

Применение производной

Геометрический смысл производной

Попкова Т.Г. МБОУ СОШ № 2 г.Горячий
Ключ

№ 1 б.

4.1.11. Прямая $y = -5x + 7$ является касательной к графику функции $f(x) = ax^2 - 29x + 19$. Найдите a .

касания.

Решение: $ax^2 - 29x + 19 = -5x + 7;$

Решение: $k = -5, f'(x_0) = -5;$

1 корень $D = 24^2 - 48a = 0;$

$a = 12.$

$3x^2 - 6x + 3 = 0;$

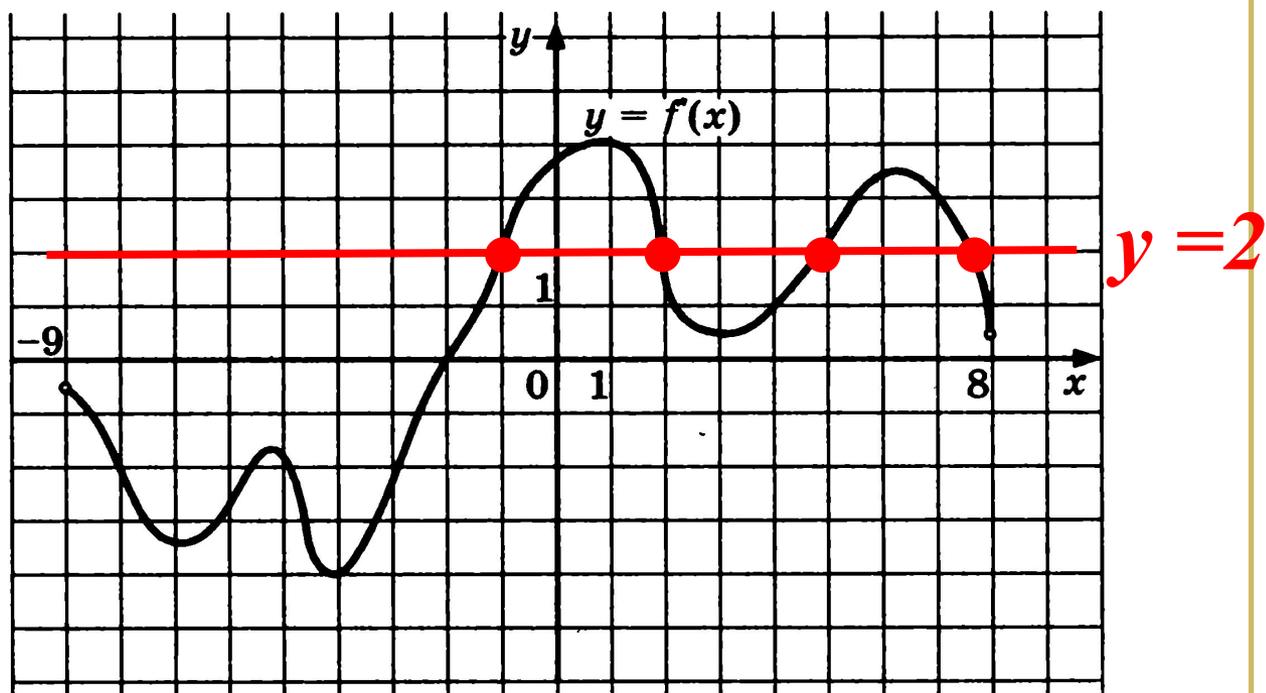
$x = 1.$

Ответ: 1.

№ 2.

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 5$ или совпадает с ней.

