Согласно Государственных стандартов среднего образования Республики Казахстан учащиеся 9 класса по разделу «Логарифмическая функция»

Должны знать:

- -определение логарифма;
- -определение десятичного и натурального логарифма ;
- -основные свойства логарифмов;
- -определение логарифмической функции;
- -основные свойства логарифмической функции

Уметь

- -применять основные свойства логарифмов при решении задач;
- -решать логарифмические уравнения и неравенства
- -находить область определение логарифмической функции ;

Понимать

- -что называется логарифмом;
- -что десятичным логарифмом называют логарифмы по основанию 10;
- -что натуральный логарифм   это логарифм по основанию Е ;

Компетенция учащихся

- - извлекать главное из прочитанного или прослушанного,
- - точно формулировать свои мысли, высказываться по заданной теме,
- - сотрудничать с другими при выполнении общего задания,
- - планировать свои действия, оценивать полученный результат,
- - предлагать различные варианты решения задачи и выбирать наилучший, принимая во внимания различные - критерии,
- - самоорганизовываться и т.д.

Ожидаемые результаты

– возрастает глубина понимания учебного материала, познавательная активность и творческая самостоятельность учащихся,
– меняется характер взаимоотношений между детьми: исчезает безразличие, приобретается теплота, человечность,
– сплоченность класса резко возрастает, дети начинают лучше понимать друг друга и самих себя,
– растет самокритичность, дети более точно оценивают свои возможности, лучше себя контролируют,
– учащиеся приобретают навыки, необходимые для жизни в обществе: ответственность, такт, умение строить свое поведение с учетом позиций других людей.

Логарифм

Логарифм

Основные свойства логарифмов

Логарифмическая функция

Логарифмические уравнения и неравенства

Основные свойства логарифмов

1) $\log_a 1 = 0$, $a > 0$, a 1

2.)$\log_a a = 1$, $a > 0$, a 1.

3.)$\log_a(xy) = \log_a x +$
$\log_a y$,
$a > 0$, a 1, $x > 0$, $y > 0$.
4)$\log_a = \log_a x - \log_a y$,
$a > 0$, a 1, $x > 0$, $y > 0$.

5.)$\log_a b =$, $a > 0$, a 1,
$c > 0$, c 1, $b > 0$.

6.)$\log_a x = \log_a x$,
$x > 0$, $a > 0$, a 1, R.

Логарифмическая функция

1) Область определения: $D(y) = R_+$.

2) Область значений функции: $E(y) = R$.

3) Логарифм единицы равен нулю, логарифм основания равен единице: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$.

4) Функция $y = \log_a x$, $\left(a \in (1;\infty) \right)$ возрастает в промежутке $(0;\infty)$ (рис. 8 а). При этом, логарифмы чисел, больших единицы, положительны, а - меньших единицы, отрицательны.

5) Функция $y = \log_a x$, $\left(a \in (0;1) \right)$ убывают в промежутке $(0;\infty)$ (рис. 8 б).

МЕТОДИКА РИВИНА

Карточка№1

1. Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени , в которую нужно возвести основание a , чтобы получить число b. Имеем тождество: $a^{\log_a b} = b$.

Карточка №2

1. Логарифм единицы равен нулю, логарифм основания равен единице: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$.

Карточка №3

3. Логарифм произведения равен сумме логарифмов

$$\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y,$$

Карточка №4

1. Логарифм частного равен разности логарифмов

4) $\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y,$

$a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0,\ y > 0.$

Карточка № 5.

1. Логарифм степени равен произведению показателя степени на логарифм основания этой степени

$\log_a x^\alpha = \alpha \log_a x,$
$x > 0, a > 0, a \neq 1, \alpha \in R.$

Карточка №6

1. Формула перехода от одного основания логарифма к другому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}, a > 0, a \neq 1, c > 0, c \neq 1, b > 0$$

Карточка №7

1. Десятичными называют логарифмы по основанию 10 и обозначаются $\lg a$

Карточка №8

1. Функцию, заданную формулой $y = \log_a x$, называют логарифмической функцией с основанием a

Карточка №9

1. Область определения логарифмической функции множество всех положительных чисел : $D(y) = R_+$.

