

**Тема урока:**  
**"Арифметическая и  
геометрическая  
прогрессии»  
Повторение**

Учитель по математике  
Сасыкова А.А



## Цели урока:

**Образовательная:** проверка уровня усвоения теоретических знаний и умения применять их при решении задач

**Развивающая:** развитие речи, умение правильно излагать свои мысли, анализировать и делать выводы

**Воспитательная:** воспитание интереса к предмету, потребности к знаниям



# Говорящая трибуна



# Прогрессии

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ



# Определения

Числовая последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $a_{n+1} = a_n + d$ , где  $d$  – некоторое число.

Числовая последовательность  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$  называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $b_{n+1} = b_n q$ , где  $b_n \neq 0$ ,  $q$  – некоторое число, не равное нулю.

-формулы для нахождения  
п-го члена арифметической и  
геометрической прогрессии

-формулу суммы п-первых членов



# Формулы n-ого члена прогрессий

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$b_n = b_1 q^{n-1}$$

## Сумма n первых членов прогрессий

### АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} n$$

### ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}$$



**Изучена данная тема,  
Пройдена теории схема,  
Вы много новых формул узнали,  
Задачи с прогрессией решали.  
И вот в этот урок  
Нас красивый лозунг  
поведет:  
“ПРОГРЕССИО - ВПЕРЕД,**



## Основная цель:

**Повторить и закрепить умения и вычислительные навыки использования основных формул прогрессий при решении задач. Осмыслить и сравнить формулы арифметической и геометрической прогрессий.**



# Содержание

- Прогрессии
- Математический диктант
- Карточки для индивидуального пользования
- Самостоятельная работа
- Задания ГИА



# Прогрессии

**АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ**

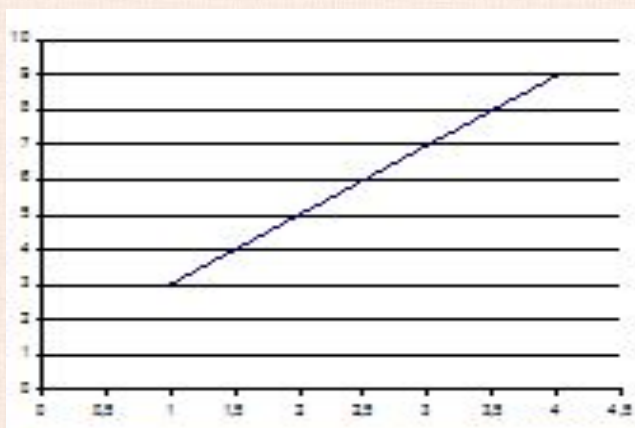
**ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ**

# Определения

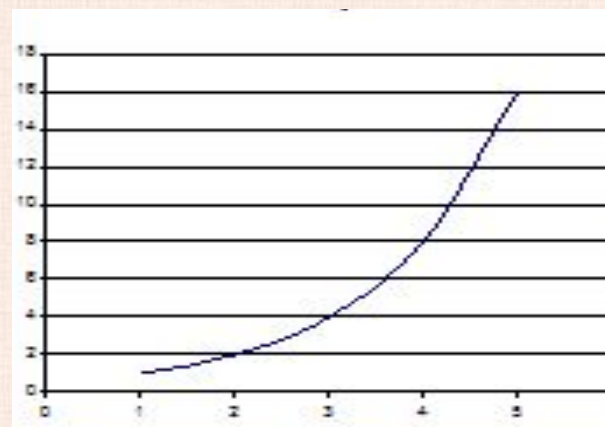
Числовая последовательность  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$  называется арифметической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $a_{n+1} = a_n + d$ , где  $d$  – некоторое число.

Числовая последовательность  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_n, \dots$  называется геометрической прогрессией, если для всех натуральных  $n$  выполняется равенство  $b_{n+1} = b_n q$ , где  $b_n \neq 0$ ,  $q$  – некоторое число, не равное нулю.

# Сравните графики



Разность двух рядом стоящих членов остается одна и та же, вследствие чего члены прогрессии возрастают (убывают) равномерно.



Разность двух соседних членов увеличивается по мере удаления их от начала ряда: вследствие этого, члены такой прогрессии, по мере их удаления от начала ряда, возрастают всё быстрее и быстрее, что наглядно изображено на рисунке.



# Свойство членов прогрессий

Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен среднему арифметическому двух соседних с ним членов, при  $n > 1$ .

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

Если все члены прогрессии положительны, то каждый член геометрической прогрессии, начиная со второго, равен среднему геометрическому двух соседних с ним членов, при  $n > 1$ .

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

# Формулы n-ого члена прогрессий

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$



# Сумма n первых членов прогрессий

## АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

## ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

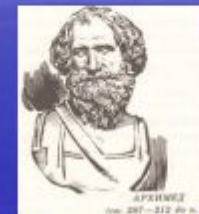
$$S_n = \frac{b_1(1 - q^n)}{1 - q}, q \neq 1$$



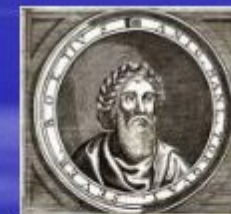
# НАЗАД, В ИСТОРИЮ!

Понятие числовой последовательности возникло и развивалось задолго до создания учения о функциях.

На связь между прогрессиями первым обратил внимание великий **АРХИМЕД** (ок. 287–212 г. до н.э.)



Термин “прогрессия” был введен римским автором Боэцием (в 6 веке) и понимался в более широком смысле, как бесконечная числовая последовательность. Названия “арифметическая” и “геометрическая” были перенесены из теории непрерывных пропорций, которыми занимались древние греки.