$$k = f'(x_0) = 2$$

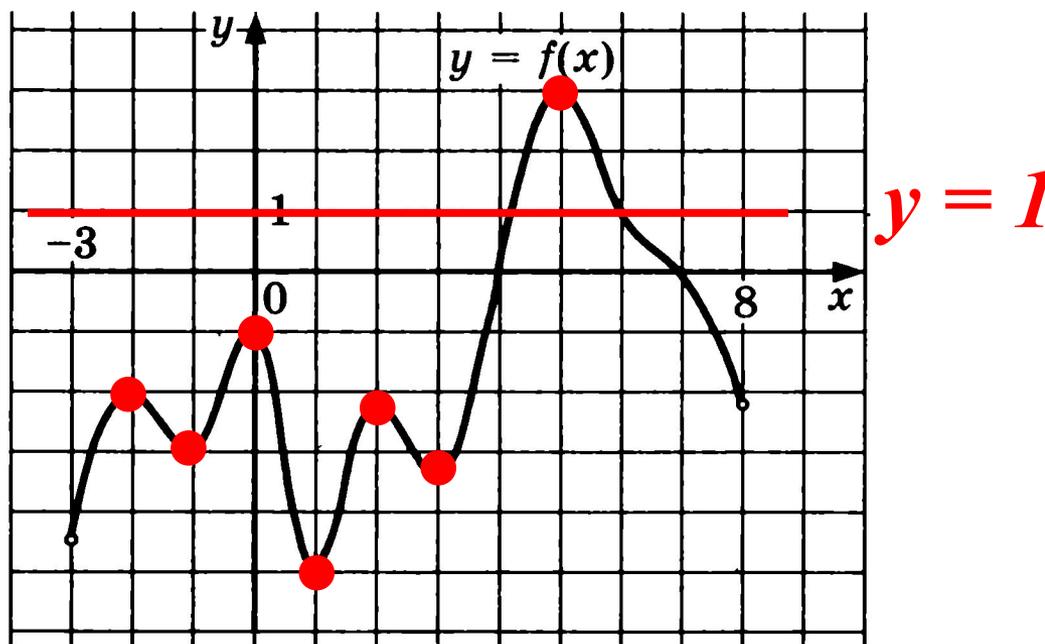


Ответ: 4.

№ 3.

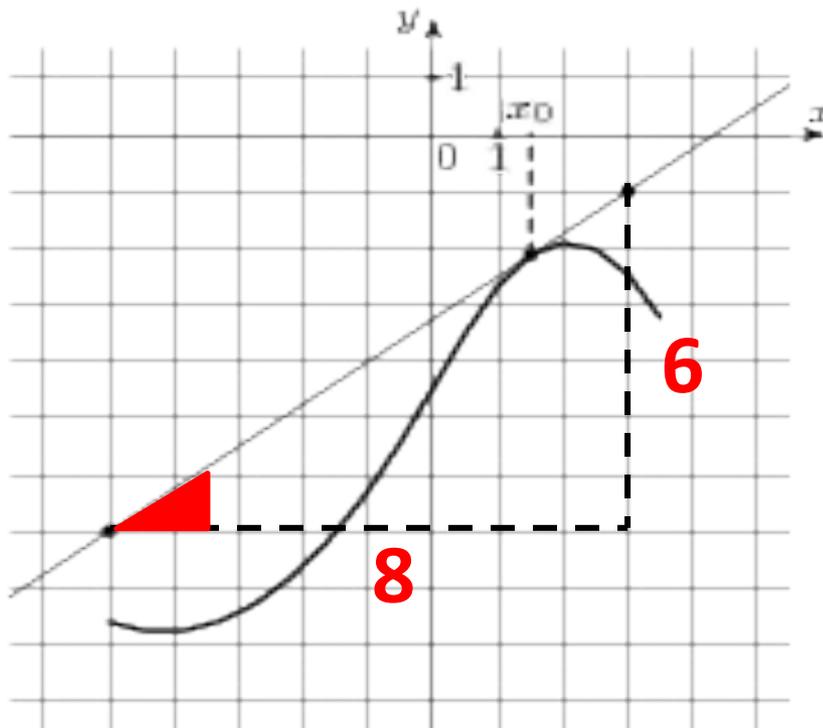
Ответ: 7.

На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-3; 8)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 1$.



№ 4. На рисунке изображён график функции и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .
Найдите значение производной функции в точке x_0 .