Карточка №10

1. Область значений логарифмической функции - множество всех действительных чисел : $E(y) = R$.

Карточка №11

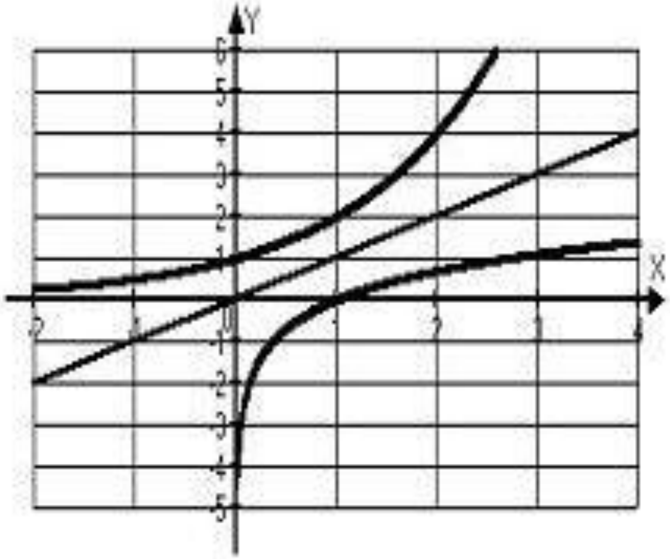
1.) Функция $y = \log_a x$, $(a \in (1;\infty))$ возрастает в промежутке $(0;\infty)$ (рис. 8 а). При этом, логарифмы чисел, больших единицы, положительны, а - меньших единицы, отрицательны.

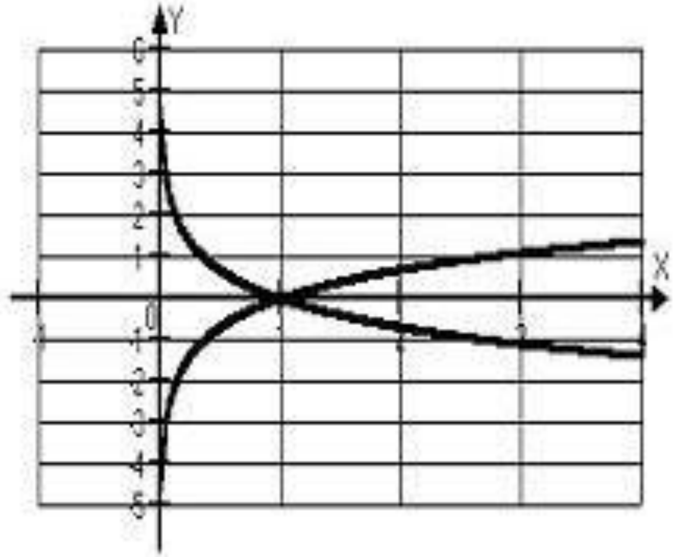
Карточка №12

1. Функция $y = \log_a x$, $(a \in (0;1))$ убывают в промежутке $(0;\infty)$

Карточка №13

1.Логарифмическая функция $y = \log_a x$ является обратной по отношению к показательной функции $y = a^x$ $(x \in R, a \in (0;1) \cup (1;\infty))$. Поэтому их графики ____________________ биссектрисы I и III координатных углов .





Методика ВОЗ

ВОЗ-1

- 1. Найдите логарифм числа 64 по основанию 4.

 Алгоритм.

- 1.Записываем log464
- 2.Заметим , что l 4^3 = 64, т. е для того чтобы получить число 64 , надо 4 возвести в третью степень
- 3. Следовательно, $\log_4 64 = 3$
- 2. Найдите логарифм числа 32 по основанию 2

ВОЗ-2

- 1.Найдите число x , если $\log_5 x = 2$

Алгоритм

- 1.Записываем $\log_5 x=2$
- 2. Отсюда следует по определению логарифма, что $x= 5^2$
  3. Записываю , что $x = 25$.
- 2.Найдите число x , если $\log_2 x=4$

ВОЗ-3

- 1. Вычислить: $\log_3 1/81 = x$,

 Алгоритм

- 1. По определению логарифма $3^x = 1/81$,
 2. Следует, что $x = -4$.

