# Применение производной

## Геометрический смысл производной

Попкова Т.Г. МБОУ СОШ № 2 г.Горячий Ключ

# № 1 б.

**4.1.11.** Прямая $y = -5x + 7$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 - 29x + 19$. Найдите $a$.

**касания.**

Решение: $ax^2 - 29x + 19 = -5x + 7;$

$ax^2 - 24x + 12 = 0;$

*1 корень* $D = 24^2 - 48a = 0;$

$a = 12.$

Решение: $k = -4, \; f'(x_0) = -4;$

$y' = 3x^2 - 6x - 1;$

$3x^2 - 6x - 1 = -4$

$3x^2 - 6x + 3 = 0;$

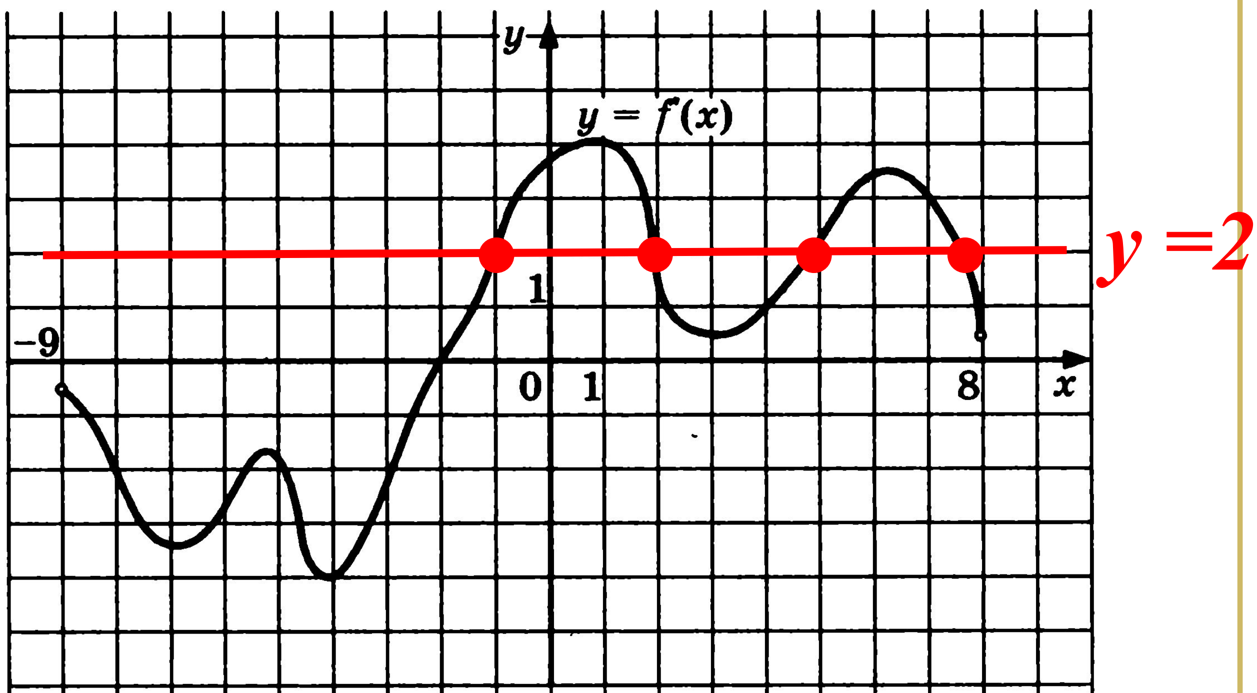
$x = 1.$

***Ответ: 1.***

## № 2.

**На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.**

$k = f'(x_0) = 2$

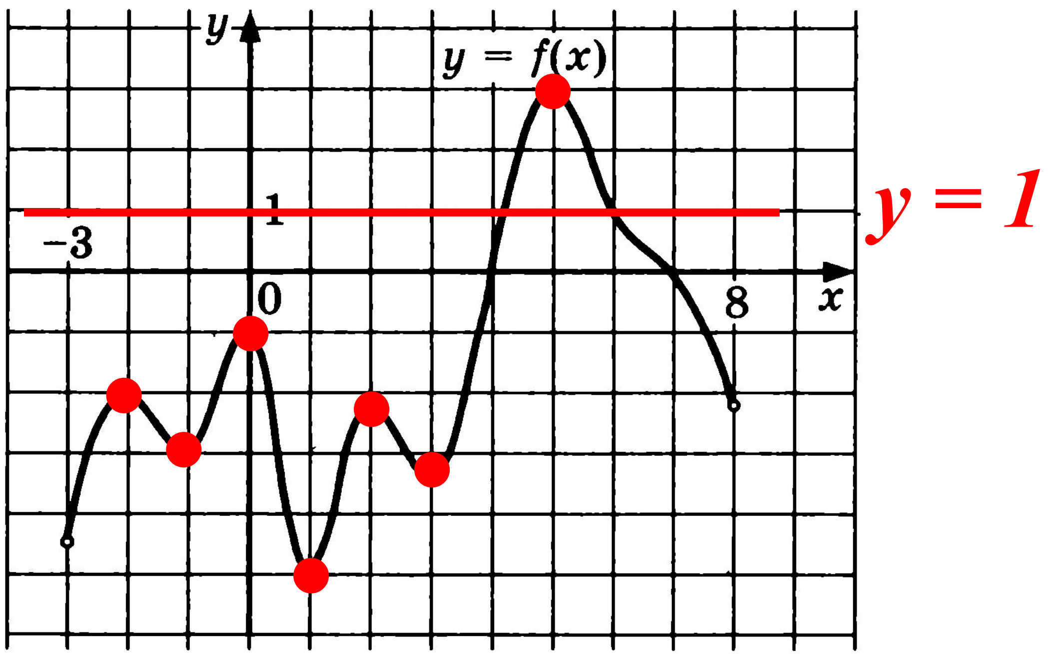



Ответ: 4.

№ 3.

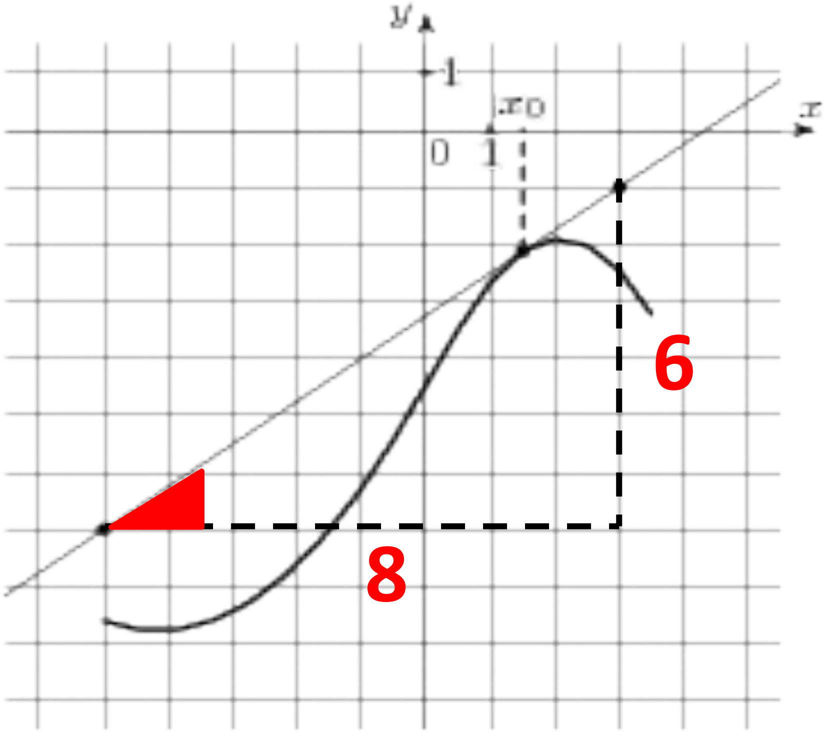
Ответ: 7.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 1$.



№ 4. На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции в точке $x_0$.