Формула суммы членов арифметической прогрессии была доказана древнегреческим ученым Диофантом (в 3 веке). Формула суммы членов геометрической прогрессии дана в книге Евклида “Начала” (3 век до н.э.).



Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии впервые встречается в сочинении «Книги абака» в 1202г. (Леонардо Пизанский)



# Интересные факты

- 1) **Химия.** При повышении температуры по арифметической прогрессии скорость химических реакций растет по геометрической прогрессии.
- 2) **Геометрия.** Вписанные друг в друга правильные треугольники образуют геометрическую прогрессию.
- 3) **Физика.** И в физических процессах встречается эта закономерность. Нейтрон, ударяя по ядру урана, раскалывает его на две части. Получаются два нейтрона. Затем два нейтрона, ударяя по двум ядрам, раскалывает их еще на 4 части и т.д. – это геометрическая прогрессия.
- 4) **Биология.** Микроорганизмы размножаются делением пополам, поэтому при благоприятных условиях, через одинаковый промежуток времени их число удваивается.
- 5) **Экономика.** Вклады в банках увеличиваются по схемам сложных и простых процентов. Простые проценты – увеличение первоначального вклада в арифметической прогрессии, сложные проценты – увеличение в геометрической прогрессии.

# Математический диктант



1) 2; 5; 8; 11; 14; 17; ... арифметическая прогрессия  $d = ?$

2) 3; 9; 27; 81; 243; ... геометрическая прогрессия  $q = ?$

3) 4)  $-4; -8; -16; -32; \dots$  геометрическая прогрессия  $q = ?$

4) 5; 25; 35; 45; 55; ... последовательность чисел

5)  $-2; -4; -6; -8; \dots$  арифметическая прогрессия  $d = ?$



# Групповая работа



1) Дано:  $(a_n)$  арифметическая прогрессия

$$a_1 = 5 \quad d = 3$$

Найти:  $a_6$ ;  $a_{10}$



Решение



2) Дано:  $(b \ n)$  геометрическая  
прогрессия

$$b_1 = 5 \quad q = 3$$

Найти:  $b_3$ ;  $b_5$ .



Решение



3) Дано:  $(a_n)$  арифметическая  
прогрессия

$$a_4 = 11 \quad d = 2$$

Найти:  $a_1$ .



Решение

# Самостоятельная работа

1) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_1 = -3$ ,  $a_2 = 4$ . Найти:  $a_{16} - ?$

2) Дано:  $(b_n)$ ,  $b_{12} = -32$ ,  $b_{13} = -16$ . Найти:  $q - ?$

3) Дано:  $(a_n)$ ,  $a_{21} = -44$ ,  $a_{22} = -42$ . Найти:  $d - ?$



# ИСТИННО или ЛОЖНО каждое высказывание



1. В арифметической прогрессии  
2,4; 2,6;... разность равна 2.

2. В геометрической прогрессии  
0,3; 0,9;... третий член равен 2,7

3. 11-ый член арифметической прогрессии, у  
которой  $a_1 = -4,2; d = 0,4$  равен 0,2



4. Сумма 5 первых членов геометрической прогрессии, у которой  $b_1 = 1, q = -2$ , равна 11.

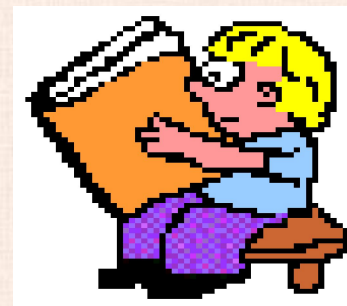


5. Последовательность чисел, кратных 5, является геометрической прогрессией.

6. Последовательность степеней числа 3 является арифметической прогрессией.



# Проверь себя!



1. В арифметической прогрессии  
2,4; 2,6;... разность равна 2.

$$d = 2,6 - 2,4 = 0,2 \quad \text{высказывание ложно}$$

2. В геометрической прогрессии  
0,3; 0,9;... третий член равен 2,7

$$b_3 = 0,3 \cdot 3^2 = 2,7 \quad \text{высказывание истинно}$$

3. 11-ый член арифметической прогрессии, у которой

$$a_1 = -4,2; d = 0,4$$

равен 0,2

$$a_{11} = -4,2 + 0,4 \cdot 10 = -4,2 + 4 = -0,2$$

**высказывание ложно**



4. Сумма 5 первых членов геометрической прогрессии, у которой  $b_1 = 1, q = -2$ , равна 11.

$$S_5 = \frac{1 \cdot ((-2)^5 - 1)}{-2 - 1} = \frac{-33}{-3} = 11 \text{ *высказывание истинно*}$$

5. Последовательность чисел, кратных 5, является геометрической прогрессией.

*высказывание ложно, т.к.*

$$x_n = 5n \quad \text{5; 10; 15; ... - арифм. прогрессия}$$

6. Последовательность степеней числа 3 является арифметической прогрессией

*высказывание ложно, т.к.*  $x_n = 3^n$

*3; 9; 27; ... - геометрическая прогрессия*

# *Теория в кластере*

1 группа- арифметическая

прогрессия

2 группа-геометрическая

прогрессия

3 группа-последовательности

# Карточки для индивидуального пользования





# Защита кластера

«Дорогу осилит идущий,  
математику  
мыслящий»



# Работа по карточкам





**Спасибо Всем!**

Урок сегодня завершён,  
Но каждый должен знать:  
Познание, упорство, труд  
К прогрессу в жизни  
приведут.



**«Прогрессия — движение вперед».**

