



**в знакомстве с фактами,
которое делает человека
лишь педантом, а в
использовании фактов,
которое делает его**

Г. Бокль





Логарифмическая функция

Урок – Подготовка к ЕГЭ

История логарифмов

- В течение XVI в. резко возрос объем работы, связанный с проведением приближенных вычислений в ходе решения разных задач, и в первую очередь задач астрономии, имеющей непосредственное практическое применение (в частности, при определении положения судов по звездам и по Солнцу). Наибольшие проблемы возникали, как нетрудно понять, при выполнении операций умножения и деления.
- Первые таблицы логарифмов составлены независимо друг от друга шотландским математиком Дж. Непером (1550—1617) и швейцарцем И. Бюрги (1552—1632). В таблицы Непера, изданные в книгах под названиями «Описание удивительной таблицы логарифмов» (1614 г.) и «Устройство удивительной таблицы логарифмов» (1619 г.), вошли значения логарифмов синусов, косинусов и тангенсов для углов от 0 до 90° с шагом в 1 минуту.

Цель

- обобщение и систематизация теоретического материала по данной теме;
- отработка умений и навыков применения формул для преобразования логарифмических выражений и решения уравнений и неравенств;
- развитие навыков работы с дополнительной литературой, с историческим материалом;
- воспитание эстетических качеств и умения общаться

Задачи

- Повторить формулы, относящиеся к теме «Логарифмическая функция»;
- Закрепить умения преобразовывать логарифмические выражения и решать логарифмические уравнения и неравенства
- Формирование интереса к изучению математики
- Подготовка к ВНО

Содержание

- Разминка. «Лови ошибку!» – вспомним теорию
- Гонка с препятствиями. «Логарифмический дартс»
- Гонка по пересеченной местности. «Испытание графиками»
- Переменка. Логарифмическая «комедия $2 > 3$ ».
- Практичность теории.
- Проба сил.
- «Логарифмы в жизни и быту» - творческое домашнее задание



Лови ошибку!

Понятия	Формулы
1. Определение логарифма числа по заданному основанию	$\log_a a^c = c$
2. Основное логарифмическое тождество.	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \quad \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
3. Формула логарифм произведения.	$\log_a 1 = 0$
4. Формула логарифм частного.	$\log_a b \log_b a = 1$
5. Формула логарифм степени.	$\log_a b^n = n \log_a b$
6. Формула логарифмического перехода от одного основания к другому основанию.	$a^{\log_a c} = c$
7. Логарифм, значение которого равно единице	$\log \frac{x_1}{x_2} = \log x_1 - \log x_2$
8. Логарифм, значение которого равно нулю	$\log x_1 x_2 = \log x_1 + \log x_2$
9. Запись числа через логарифм	$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x, \quad a > 0, \quad a \neq 1, \quad b > 0$

Проверь себя!

Понятия	Формулы
1. Определение логарифма числа по заданному основанию	$\log_a b = x \Leftrightarrow b = a^x, a > 0, a \neq 1, b > 0$
2. Основное логарифмическое тождество.	$a^{\log_a c} = c$
3. Формула логарифм произведения.	$\log x_1 x_2 = \log x_1 + \log x_2$
4. Формула логарифм частного.	$\log \frac{x_1}{x_2} = \log x_1 - \log x_2$
5. Формула логарифм степени.	$\log_a b^n = n \log_a b$
6. Формула логарифмического перехода от одного основания к другому основанию.	$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}; \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$
7. Логарифм, значение которого равно единице	$\log_a a = 1$
8. Логарифм, значение которого равно нулю	$\log_a 1 = 0$
9. Запись числа через логарифм	$\log_a a^c = c$

«Логарифмический дартс»