$$f'(x_0) = k = \operatorname{tg} \alpha$$

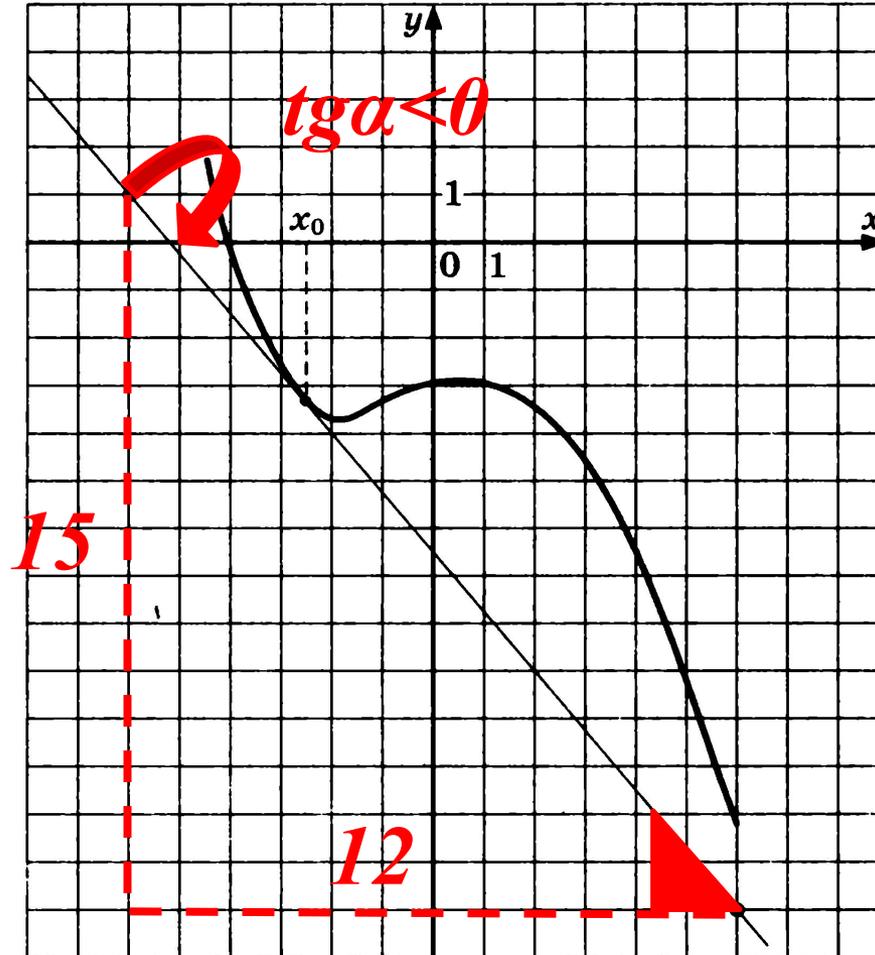


Ответ: 0,75

№

5.

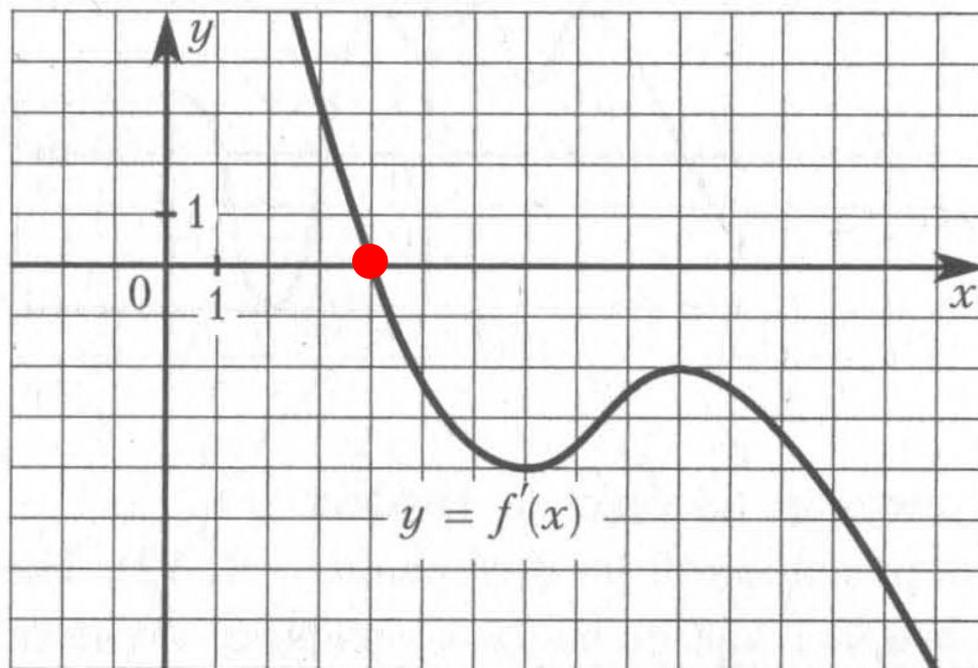
На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



Ответ: - 1,25.

4.1.7. На рисунке изображен график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна оси абсцисс или совпадает с ней.