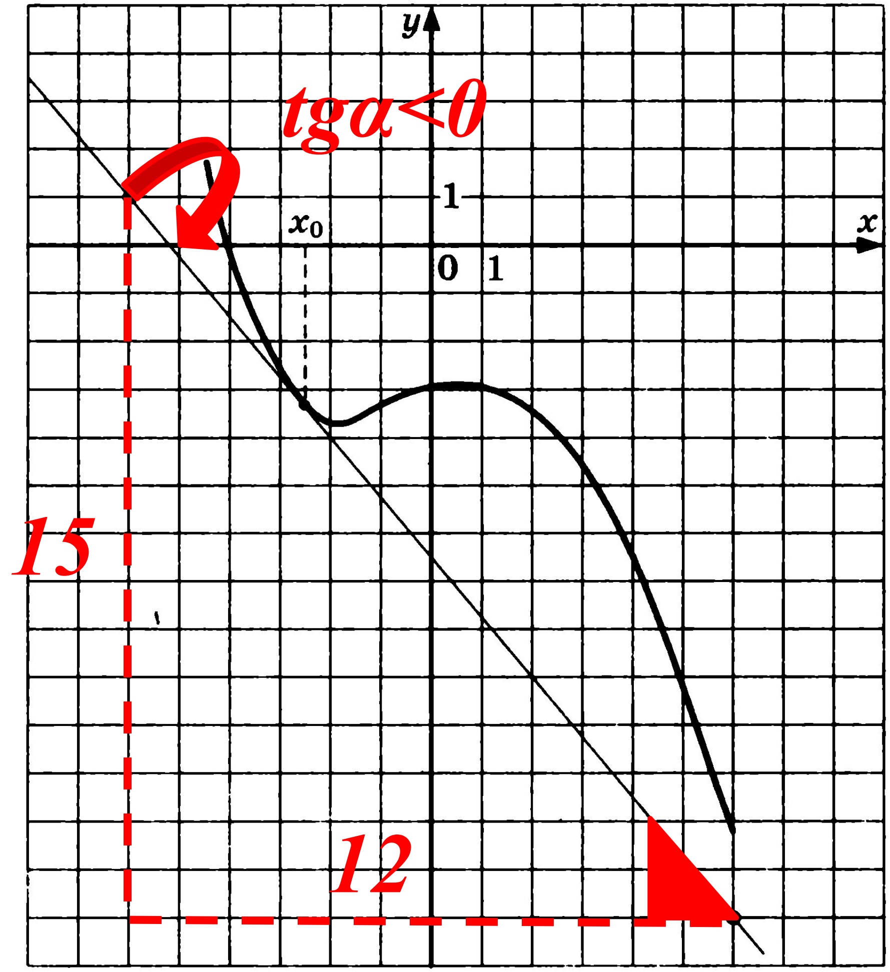
$$f'(x_0) = k = tg\alpha$$




Ответ: 0,75

№ 5.

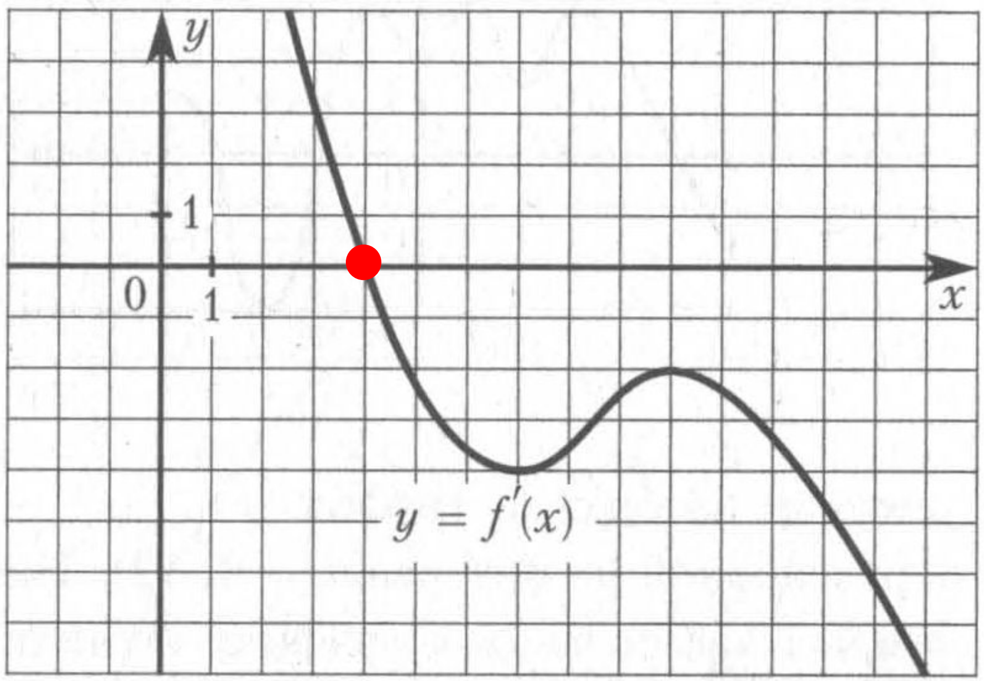
**На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой $x_0$. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке $x_0$.**




Ответ: - 1,25.