ВОЗ-4

- 1.Вычислить: $5^{\log_5 4}$
- 1.Вспоминаю логарифмическое тождество $a^{\log_a b} = b$
- 2.Отсюда следует , что $5^{\log_5 4} = 4$
- 3. Вычислсте:$3^{\log_3 2}$

ВОЗ-5

- Вычислить: $\log_6 12 + \log_6 3$
- Выписываю $\log_6 12 + \log_6 3$
- Вспоминаю , что логарифм произведения равен сумме логарифмов
- Отсюда следует , что $\log_6(12*3) = \log_6 36$
- Значит 6 в степени 2, есть 36
- Записываю ответ $\log_6 6^2 = 2$
- Вычислите : $\log_{12} 36 + \log_{12} 4$

ВОЗ-6

- 1. Вычислить: $\log_5 250 – \log_5 2$.
- Записываю $\log_5 250 – \log_5 2$
- Вспоминаю , что логарифм частного равен разности логарифмов
- Отсюда следует , что $\log_5 250 – \log_5 2 = \log_5(250/2)$
- Значит 5 в степени 3 есть число 125
- Записываю ответ $\log_5 125 = 3$
- Вычислить : $\log_2 7 – \log_2 7/16$

ВОЗ-7

1. Найдите область определения функции $y=\sqrt{1-\log_8(x^2-4x+3)}$.

Алгоритм.

1. Поскольку логарифмическая функция определена только для положительных чисел, а квадратный корень – для неотрицательных чисел, задача сводится к решению системы неравенств:

$$\begin{cases} x^2-4x+3>0, \\ 1-\log_8(x^2-4x+3)\geq 0. \end{cases}$$

2. Левую часть первого неравенства разложим на множители, а во втором заменим 1 на $\log_8 8$:

$$\begin{cases} (x-3)\cdot(x-1)>0, \\ \log_8(x^2-4x+3)\leq\log_8 8. \end{cases}$$

3.Так как основание логарифма $8>1$, то, согласно свойствам логарифма, переходим к системе:

$$\begin{cases} (x-3)\cdot(x-1)>0, \\ x^2-4x+3\leq 8, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} (x-3)\cdot(x-1)>0, \\ (x-5)\cdot(x+1)\leq 0. \end{cases}$$

4.Последняя система равносильна неравенству:

$$(x-3)\cdot(x-1)\cdot(x-5)\cdot(x+1)\leq 0,$$

которое решается методом интервалов (причем $x\neq 3$ и $x\neq 1$). С помощью рис. 9 получаем ответ: $[-1;1)\cup(3;5]$.

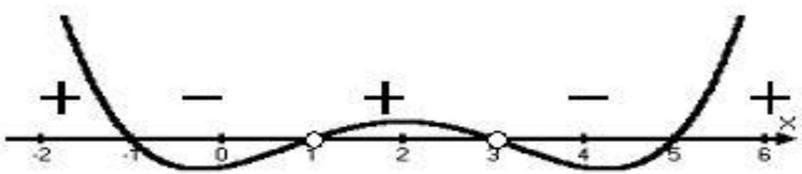


Рис. 9.

1. Найдите область определения : $y=\dfrac{\sqrt{x^2-x-6}}{\lg(x-1)}$.

ВОЗ-8

1. Решите неравенство : $\log_{\frac{1}{3}} \log_{\frac{1}{2}} \dfrac{x+4}{2x-3} < 0$.

1. Согласно свойствам логарифмов, имеем $\log_{\frac{1}{3}} 1 = 0$.

2. Поскольку основание логарифма $0 < \dfrac{1}{3} < 1$, получаем равносильное неравенство: $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{x+4}{2x-3} > 1$ (при этом $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{x+4}{2x-3} > 0$ выполняется автоматически).