$$\alpha = 0^\circ, \quad k = f'(x_0) = 0$$

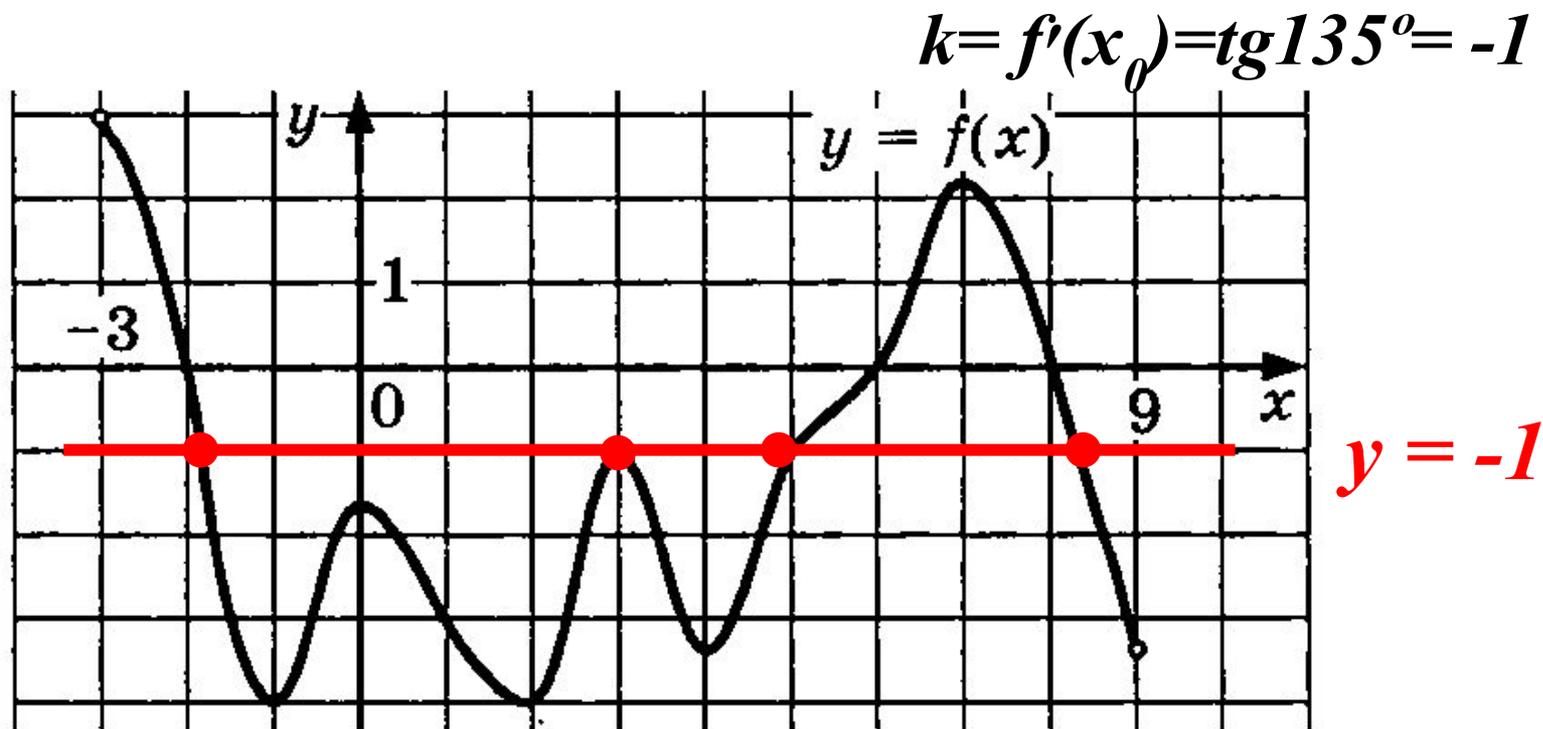


Ответ: 4.

№ 7.

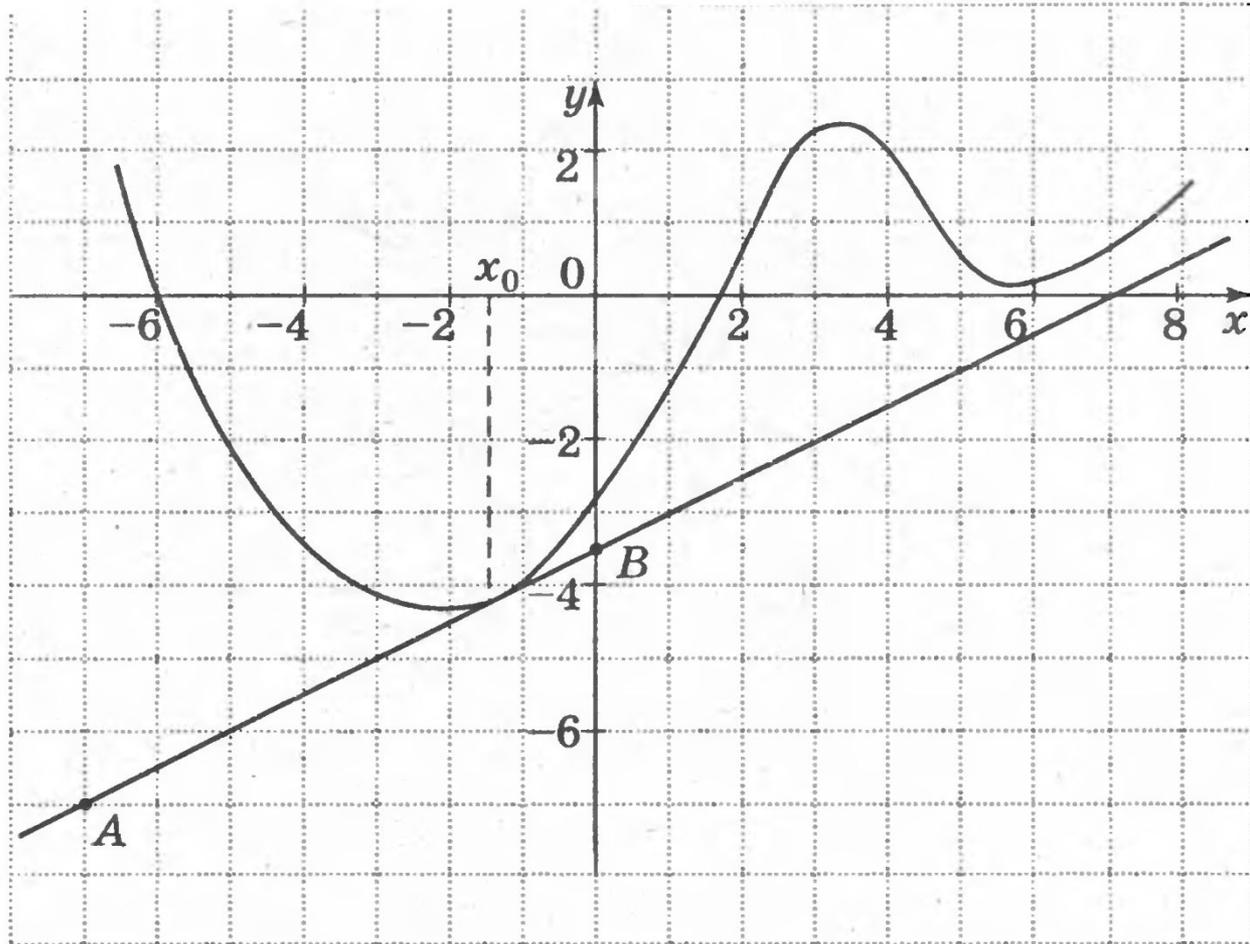
На рисунке изображен график производной некоторой непрерывной функции $y = f(x)$.