**4.1.7.** На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

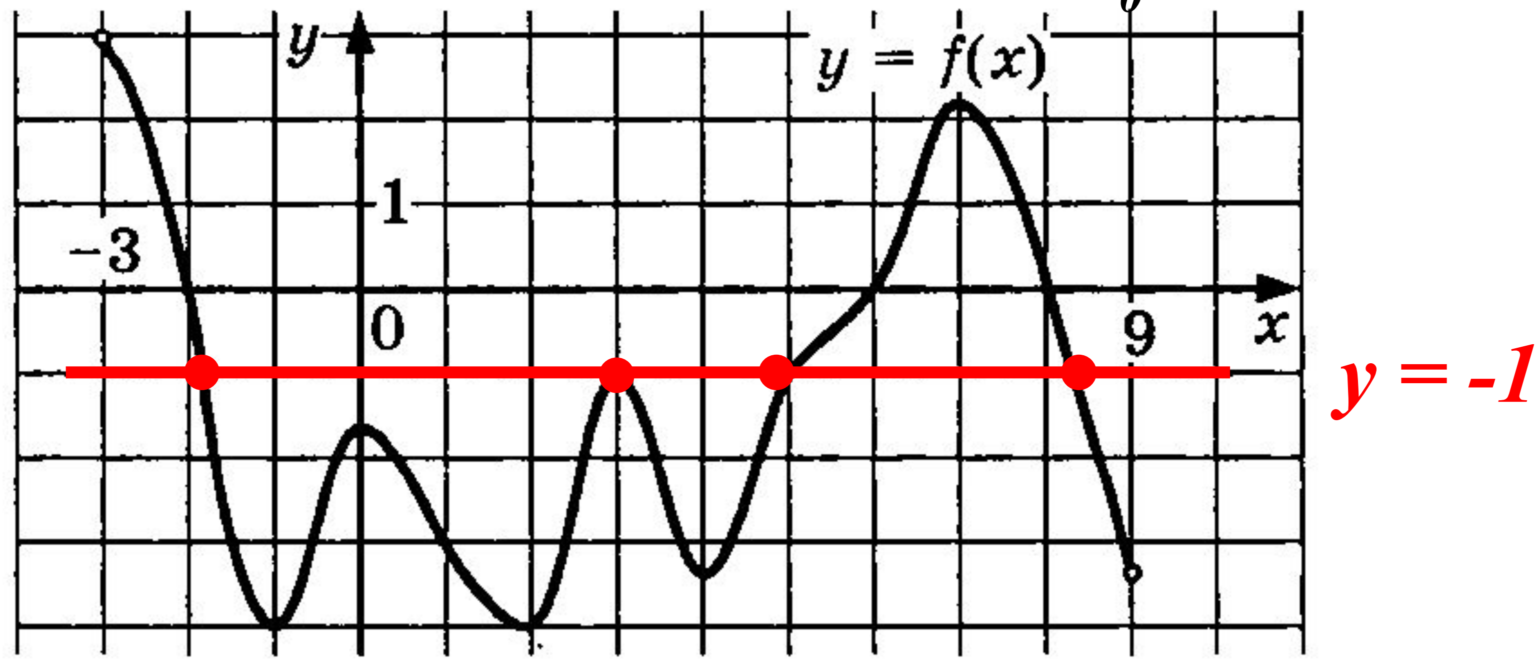
$\alpha = 0^o, \quad k = f'(x_0) = 0$




Ответ: 4.

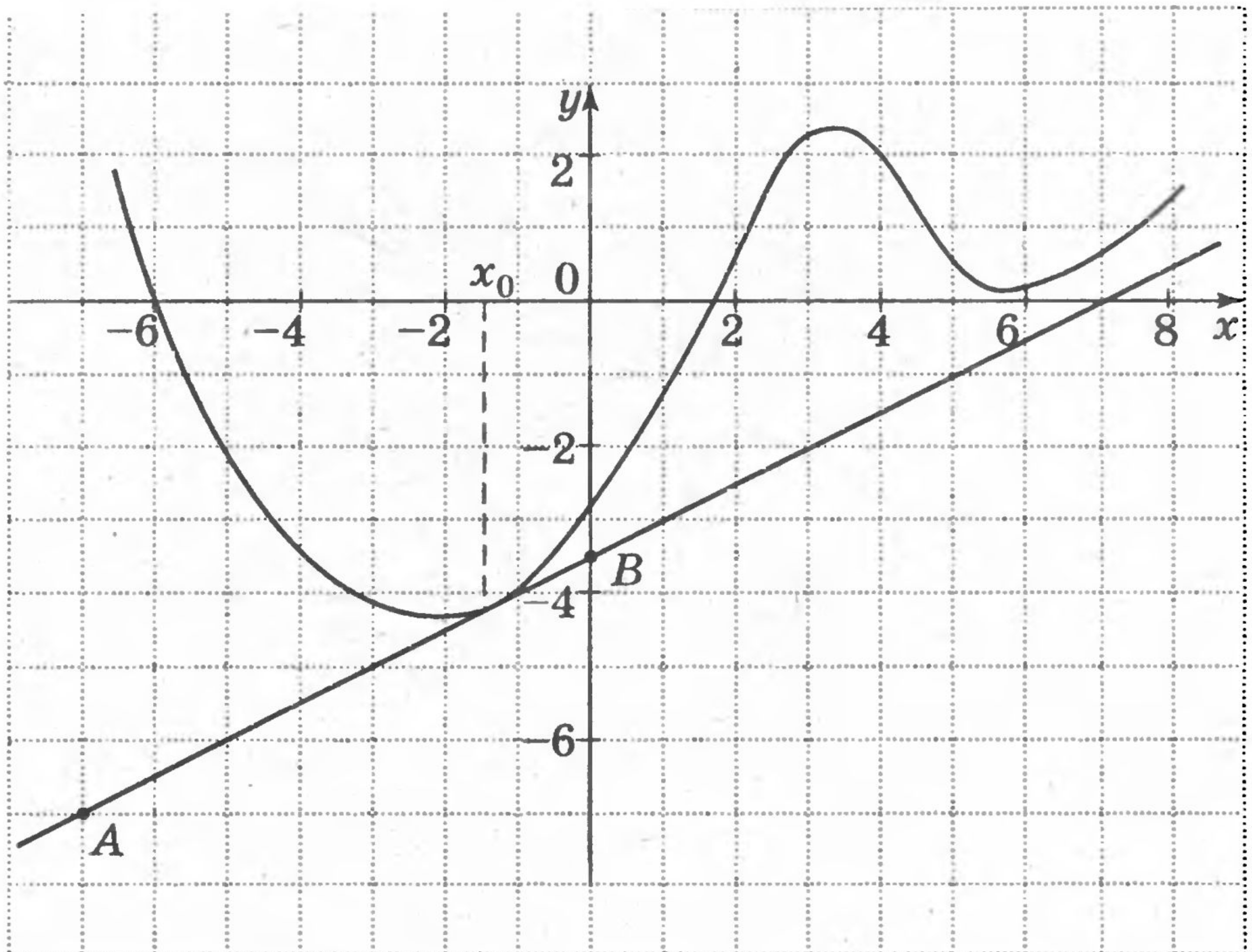
№ 7. На рисунке изображен график производной некоторой непрерывной функции ***y = f(x)***. Укажите количество точек, в которых касательная к нему образует с положительным направлением оси Ох угол 135º.

