

**Алгебраические  
действия над  
КОМПЛЕКСНЫМИ  
числами**

**"Комплексное число –  
это тонкое и  
поразительное средство  
божественного духа,  
почти амфибия между  
бытием и небытием".**

**Г. Лейбниц**





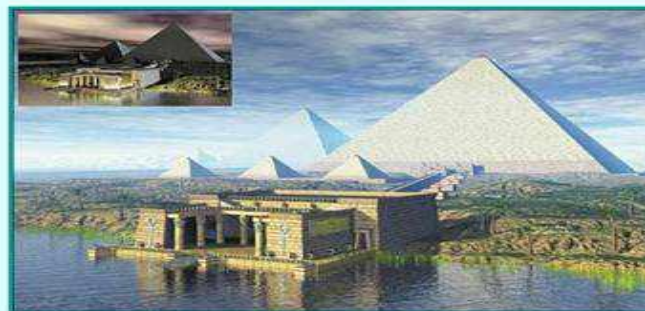
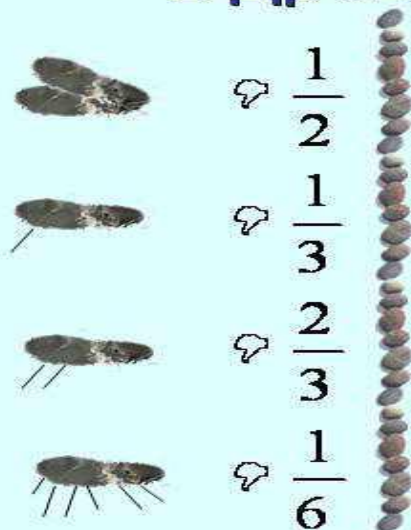
- Лейбниц Готфрид Вильгельм (1.7.1646 – 14.11.1716) – немецкий математик, физик и философ.



**Многовековая история развития представления  
человека о числах –  
одна и самых ярких сторон развития человеческой  
культуры.**