Укажите количество точек, в которых касательная к нему образует с положительным направлением оси Ox угол 135° .



Ответ: 4.

8. На рисунке изображен график функции $y = f(x)$. Прямая, проходящая через точки $A(-7; -7)$ и $B(0; -3,5)$, касается графика функции в точке $-1,5$. Найдите значение производной функции в этой точке.



Решение:

$$f'(x_0) = k; \quad y = kx + m$$

$$A(-7; -7), B(0; -3,5)$$

$$\begin{cases} -7 = -7k + m; \\ -3,5 = m; \end{cases}$$

$$7k = 7 + (-3,5)$$

$$7k = 3,5$$

$$k = 0,5.$$

Ответ: 0,5.

9 На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, заданной на промежутке $(-5; 5)$.

Укажите число точек с целыми абсциссами, в которых производная этой функции отрицательна.

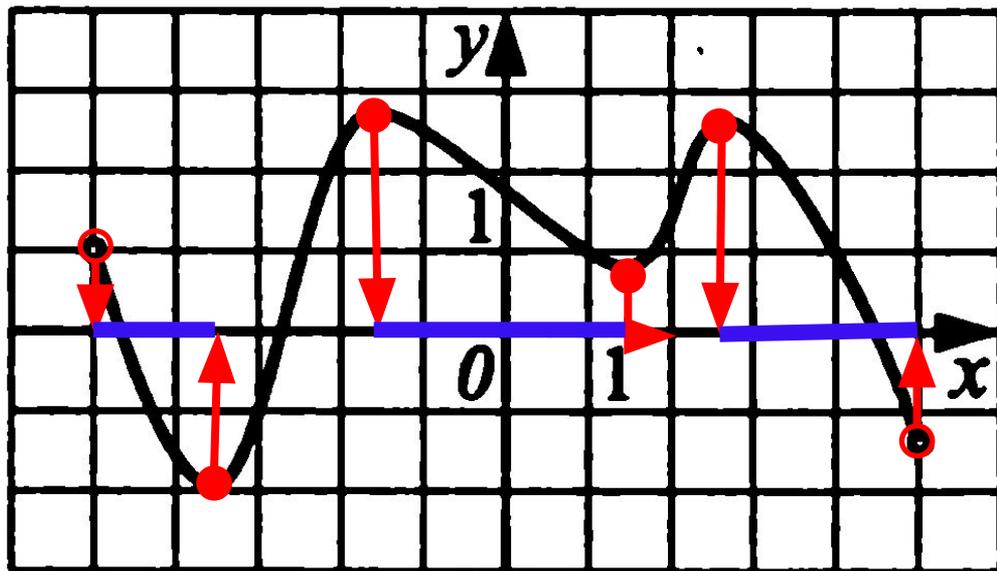
Решение:

$$f'(x) < 0$$

Функция - убывает

$-4; -1; 0; 1; 3; 4$

Ответ: 6.



Физический смысл
производной
 $v(t)$, $x(t)$, $a(t)$.