$k = f'(x_0) = tg135^o = -1$




Ответ: 4.

**8.** На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точки $A(-7; -7)$ и $B(0; -3{,}5)$, касается графика функции в точке $-1{,}5$. Найдите значение производной функции в этой точке.



**Решение:** $f'(x_\circ) = k; \quad y = kx+m$

$A(-7; -7),\ B(0; -3{,}5)$

$$\begin{cases} -7 = -7k + m; \\ -3{,}5 = m; \end{cases}$$

$7k = 7 + (-3{,}5)$

$7k = 3{,}5$

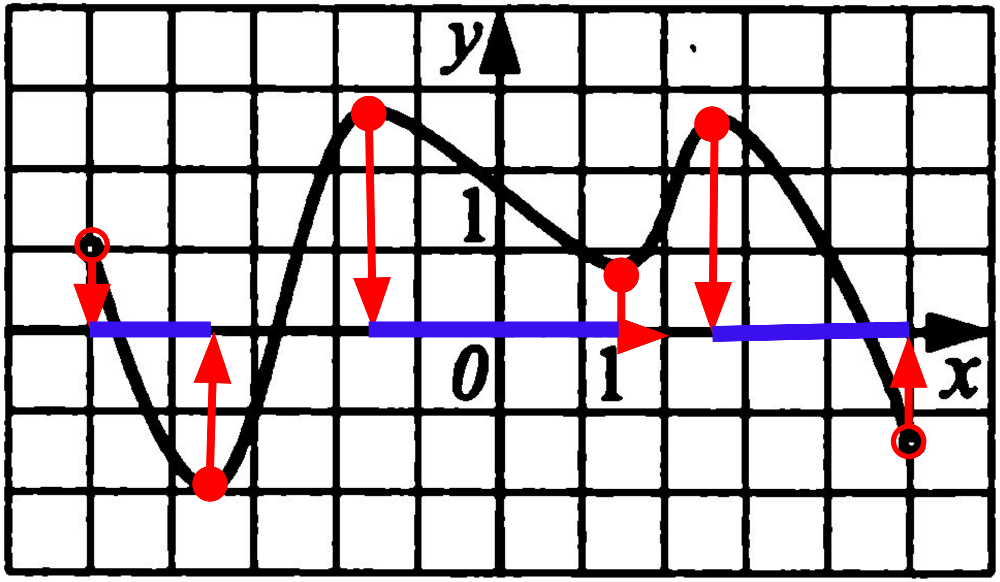
$k = 0{,}5.$

**Ответ: 0,5.**

**9**

На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-5; 5)$.

Укажите число точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции отрицательна.




Решение:

$f'(x) < 0$

Функция - убывает

*-4; -1; 0; 1; 3; 4*

***Ответ: 6.***

# Физический смысл производной $v(t)$, $x(t)$, $a(t)$.

***Повторим:***

Если известен закон движения материальной точки (тела) $\boldsymbol{x(t)}$, $\boldsymbol{s(t)}$ или $\boldsymbol{\varphi(t)}$, то мгновенная скорость в момент времени $\boldsymbol{t}$ вычисляется по формуле $\underline{\mathbf{v(t) = x'(t) = s'(t) = \varphi'(t)}}$,

а ускорение $\underline{\boldsymbol{a(t) = v'(t) = x''(t)}}$.