3. Далее, имеем $\log_{\frac{1}{2}} \dfrac{1}{2} = 1$ и так как $0 < \dfrac{1}{2} < 1$, то получаем равносильную данному неравенству систему:

$$\begin{cases} \dfrac{x+4}{2x-3} > 0, \\ \dfrac{x+4}{2x-3} < \dfrac{1}{2}, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} \dfrac{x+4}{2x-3} > 0, \\ \dfrac{11}{2(2x-3)} < 0. \end{cases}$$

4. Из второго неравенства системы следует, что $2x-3<0$; значит, $x+4<0$ и задача сводится к решению равносильной системы:

$$\begin{cases} 2x-3<0, \\ x+4<0, \end{cases} \quad \text{т.е.} \quad \begin{cases} x<1{,}5, \\ x<-4. \end{cases}$$

5. Откуда имеем, что $x<-4$. Итак, получаем ответ: $(-\infty;-4)$.

Методика Ривина- Баженова

Карточка №1

1. Вычислите выражения: а) $\log_6 4 + \log_6 9$;

б) $\log_{\frac{1}{3}} 36 - \log_{\frac{1}{3}} 12.$

2. Решите уравнение $\log_5 x = 4\log_5 3 - \frac{1}{3}\log_5 27.$

Карточка №2

1. Вычислите $49^{\log_7 3}$.

2. Решите уравнения:

а) $\log_3 (2x + 8) = \log_3 (x - 2)$;

б) $\log_4 (2x + 4) = 2.$

Карточка №3

1. Вычислите $8^{2\log_{64} 3}$.

2. Решите уравнения:

а) $\log_9 \frac{1}{81} = x$; б) $5^{3x+2} = 7.$

Карточка №4

1. Найдите области определения функций:

а) $y = 7^x + \lg(6 - 3x)$; б) $y = \dfrac{\sqrt{x^2 - x - 6}}{\lg(x - 1)}$.

2. Вычислите:

а) $\log_4 \sin \dfrac{\pi}{4}$; б) $\lg \operatorname{tg} \dfrac{\pi}{4}$.

Карточка №5

1. Вычислите $16^{0,6 \log_4 10 + 1}$.

2.Найдите $\log_3 6$, если $\log_3 2 = a$.

Карточка №6

Установите, при каких x существуют логарифмы:

а) $\log_2 \dfrac{2x+1}{x-1}$; б) $\log_5(x^2 - 6x + 8)$; в) $\log_4(2x^2 + 9x)$.

2. Решите уравнения:

а) $\log_7(x - 1) = \log_7 2 + \log_7 3$;

Карточка№7

1. $\log_3 (2x + 1) = \log_3 13 + \log_3 3;$

2. $\dfrac{1}{2}\log_2 (3x - 2) = 3;$

3. $\dfrac{1}{3}\log_8 (2x + 1) = 1.$

Карточка №8

1. $\log_{-8} \dfrac{x - 1}{5} = ?$

2) $\log_5 (121 - x^2), \quad (121 - x^2) \geq 0, x \quad -11, x \geq 11.$

3) $3^{2x} = 5, \log_5 3 = 2x, x = \dfrac{\log_5 3}{2}.$

Методика ВИЗ

Карточка №1

- Дайте определение логарифма числа.
- Запишите основное логарифмическое тождество .

Карточка №2

- Перечислите основные свойства логарифмов.
- Дайте определение логарифмической функции и перечислите ее основные свойства

Карточка №3

- Чему равна область определение логарифмической функции.
- Чему равна область значении логарифмической функции.

Карточка №4

- В каком промежутке логарифмическая функция возрастает .
- В каком промежутке логарифмическая функция убывает .

Карточка №5

- Дайте определение логарифмической функции и перечислите ее основные свойства
- Запишите формулу перехода от одного основания логарифма к другому основанию.

Тестовый контроль

Задания , позволяющие проверить на сколько учащийся может повторить новую информацию.