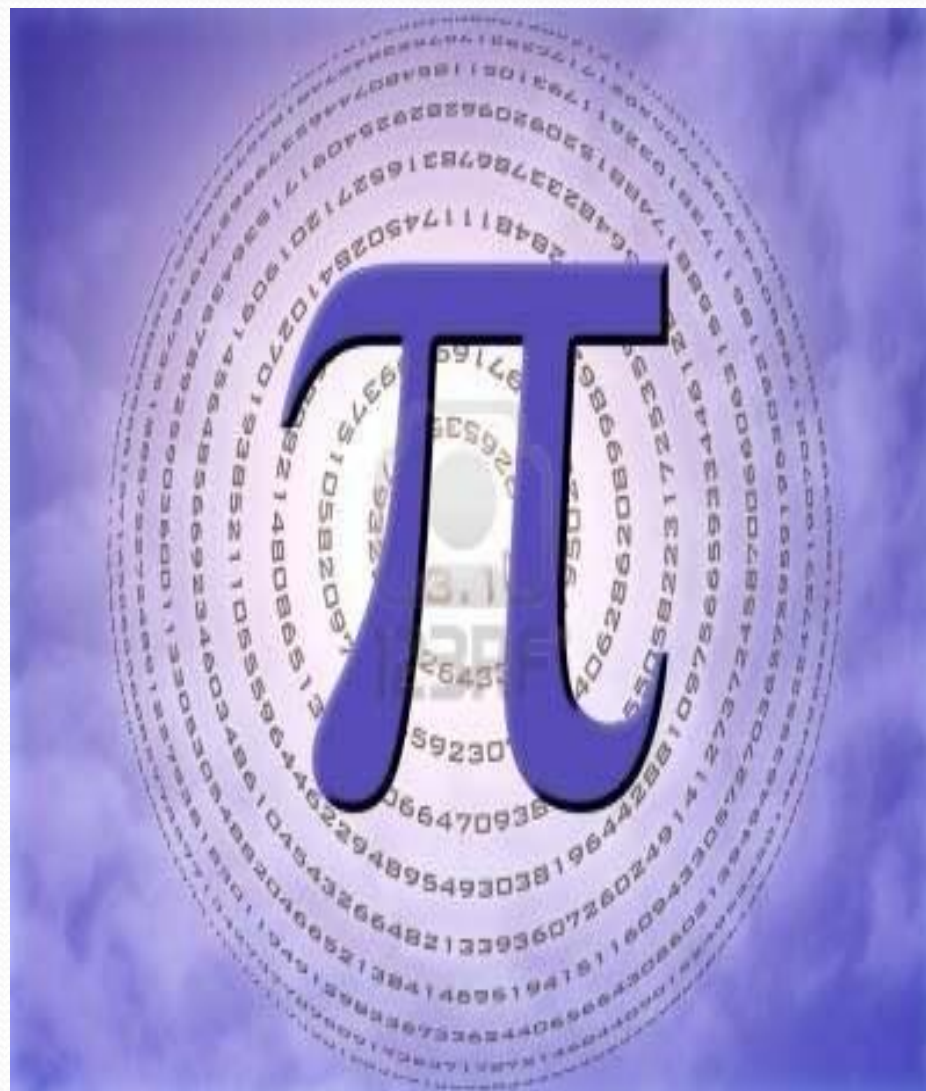


## Изображение дробей в Древнем Египте



Дроби появились очень рано – уже у египтян и вавилонян – в связи с переходом к более мелким единицам измерения. Их связь с делением натуральных чисел понималась более смутно и вторично.

Греки осознавали  
числа через  
процесс  
геометрического  
измерения:  
именно так они  
себе уяснили  
существование  
иррациональных  
чисел.





Отрицательные числа появились в 5-6 веках в индийской и арабской математике.

Отрицательные числа рассматривали как «воображаемые», ненастоящие числа.

Чуть позднее отрицательные числа стали использоваться в **Индии** для обозначения долгов или признавались как промежуточный этап, полезный для вычисления окончательного, положительного результата.



# История возникновения комплексных чисел



Первое упоминание в истории комплексных чисел, можно отнести к 50 веку до нашей эры. Тогда студент **Герон** из Александрии, пытаясь вычислить объём пирамиды, столкнулся с тем, что должен был вычислить квадратный корень из разности  $81-144$ .



# История возникновения комплексных чисел

«Звездный час»  
комплексных чисел  
настал в **1545** году ,  
когда итальянский  
математик  
Джироламо  
Кордано  
предложил создать  
новый вид чисел



**Girolamo Cardano**  
(1501-1576)

# История возникновения комплексных чисел

**в 1572  
году**



*итальянский учёный  
Бомбелли  
выпустил книгу, в которой были  
установлены первые правила  
арифметических операций над  
комплексными числами,  
вплоть до извлечения из них  
кубических корней.*



# История возникновения комплексных чисел



Термин  
«комплексные числа» был  
введен  
Гауссом в 1831  
году.

# Комплексные числа

Определение 1. Числа вида  $a + bi$ ,

где  $a$  и  $b$  – действительные числа,  
 $i$  – мнимая единица,

называются **КОМПЛЕКСНЫМИ**.

$a$  – действительная часть комплексного числа,

$bi$  – мнимая часть комплексного числа,

$b$  – коэффициентом при мнимой части.



## Действия над комплексными числами в алгебраической форме

*Сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме производят по правилам соответствующих действий над многочленами.*

**Сложение**

$$(a+bi) + (c+di) = (a+c) + (b+d)i$$

**Вычитание**

$$(a+bi) - (c+di) = (a-c) + (b-d)i$$

**Умножение**

$$(a+bi)(c+di) =$$

$$= ac + adi + bci + bdi^2 =$$

$$= (ac-bd) + (ad+bc)i$$

## Действия над комплексными числами в алгебраической форме

*Сложение, вычитание, умножение комплексных чисел в алгебраической форме производят по правилам соответствующих действий над многочленами.*

**Пример.** Даны комплексные числа  $z_1 = 2 + 3i$ ,  $z_2 = 5 - 7i$ . Найти:

а)  $z_1 + z_2$ ;   б)  $z_1 - z_2$ ;   в)  $z_1 z_2$ .

*Решение.*

а)  $z_1 + z_2 = (2 + 3i) + (5 - 7i) = 2 + 3i + 5 - 7i = (2 + 5) + (3i - 7i) = 7 - 4i$ ;

б)  $z_1 - z_2 = (2 + 3i) - (5 - 7i) = 2 + 3i - 5 + 7i = (2 - 5) + (3i + 7i) = -3 + 10i$ ;

в)  $z_1 z_2 = (2 + 3i)(5 - 7i) = 10 - 14i + 15i - 21i^2 = 10 - 14i + 15i + 21 = (10 + 21) + (-14i + 15i) = 31 + i$   
(здесь учтено, что  $i^2 = -1$ ).