№ 1.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 1/6t^2 + 6t - 25$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения).

Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$с.

Решение: $\boldsymbol{v(t) = x'(t)}$.

$$\boldsymbol{v(t) = 1/3t + 6}$$

$$\boldsymbol{v(9) = 1/3 \cdot 9 + 6 = 3 + 6 = 9.}$$

**Ответ: 9м/с.**

# Самостоятельно:

1) Точка движется прямолинейно по закону $S(t)=6t-t^2$, где путь $S(t)$ измеряется в метрах, а время $t$ — в секундах. Найдите момент остановки тела.

2) Тело движется прямолинейно по закону

$$S(t)=\frac{1}{6}t^3+\frac{1}{2}t^2-t+1,$$

где путь $S(t)$ измеряется в метрах, а время $t$ — в секундах. Найдите ускорение тела в момент времени $t=2$ сек.

3) Тело движется прямолинейно по закону $S(t)=6t-t^2$, где путь $S(t)$ измеряется в метрах, а время $t$ — в секундах. Найдите путь, пройденный телом от начала измерения до остановки.

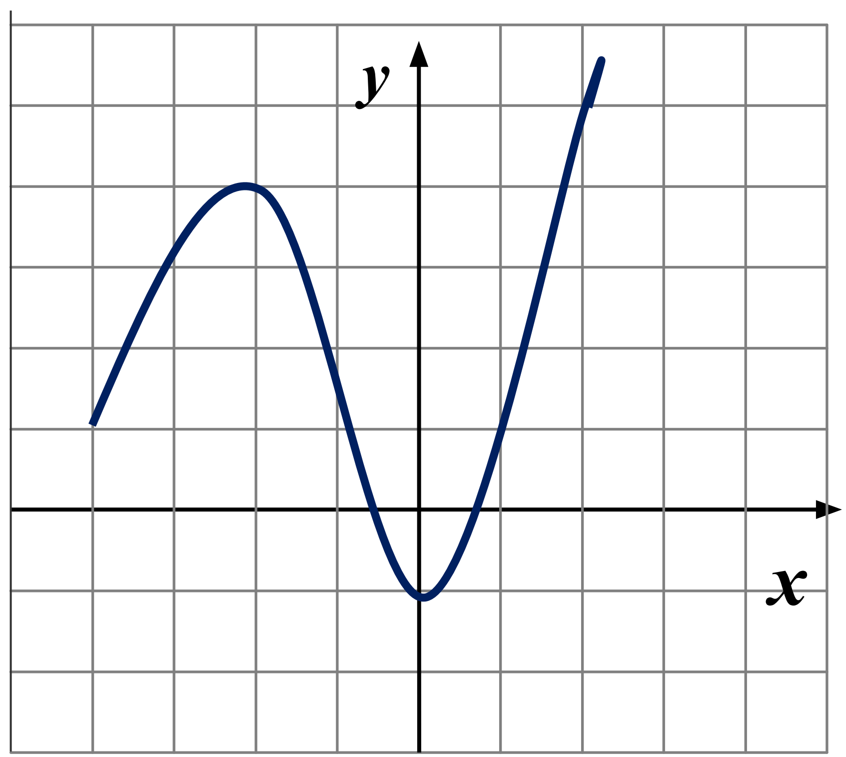
Ответы: 1) 3; 2) 3; 3) 9;

4) Мгновенная скорость тела изменяется по закону $V(t) = t^2 - 2t$, скорость измеряется в м/с, а время — в секундах. Найдите ускорение тела в момент времени $t = 1$ с.

5) Тело совершает колебания вокруг положения равновесия по закону $x(t) = 3\sin t + 4\cos t$. Найдите наибольшее отклонение тела от положения равновесия.

Ответ: 4) 0; 5) 5.