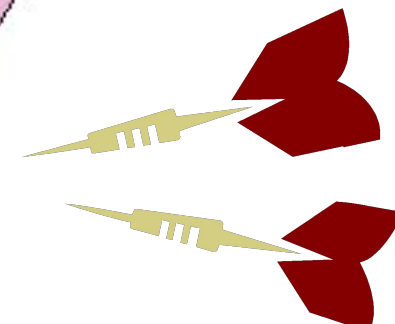
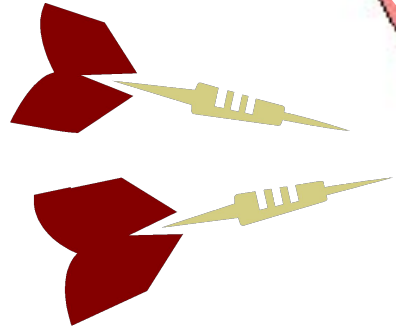


A large circular dartboard divided into 24 colored segments, each containing a logarithmic expression. The segments are arranged in four concentric rings:

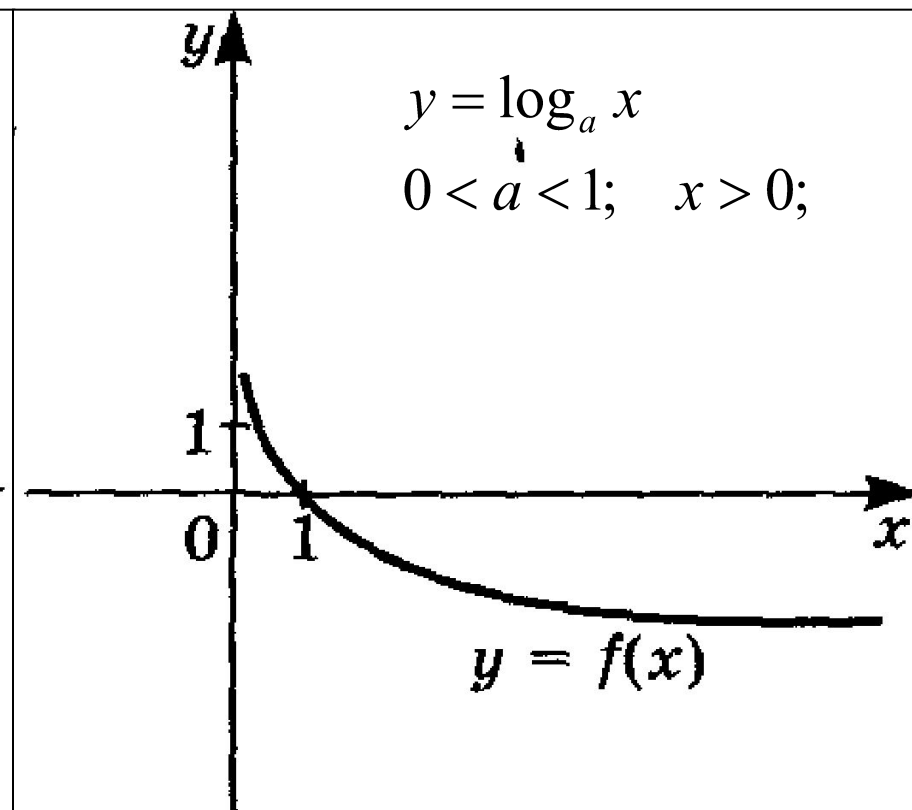
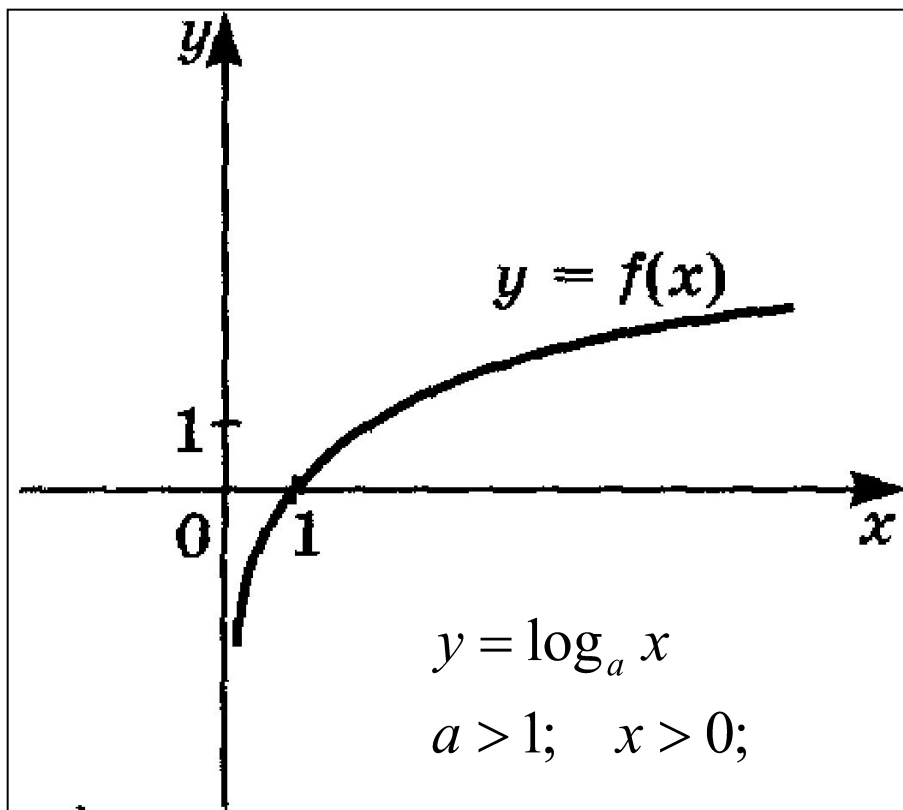
- Outer Ring (clockwise from top):**
 - $\lg 8 + \lg 125$
 - $7^{\log_7 2} + 2$
 - $\log_{\sqrt{5}} 1$
 - $\log_{100} 10$
 - $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$
 - $\log_{25} 1$
- Second Ring:**
 - $2^{-2 \log_2 5}$
 - $\log_{\frac{1}{4}} 2$
 - $\log_{25} 125$
 - $\log_4 8$
 - $\log_2 8$
 - $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{8}$
- Third Ring:**
 - $\lg 100$
 - $\log_3 27$
 - $\log_5 125$
 - $\log_2 8$
 - $\log_3 81$
 - $\log_8 16$
- Inner Ring:**
 - $\log_2 32$
 - $\log_3 27$
 - $\log_5 125$
 - $\log_2 8$
 - $\log_3 81$
 - $\log_8 16$