1. Отметьте правильное определение логарифма

А) Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени, в которую нужно возвести основание b, чтобы получить число a. Имеем тождество: $a^{\log_a b} = b$.

-Б) Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени , в которую нужно возвести основание a, чтобы получить число b. Имеем тождество: $a^{\log_a b} = b$.

В) Логарифмом числа b по основанию a называется показатель степени , в которую нужно возвести число a, чтобы получить число b. Имеем тождество: $a^{\log_a b} = b$.

2. Завершить высказывания.

Формулу $a^{\log_a b} = b$.(где b >0, a >0, a не равен 1) называют ____________

____

3. Заполнить пропуски .

1.Логарифм произведения равен _______________________________ сумме логарифмов.

2. Логарифм _____________ равен произведению показателя степени на логарифм основания этой степени.

3.Логарифм _______________равен разности логарифмов.

4. Написать формулу перехода от одного основания логарифма к другому основанию.

$\log_a x =$

5.Заполнить пропуски так, чтобы получилось верное высказывание.

Функцию, заданную формулой $y = \log_a x$, называют ______________________

с основанием a.

6. Указать верный ответ к вопросу

- какая функция является обратной к показательной функции?

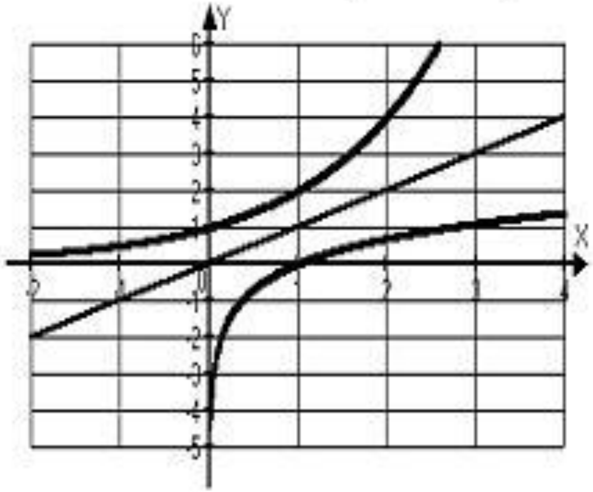
А) логарифмическая
Б) графическая
В)степенная

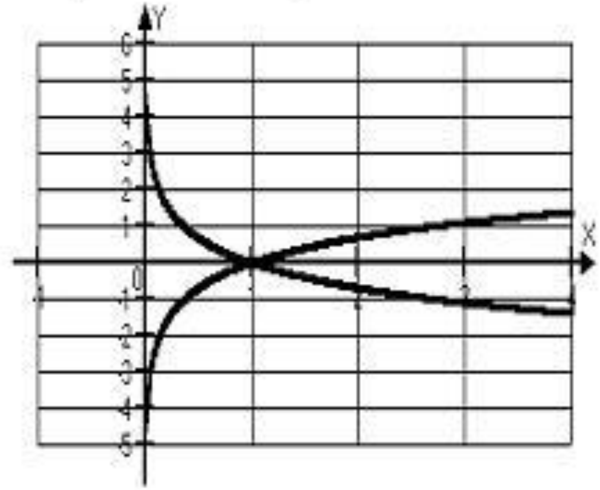
7. Записать свойства функции $y = \log_a x$ по предложенному плану.
А) Область определение ______________________
Б) Область значение ______________________
В) Функция $y = \log_a x$, $(a \in (1; \infty))$ возрастает в промежутке ________.
Г)) Функция $y = \log_a x$, $(a \in (0; 1))$ убывают в промежутке ____________

8. Записать решение уравнения $\log_a x = b$, $a > 0$, $a?\ 1$

9. Заполнить пропуски в утверждении .

Логарифмическая функция $y = \log_a x$ является обратной по отношению к показательной функции $y = a^x$ $(x \in R,\ a \in (0;1) \cup (1;\infty))$. Поэтому их графики ____________________ биссектрисы I и III координатных углов .





10.Выбери правильный ответ

Как зависит изменение логарифмической функции от основания а?