# Применение производной к исследованию функции



***1.D(f)*** = [ - 6; 5]

***2.E(f)*** = [ - 7; 8]

***3.*** $y_{наим}$ = - 7

$y_{наиб}$ = 8

***4.Возрастает на***

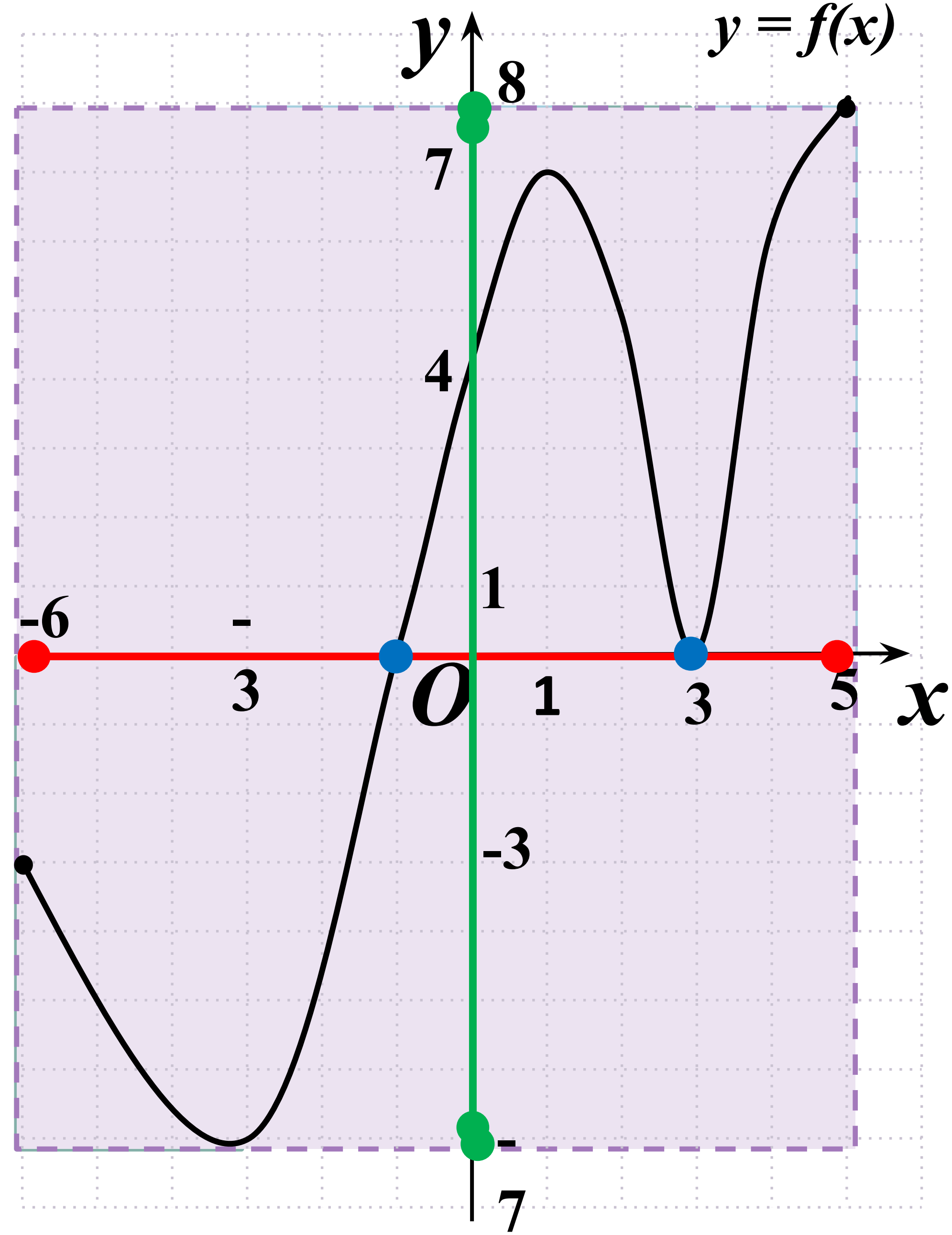
[-3;1] и [3;5]

***5.Убывает на***

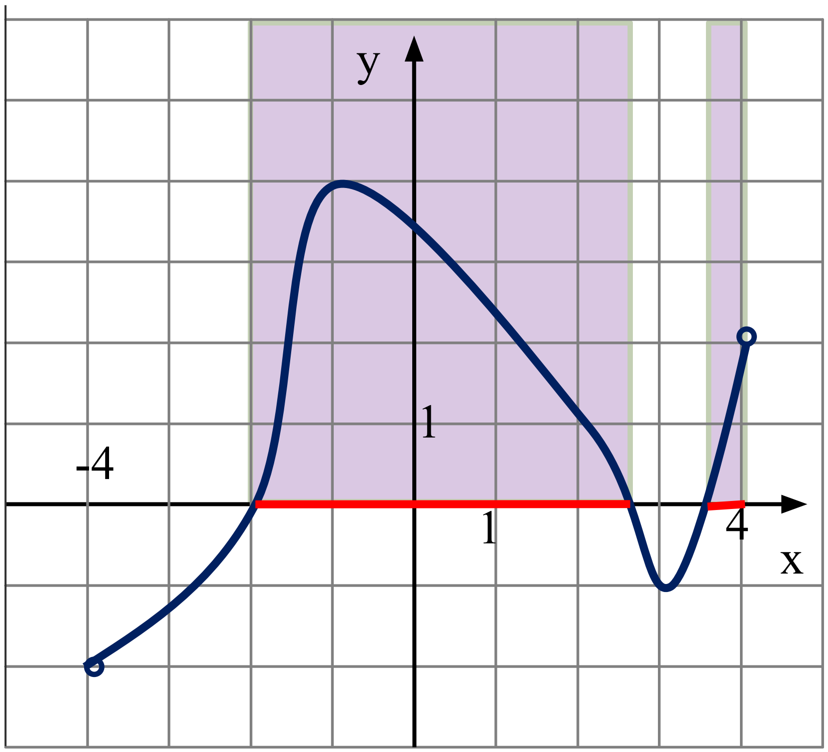
[-6;-3] и [1;3]

***6.Нули функции***

***x = -1;   x = 3.***



На рисунке представлен график производной некоторой функции y = f(x), определённой на промежутке (-4; 4).