Additional expressions on the board include:

- $\lg 13 - \lg 130$ (outer left)
- $\lg \frac{1}{1000}$ (second ring left)
- $\log_{16} 8$ (third ring left)
- $\log_2 32$ (center)
- $\log_3 27$ (center)
- $\log_5 125$ (center)
- $\log_2 8$ (center)
- $\log_3 81$ (center)
- $\log_8 16$ (center)
- $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ (outer right)
- $\log_{100} 10$ (outer right)
- $\log_{\frac{1}{3}} \frac{1}{9}$ (second ring right)
- $\log_{27} 9$ (third ring right)
- $\log_4 8$ (fourth ring right)
- $\log_{\sqrt{5}} 1$ (outer right)
- $2^{-2 \log_2 5}$ (outer top-left)
- $\log_{\frac{1}{4}} 2$ (second ring top-left)
- $\log_{25} 125$ (third ring top-left)
- $\log_4 8$ (fourth ring top-left)
- $\log_2 8$ (center)
- $\log_3 81$ (center)
- $\log_8 16$ (center)
- $\log_{\frac{1}{8}} \frac{1}{8}$ (second ring bottom-right)
- $\log_{25} 1$ (outer bottom-right)
- $\log_3 \frac{1}{243}$ (third ring bottom-right)
- $\log_{81} 27$ (fourth ring bottom-right)
- $\log_8 16$ (center)
- $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{8}$ (second ring bottom-right)
- $\log_{25} 1$ (outer bottom-right)
- $\log_{\sqrt{7}} 49$ (outer bottom)
- $\log_3 \frac{1}{243}$ (third ring bottom)
- $\log_{81} 27$ (fourth ring bottom)
- $\log_8 16$ (center)
- $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{8}$ (second ring bottom)
- $\log_{25} 1$ (outer bottom)
- $\log_{\sqrt{7}} 49$ (outer bottom)
- $\log_3 \frac{1}{243}$ (third ring bottom)
- $\log_{81} 27$ (fourth ring bottom)
- $\log_8 16$ (center)
- $\log_{\frac{1}{4}} \frac{1}{8}$ (second ring bottom)



