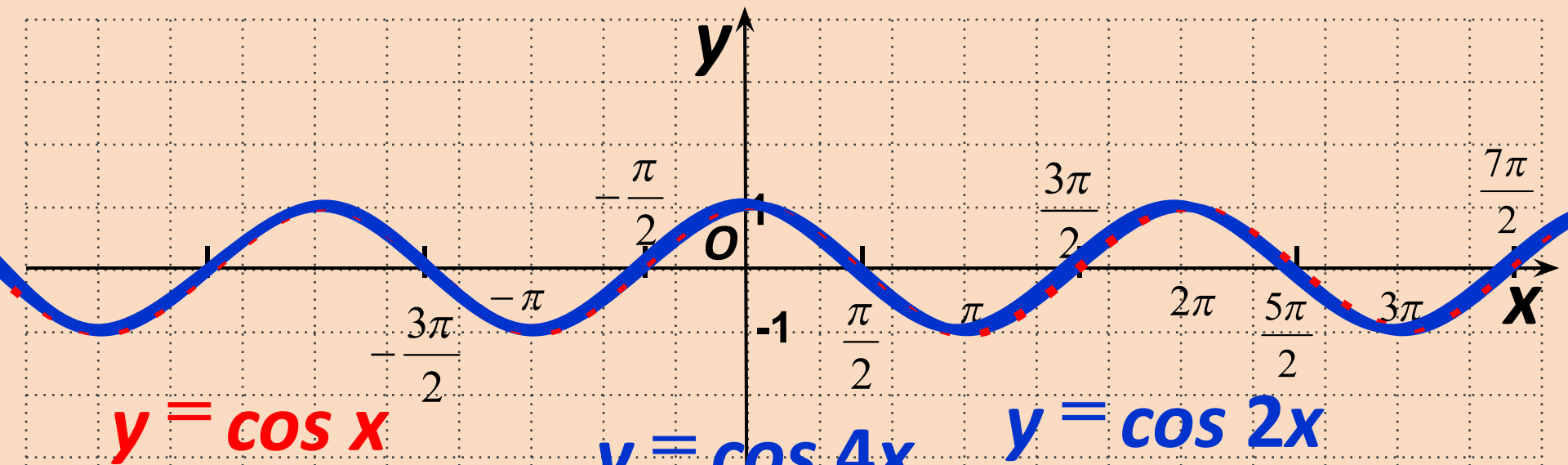
$$y = 1,5 \sin x - 1$$



Какие свойства еще

изменились?

$$E(y) : y \in [-2,5; 0,5]$$



$$y = \cos x$$

$$T = 2\pi$$

$$y = \cos 4x$$

$$T = \frac{\pi}{2}$$

$$y = \cos 2x$$

$$T = \pi$$

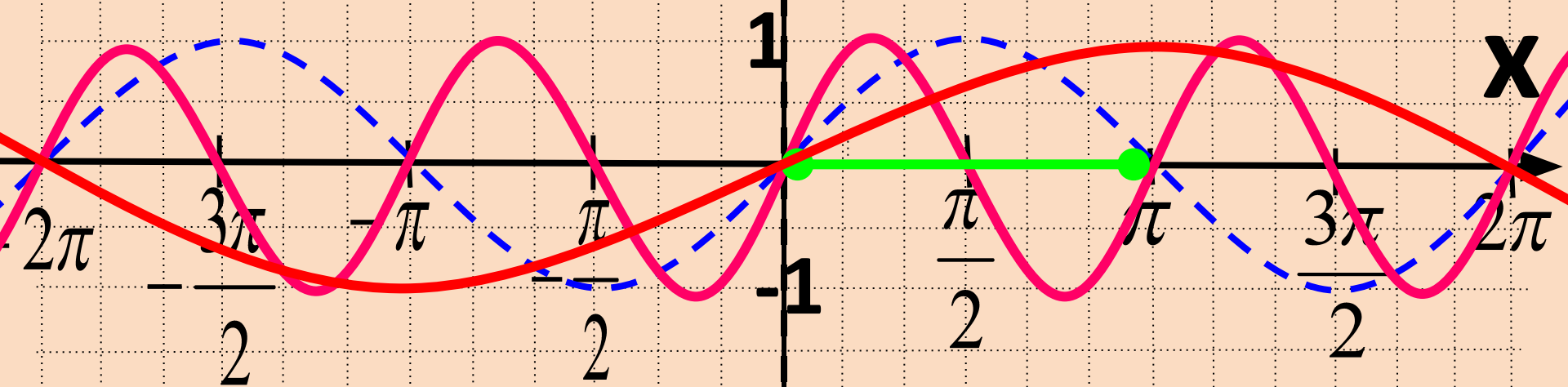
**Как найти период
функции?**

?

— π

$$y = \frac{1}{2} \sin 2x$$

$$y = 2 \sin \frac{x}{2}$$



$$T = \pi$$

$$T = 4\pi$$