Повторим:

Если известен закон движения материальной точки (тела) $x(t)$, $s(t)$ или $\varphi(t)$, то мгновенная скорость в момент времени t вычисляется по формуле $v(t) = x'(t) = s'(t) = \varphi'(t)$, а ускорение $a(t) = v'(t) = x''(t)$.

№ 1.

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = 1/6t^2 + 6t - 25$ (где x — расстояние от точки отсчета в метрах, t — время в секундах, измеренное с начала движения).

Найдите ее скорость (в м/с) в момент времени $t = 9$ с.

Решение: $v(t) = x'(t)$.

$$v(t) = 1/3t + 6$$

$$v(9) = 1/3 \cdot 9 + 6 = 3 + 6 = 9.$$

Ответ: 9м/с.

Самостоятельно:

1) Точка движется прямолинейно по закону $S(t) = 6t - t^2$, где путь $S(t)$ измеряется в метрах, а время t — в секундах. Найдите момент остановки тела.

2) Тело движется прямолинейно по закону

$$S(t) = \frac{1}{6}t^3 + \frac{1}{2}t^2 - t + 1,$$

где путь $S(t)$ измеряется в метрах, а время t — в секундах. Найдите ускорение тела в момент времени $t = 2$ сек.

3) Тело движется прямолинейно по закону $S(t) = 6t - t^2$, где путь $S(t)$ измеряется в метрах, а время t — в секундах. Найдите путь, пройденный телом от начала измерения до остановки.

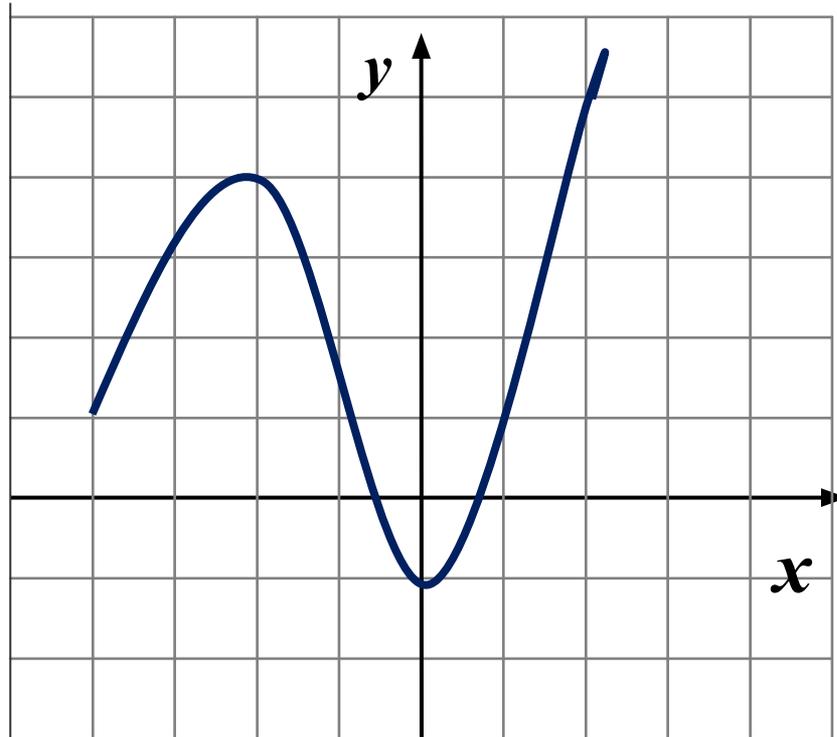
Ответы: 1) 3; 2) 3; 3) 9;

4) Мгновенная скорость тела изменяется по закону $V(t) = t^2 - 2t$, скорость измеряется в м/с, а время — в секундах. Найдите ускорение тела в момент времени $t = 1$ с.

5) Тело совершает колебания вокруг положения равновесия по закону $x(t) = 3\sin t + 4\cos t$. Найдите наибольшее отклонение тела от положения равновесия.

Ответ: 4) 0; 5) 5.