Перечислите основные свойства функций



$$D(y) = R_+ \quad E(y) = R$$

$a > 1$, функция возрастает на $D(y)$

функция общего вида

$$D(y) = R_+ \quad E(y) = R$$

$0 < a < 1$, функция возрастает на $D(y)$

функция общего вида

Найти область определения функции

$$y = \log_{0,5}(3 - 2x)$$

$$3 - 2x > 0$$

$$-2x > -3$$

$$2x < 3$$

$$x < \frac{3}{2}$$

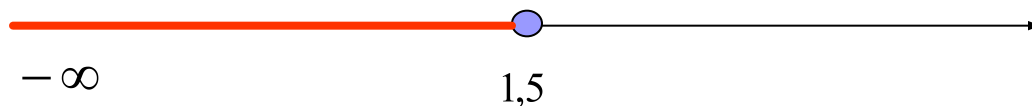
$$x < 1,5$$

1) $(-\infty; 1,5);$

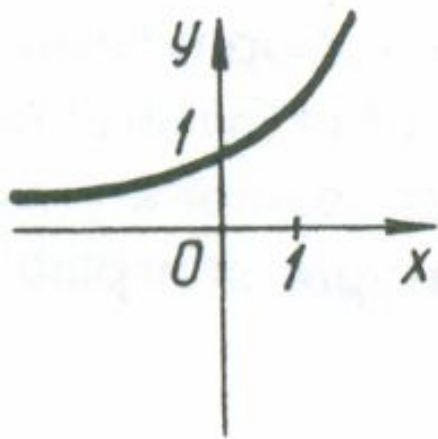
2) $(-\infty; -1,5);$

3) $(1,5; +\infty);$

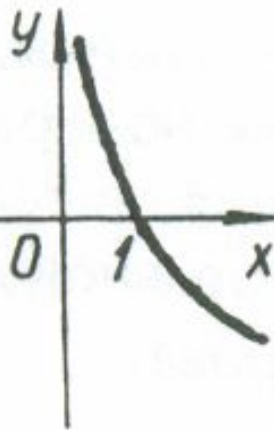
4) $(-\infty; 1,5]$



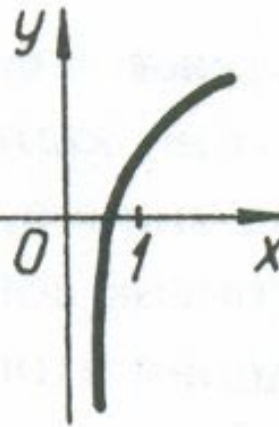
Какой график является графиком функции $y = \log_{0,4} x$?