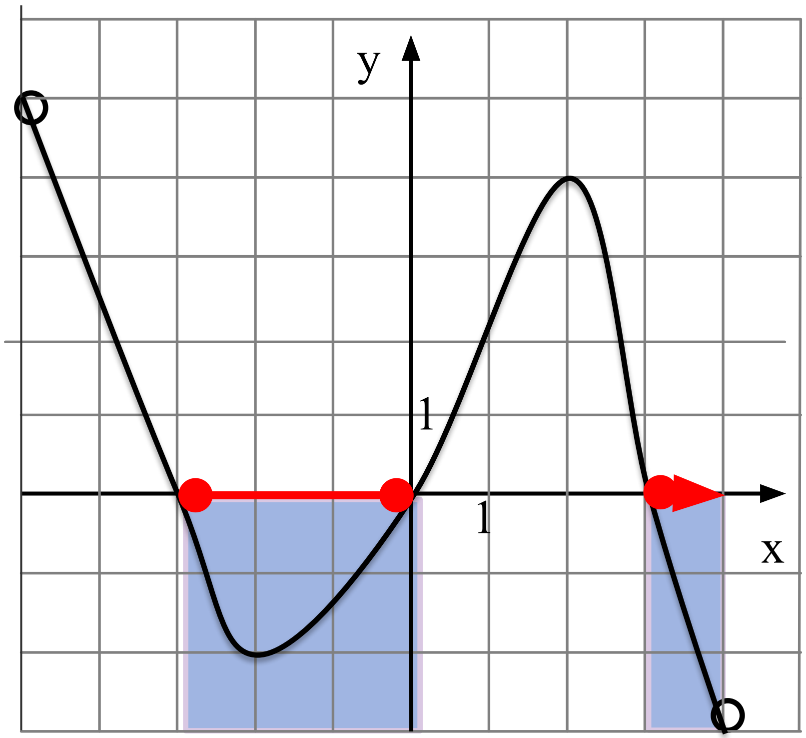



1)Укажите количество промежутков ***возрастания*** функции.

$$f'(x)>0$$

***Ответ: 2.***

На рисунке представлен график производной некоторой функции y = f(x), определённой на промежутке (-5; 4).

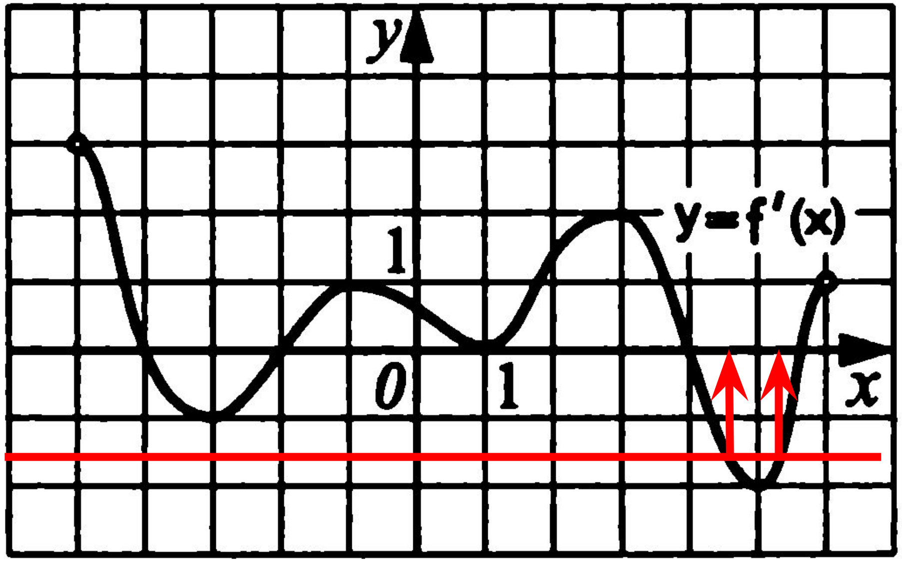



Укажите длину большего промежутка ***убывания*** функции.

$$f'(x)<0$$

***Ответ: 3.***

Укажите количество точек, в которых касательная к графику функции ***y = f(x)***, образует с осью Ох угол 120º.




Решение:

$$\alpha = 120^o,$$

$$tg120^o = -\sqrt{3}$$

Значит, $k = f'(x_0) = -\sqrt{3}$

***Ответ: 2.***