Применение производной к исследованию функции



1. $D(f) = [-6; 5]$

2. $E(f) = [-7; 8]$

3. $y_{\text{наим}} = -7$

$y_{\text{наиб}} = 8$

4. Возрастает на

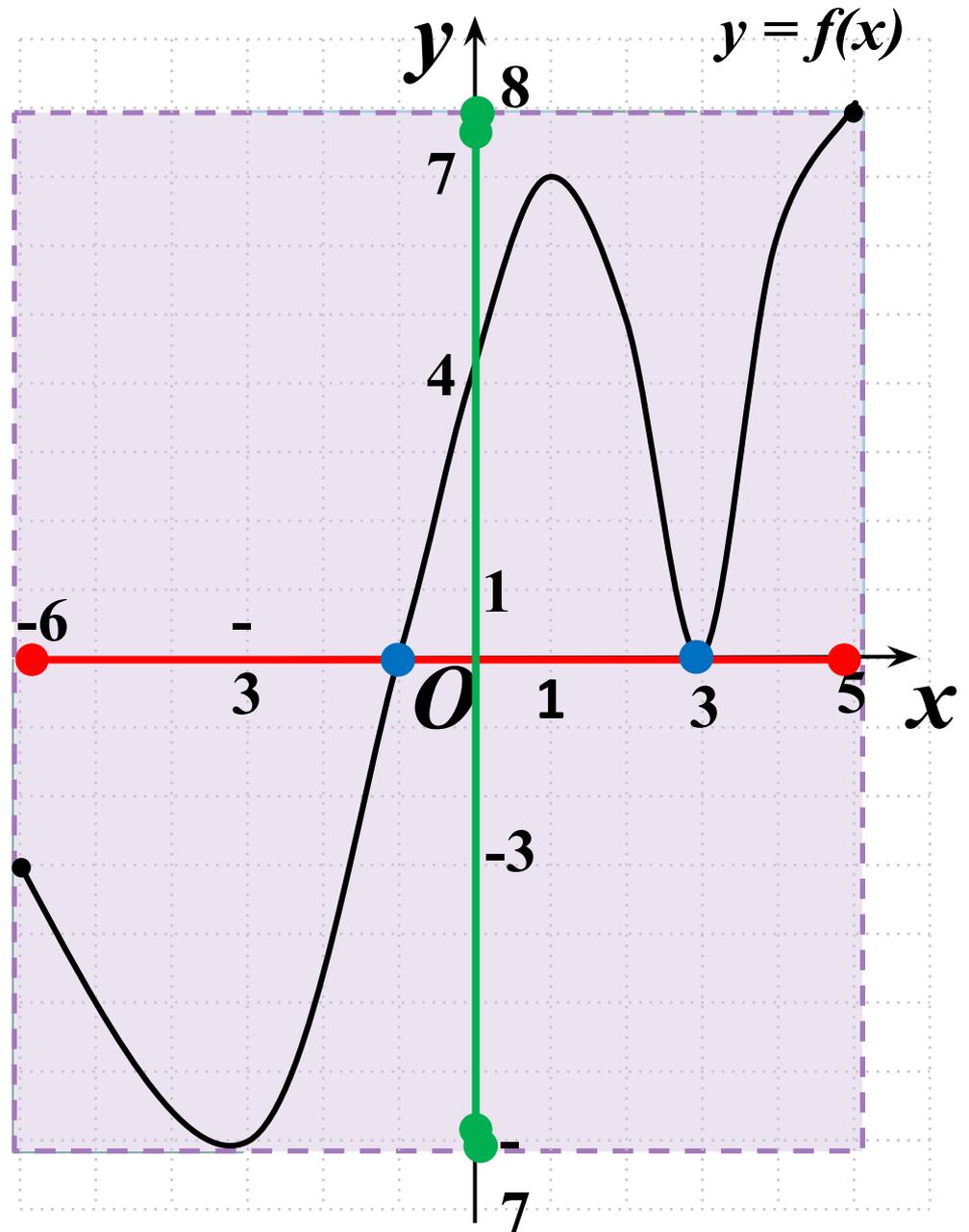
$[-3; 1]$ и $[3; 5]$

5. Убывает на

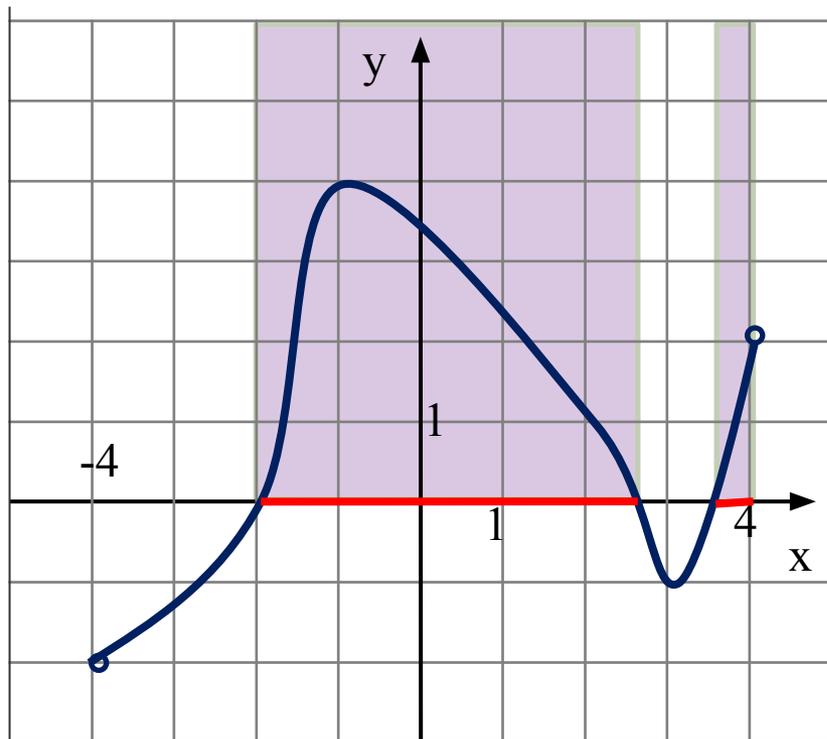
$[-6; -3]$ и $[1; 3]$

6. Нули функции

$x = -1$; $x = 3$.