А) $a > 1$ - возрастает на (0 ; +?)
$0 < a < 1$ - убывает на (0 ; +?)

Б) $a > 1$ - возрастает на (0 ; +?)
$0 < a < 1$ - убывает на (0 ; +?)

Тестовый контроль

1. Найдите логарифм числа 8 по основанию 2.

1) 4;
2) 3;
3) 6;
4) 2.

2.Найдите логарифм числа 1/ 27 по основанию 3.

1) –3;
2) 3;
3) 9;
4) 6.

3. Найдите число x: $\log_3 x = -1$

1) 4;
2) –3;
3) 1/3;
4) 3.

4. Найдите число x: $\log_{\sqrt{5}} x = 0$

1) 5;
2) 1;
3) 25;
4) 1/5.

5. Найдите число x : $\log_x 27 = 3$

1) 3;
2) 9;
3) 81;
4) 1/3.

6. Вычислить: $\log_4 16$

1) 4;
2) 12;
3) 2;
4) 8.

7. Вычислить. $\log_5 1/25$

1) 5;
2) – 5;
3) – 2;
4) 1.

8. Вычислить: $2^{\log_2 4}$

1) 2;
2) 4;
3) 8;
4) 6.

9. Вычислить: $10^{\lg 100}$

1) 100;
2) 10;
3) 1/10;
4) 1.

10. Вычислить: $(1/2)^{\log_{1/2} 1}$

1) 0;
2) 2;
3) 1;
4) 4.

11. Найдите значение выражения: $\log_2 16 + \log_2 2$

1) 4;
2) 5;
3) 6;
4) 4,5.

12. Найдите значение выражения: $\log_{12} 36 + \log_{12} 4$

1) 2;
2) 12;
3) 0;
4) 40.

13. Найдите значение выражения: $\log_2 7 - \log_2 7/16$

1) 3;
2) 4;
3) 1;
4) 16.

14. Найдите значение выражения: $\log_3 27/a^2$, если $\log_3 a = 0{,}5$

1) 2,75;
2) 2;
3)3;
4)5.

15. Найдите значение выражения : $\log_{0,3} 9 - 2\log_{0,3} 10$

1) 2;
2) 1;
3) – 2;
4) 90.

16. Найдите значение выражения: $\log_{12}9/144 - \log_{12}9$

1) 1;
2) 2;
3) – 2;
4) 12.

17. Определить верное равенство:

1) $\log_3 24 - \log_3 8 = 16$;
2) $\log_3 15 + \log_3 3 = \log_3 5$;
3) $\log_5 5^3 = 2$;
4) $\log_2 16^2 = 8$.

18. Определить верное равенство:

1) $3\log_2 4 = \log_2 (4*3)$;
2) $3\log_2 3 = \log_2 27$;
3) $\log_3 27 = 4$;
4) $\log_2 2^3 = 8$.

19. Найдите значение выражения: $\log_3 6 + \log_{1/3} 2$

1) 2;
2) 4;
3) 1;
4) 12.

20. Прологарифмировать по основанию 10: $100(ab^3c)^{1/2}$

1) $2 + 1/2\lg a + 3/2\lg b + 1/2\lg c$;
2) $\lg a + 3/2\lg b + l1/2\lg c$;
3) $1/2\lg a + \lg b + \lg c + 2$;
4) $2\lg a + 3\lg b + 2\lg c + 2$.

21. Найдите число x : $\lg x = 1/2\lg 9 - 2/3\lg 8$

1) 3/4;
2) 4/3;
3) 3/2;
4) 6.

22. Найдите число x : $\lg x = \lg 12 + \lg 15 - \lg 18$

1) 10;
2) 1;
3) 0,1;
4) 3/2.

23. Найдите число x: $\log_6 x = 3\log_6 2 + 0{,}5\log_6 25 - 2\log_6 3$

1) 40/9;
2) 360;
3) – 6;
4) 46.

24. Вычислить: $(\lg 8 + \lg 18)/(2\lg 2 + \lg 3)$

1) 2;
2) lg12;
3) 3;
4) 10.