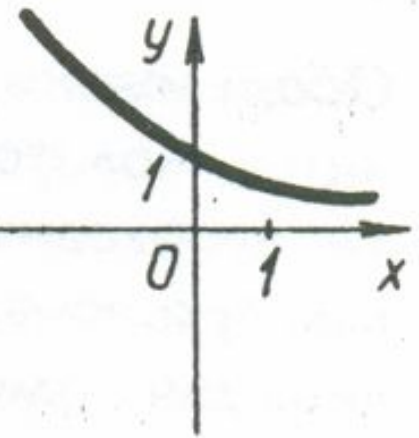
№ 1



№ 2



№ 3



№ 4

$$y = \log_{0,4} x$$

Совпадают ли графики функций? Постройте графики данных функций.

$$y = \log_2 \sqrt{4 - x}$$

и

$$y = \frac{\log_2(x - 4)}{2}$$

$$y = 0,5 \log_2(4 - x)$$

$$4 - x > 0$$

$$x < 4$$

$$y = 0,5 \log_2(x - 4)$$

$$x - 4 > 0$$

$$x > 4$$

x	-12	-4	2	0	3	3,5	3,25
y	2	1,5	0,5	1	0	-0,5	-1

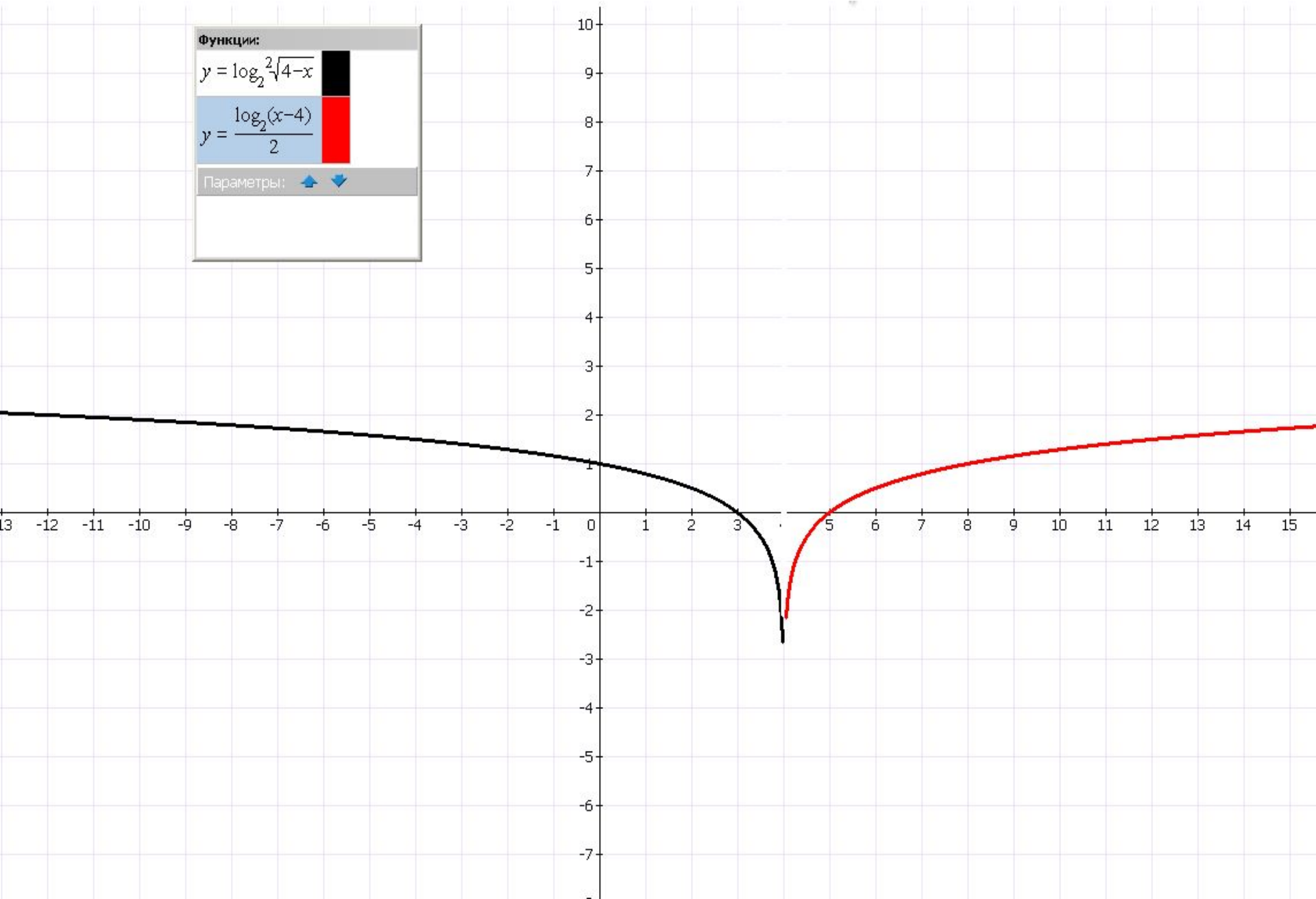
x	5	8	12	5,25	5,125
y	0	1	1,5	-1	-1,5

Функции:

$y = \log_2^2 \sqrt{4-x}$

$y = \frac{\log_2(x-4)}{2}$

Параметры:  



Логарифмическая «комедия 2>3»

$$\frac{1}{4} > \frac{1}{8} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^2 > \left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow$$

$$\lg\left(\frac{1}{2}\right)^2 > \lg\left(\frac{1}{2}\right)^3 \Rightarrow 2\lg\left(\frac{1}{2}\right) > 3\lg\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow$$

$$2 > 3$$

В чем ошибка этого доказательства?

Логарифмическая «комедия $2 > 3$ »

Решение:

$$\lg\left(\frac{1}{2}\right) < 0 \quad \Rightarrow \quad 2 \lg\left(\frac{1}{2}\right) < 3 \lg\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$2 < 3$$

Определить метод решения уравнений

Уравнения	Методы решения
$\log_a f(x) = b$	По определению логарифма
$\log_a f(x) = \log_a g(x)$	Метод потенцирования
$\log_{a(x)} f(x) = \log_{b(x)} f(x)$	Метод приведения к одному основанию
$f_1(x)^{f_2(x)} = f_3(x)$	Метод логарифмирования
