

ПРОИЗВОДНАЯ

Производная (функции в точке) — основное понятие дифференциального исчисления, характеризующее скорость изменения функции (в данной точке). Определяется как предел отношения приращения функции к приращению её аргумента при стремлении приращения аргумента к нулю, если такой предел существует. Функцию, имеющую конечную производную (в некоторой точке), называют дифференцируемой (в данной точке).

Процесс вычисления производной называется дифференцированием. Обратный процесс — нахождение первообразной — интегрирование.

ИСТОРИЯ

В классическом дифференциальном исчислении производная чаще всего определяется через понятия теории пределов, однако исторически теория пределов появилась позже дифференциального исчисления.

Русский термин «производная функции» впервые употребил В. И. Висковатов

Василий Иванович Висковатов (26 декабря 1779 (6 января 1780), Санкт-Петербург — 8 (20) октября 1812, Санкт-Петербург) — русский математик. Известный специалист в области математического анализа и вариационного исчисления, один из активных последователей С. Г. Гурьева в пропаганде новых передовых научных идей.

Выпущен из Артиллерийского и Инженерного Шляхетского Кадетского Корпуса в 1796 года штык-юнкером в корпусные офицеры.

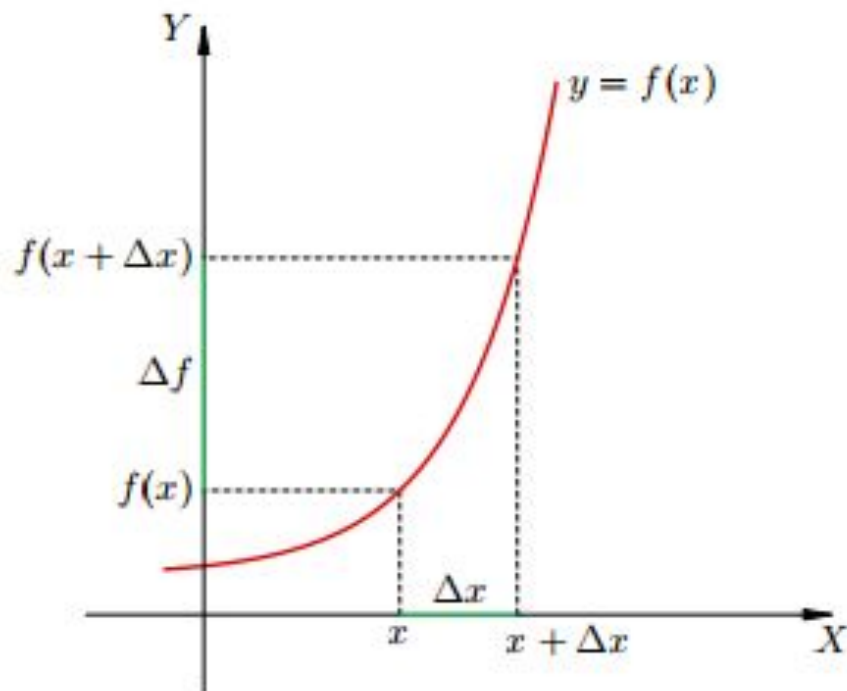
С 1803 года признан крупным математиком, избран академиком Петербургской Академии наук.

С 1810 года — профессор чистой и прикладной математики в Институте Корпуса инженеров путей сообщения^[1].

Впервые употребил русский термин "производная функции".^[2]

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

Скорость бывает не только у автомобиля. Мы можем говорить о скорости изменения чего угодно — например, физической величины или экономического показателя. Производная как раз и служит обобщением понятия мгновенной скорости на случай абстрактных математических функций. Рассмотрим функцию $y = f(x)$. Напомним, что x называется аргументом данной функции. Отметим на оси X некоторое значение аргумента x , а на оси Y — соответствующее значение функции $f(x)$



Дадим аргументу x некоторое приращение, обозначаемое Δx . Попадём в точку $x + \Delta x$. Обозначим её на рисунке вместе с соответствующим значением функции $f(x + \Delta x)$. Величина $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$ (11) называется приращением функции, которое отвечает данному приращению аргумента Δx . Вы видите сходство с предыдущим пунктом? Приращение аргумента Δx есть абстрактный аналог промежутка времени Δt , а соответствующее приращение функции Δf — это аналог пути Δs , пройденного за время Δt . Но на этом аналогия не заканчивается. Производная — это в точности аналог мгновенной скорости.

Таблица производных основных элементарных функций

$$1. C' = 0;$$

$$2. x' = 1;$$

$$3. (x^2)' = 2x;$$

$$4. (x^n)' = n \cdot x^{n-1};$$

$$5. (a^x)' = a^x \cdot \ln a;$$

$$5^* (e^x)' = e^x;$$

$$6. (\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a};$$

$$6^*. (\ln x)' = \frac{1}{x};$$

$$7. (\sin x)' = \cos x;$$

$$8. (\cos x)' = -\sin x;$$

$$9. (\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x};$$

$$10. (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x};$$

$$11. (\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}};$$

$$12. (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}; \quad (2.1)$$

$$13. (\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1+x^2};$$

$$14. (\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1+x^2}.$$