При выполнении умножения можно использовать формулу:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2,$$

Пример. Выполнить действия:

а)  $(2 + 3i)^2$ ;    б)  $(3 - 5i)^2$ .

*Решение.*

$$\begin{aligned} \text{а) } (2 + 3i)^2 &= 4 + 2 \cdot 2 \cdot 3i + 9i^2 = 4 + 12i - 9 = \\ &= -5 + 12i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } (3 - 5i)^2 &= 9 - 2 \cdot 3 \cdot 5i + 25i^2 = 9 - 30i - 25 = \\ &= -16 - 30i; \end{aligned}$$

так как  $i^2 = -1$ .

Рассмотрим применение формулы:

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \quad (*)$$

Пример. Выполнить действия:

a)  $(5 + 3i)(5 - 3i)$ ;

b)  $(1 + i)(1 - i)$ .

**Решение.**

a)  $(5 + 3i)(5 - 3i) = 5^2 - (3i)^2 = 25 - 9i^2 = 25 + 9 = 34$ ;

b)  $(1 + i)(1 - i) = 1^2 - i^2 = 1 + 1 = 2$ .



Два комплексных числа называются сопряженными, если они отличаются друг от друга только знаками перед мнимой частью.

Чтобы выполнить деление, произведем дополнительное действие: умножим делимое и делитель на комплексное число, сопряженное делителю.

Пример. Выполнить деление:

$$\frac{2 + 3i}{5 - 7i}$$

*Решение.* Произведем умножение для делимого и делителя в отдельности:

$$(2 + 3i)(5 + 7i) = 10 + 14i + 15i + 21i^2 = -11 + 29i;$$

$$(5 - 7i)(5 + 7i) = 25 - 49i^2 = 25 + 49 = 74.$$

Итак,

$$\frac{2 + 3i}{5 - 7i} = \frac{-11 + 29i}{74}$$

# Тест

- 1) Чему равна сумма комплексных чисел  $(4+3i)+(6-2i)$   
а)  $1+i$       б)  $-10+2i$       в)  $10+i$       г)  $9-3i$
- 2) Чему равна разность комплексных чисел  $(-8+2i)-(-5+i)$   
а)  $3-i$       б)  $-3+i$       в)  $-3+2i$       г)  $3+i$
- 3) Чему равно произведение комплексных чисел  $(3-i)(2+i)$   
а)  $7+i$       б)  $-7+i$       в)  $5-3i$       г)  $-7-i$
- 4) Вычислите  $(3+i)(3-i)$   
а) 9      б) -10      в) 0      г) 10
- 5) Чему равно частное комплексных чисел  $\frac{1+i}{1-i}$   
а)  $2i$       б)  $i$       в)  $-i$       г)  $3i$



## Ответы к тесту

№ вопроса	1	2	3	4	5
Вариант ответа	В	б	а	Г	б

# Домашнее задание

Выполнить алгебраические действия над комплексными числами:

1)  $(3+5i) + (7 - 3i)$

2)  $(5 - 4i) - (8 + 2i)$

3)  $(6 + 8i)(2 - 3i)$

4)  $(2 - 3i)^2$

5) 
$$\frac{5 + 9i}{3 - 4i}$$



«Мы приходим к выводу, что не существует никаких абсурдных, иррациональных, неправильных, необъяснимых или глухих чисел, но что среди чисел существует такое совершенство и согласие, что нам надо размышлять дни и ночи над их удивительной законченностью».

**Симон Стевин**



**Симон Стевин (1548-1620)** – нидерландский математик и инженер. Преподавал в Лейденском университете, служил инженером в армии принца Оранского. Как инженер Стевин сделал значительный вклад в механику. Важнейшие из его работ в области математики: «Десятина» (1585 г.) и «Математические комментарии», в 5-ти томах (1605-1608 гг.)





**Комплексные  
числа имеют  
прикладное значение  
во многих областях  
науки, являются  
основным аппаратом  
для расчетов  
в электротехнике и  
связи.**