$\log_a^2 f(x) + \log_a f(x) = c$	Метод подстановки
$a^{\log_a f(x)} = b^{\log_b f(x)}$	Использование основного логарифмического тождества
$\log_a f(x) + \log_a g(x) = c$	Сворачивание в один логарифм

Итог «Математической гонки»

«5» - свыше 32 баллов

«4» - 26 – 32 баллов

«3» - 15 – 25 баллов



Проба сил

A_1 Решите уравнение $\log_{1,5} (x - 1) = 2$

- | | | | |
|---------|------|------|---------|
| 1) 3,25 | 2) 4 | 3) 1 | 4) 1,25 |
|---------|------|------|---------|

A_2 Решите неравенство $\log_{0,5} (1 - 0,5x) \leq -1$

- | | | | |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| 1) $(-\infty; -2)$ | 2) $(-\infty; -2]$ | 3) $(-2; +\infty)$ | 4) $[-2; +\infty)$ |
|--------------------|--------------------|--------------------|--------------------|

A_3 Укажите промежуток, которому принадлежит корень уравнения:
 $\log_6 3x = 2 + \log_6 2.$

- | | | | |
|-----------|------------|-------------|-------------|
| 1) (4; 5) | 2) (7; 10) | 3) (20; 25) | 4) (11; 13) |
|-----------|------------|-------------|-------------|

A_4 Упростите выражение $2^{\log_2 7} + 2 \log_5 15 - \log_5 9.$

- | | | | |
|------|------------------------------|--------------------------------|------|
| 1) 4 | 2) $2 + \log_5 \frac{10}{3}$ | 3) $2 + 2 \log_5 \frac{15}{9}$ | 4) 9 |
|------|------------------------------|--------------------------------|------|

Ответы: 1 2 3 4

Баллы 1 2 3 4