На рисунке представлен график производной некоторой функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $(-4; 4)$.

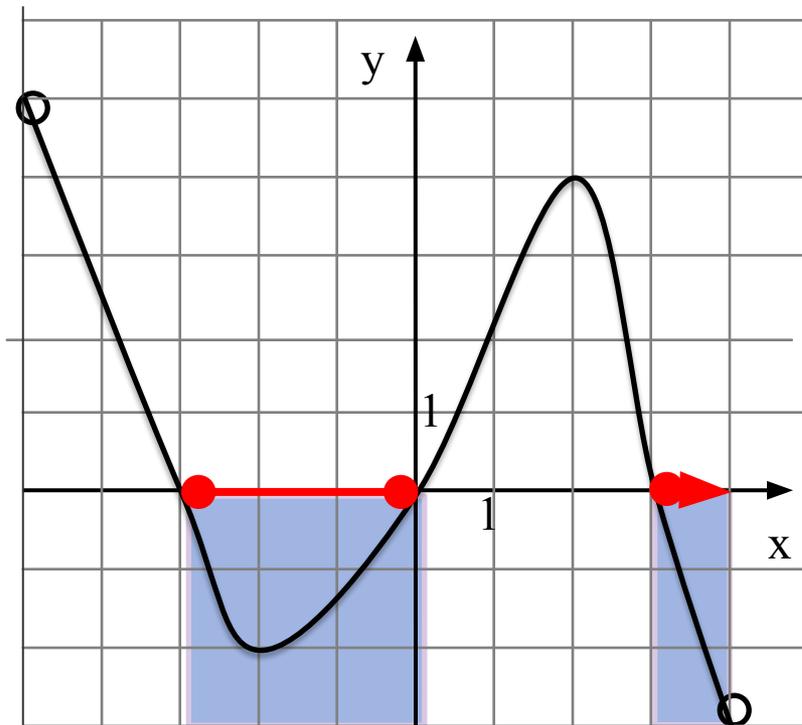


1) Укажите количество промежутков *возрастания* функции.

$$f'(x) > 0$$

Ответ: 2.

На рисунке представлен график производной некоторой функции $y = f(x)$, определённой на промежутке $(-5; 4)$.

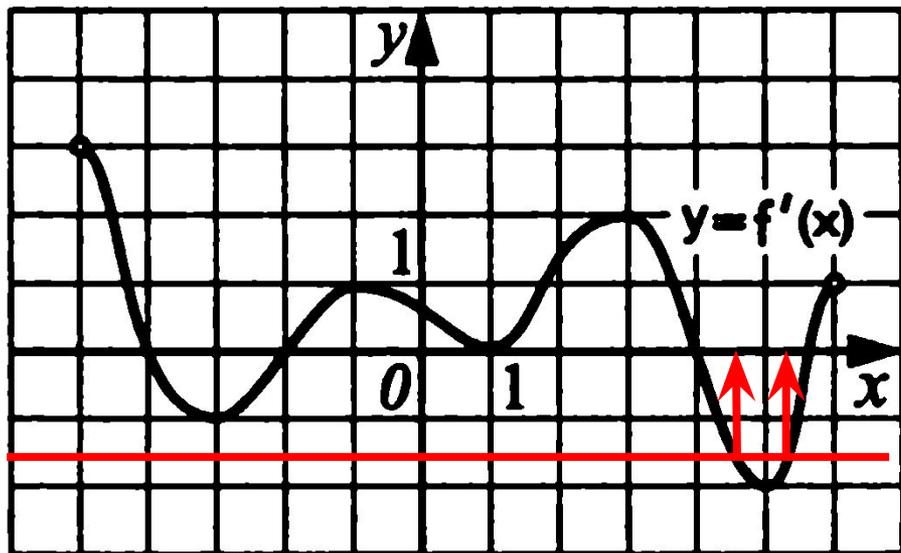


Укажите длину
большого промежутка
убывания функции.

$$f'(x) < 0$$

Ответ: 3.

Укажите количество точек, в которых касательная к графику функции $y = f(x)$, образует с осью Ox угол 120° .



Решение:

$$\alpha = 120^\circ,$$
$$\operatorname{tg} 120^\circ = -\sqrt{3}$$

Значит, $k = f'(x_0) = -\sqrt{3}$

Ответ: 2.