25. Вычислить: $\log_{125}5 - \log_{\sqrt{2}}1/2 + \log_{2,5}0{,}4$

1) 4/3;
2) – 3,5;
3) 0;
4) 4.

26. Вычислить: $9^{\log_3 6 - 1,5}$

1) 4/3;
2) 3/4;
3) 1,5;
4) 6.

27. Вычислить: $2^{\log_2 3} + \log_7 2 - \log_7 14$

1) 2;
2) 7;
3) $2 + 2\log_7 2$;
4) 3.

28. Упростить выражение: $\log_2 0,04 + 2\log_2 5$

1) 0;
2) 3;
3) –1;
4) 10.

29. Упростите выражение: $25^{1+\log_5 3}$

1) 225;
2) 125;
3) 625;
4) 25.

30. Упростите выражение: $6^{\log_5 0,2 + \log_6 15}$

1) 2,5;
2) $15\log_5 0,2$;
3) 5/6;
4) 15.

Задания на применения свойств логарифмов

Заполнить таблицу.

№	Название свойства логарифмов	Свойства логарифмов
1. 2.		$\log_a 1 = 0,\ a > 0,\ a \neq 1.$ $\log_a a = 1,\ a > 0,\ a \neq 1.$
3.		$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y,$ $a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0,\ y > 0.$
4. 5.		$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y,$ $a > 0,\ a \neq 1,\ x > 0,\ y > 0.$ $\log_a xa = a \log_a x,$ $x > 0,\ a > 0,\ a \neq 1,\ \alpha \in R.$
6.		$\log_{aa} x = \frac{1}{\alpha}\log_a x,\ a > 0,$ $a \neq 1,\ x > 0,\ \alpha \in R,\ \alpha \neq 0.$
7.	Замечание: Замечание.	1. $\log_{a^{2k}} x = \frac{1}{2k}\log_{\lvert a \rvert} x,$ $a \neq 0,\ a \neq \pm 1,\ x > 0,\ k \in N.$ 2. $\log_{ab} x a = \frac{\alpha}{\beta}\log_a x,\ a > 0,\ a \neq 1,\ \alpha \in R,$ $\beta \in R,\ \beta \neq 0,\ x > 0.$ $\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a},\ a > 0,\ a \neq 1,\ c > 0,\ c \neq 1,\ b > 0.$ $\log_a b = \frac{1}{\log_b a},\ a > 0,\ a \neq 1,\ b > 0,\ b \neq 1.$

Задания на доказательство свойств логарифмов

Заполнить таблицу .

№	Название свойства логарифмов	Свойства логарифмов	Доказательство свойств логарифмов
1.	Логарифм единицы.	$\log_a 1 = 0$, $a > 0$, $a \neq 1$.	
2.	Логарифм основания.	$\log_a a = 1$, $a > 0$, $a \neq 1$.	
3.	Логарифм произведения.	$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$, $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $y > 0$.	
4.	Логарифм дроби.	$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$, $a > 0$, a ? 1, $x > 0$, $y > 0$.	
5.	Логарифм степени.	$\log_a x^{\alpha} = \alpha \log_a x$, $x > 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, $\alpha \in R$.	
6.	Логарифм выражения по основанию, которое является степенью. Замечание:	$\log_{a^{\alpha}} x = \frac{1}{\alpha} \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, $x > 0$, $\alpha \in R$, $\alpha \neq 0$. 1. $\log_{a^{2k}} x = \frac{1}{2k} \log_{\lvert a \rvert} x$, $a \neq 0$, $a \neq \pm 1$, $x > 0$, $k \in N$. 2. $\log_{a^{\beta}} x^{\alpha} = \frac{\alpha}{\beta} \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, $\alpha \in R$, $\beta \in R$, $\beta \neq 0$, $x > 0$.	
7.	Переход к новому основанию. Замечание.	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $a > 0$, $a \neq 1$, $c > 0$, $c \neq 1$, $b > 0$. $\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$,	