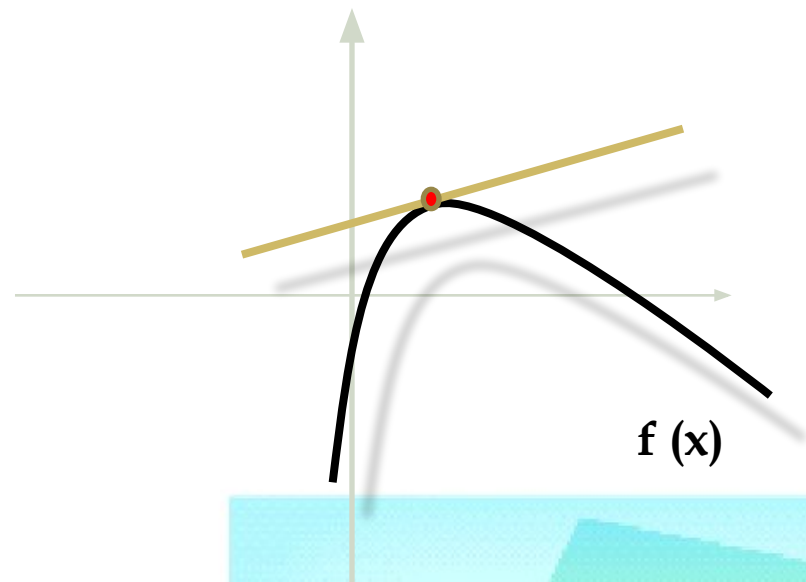


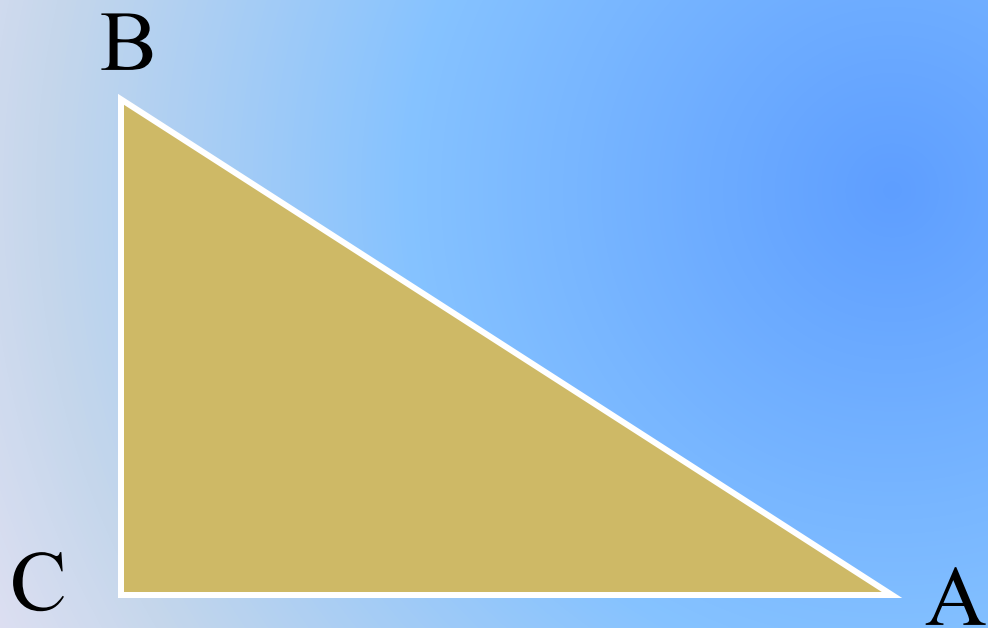
Геометрический смысл производной.

Уравнение касательной.



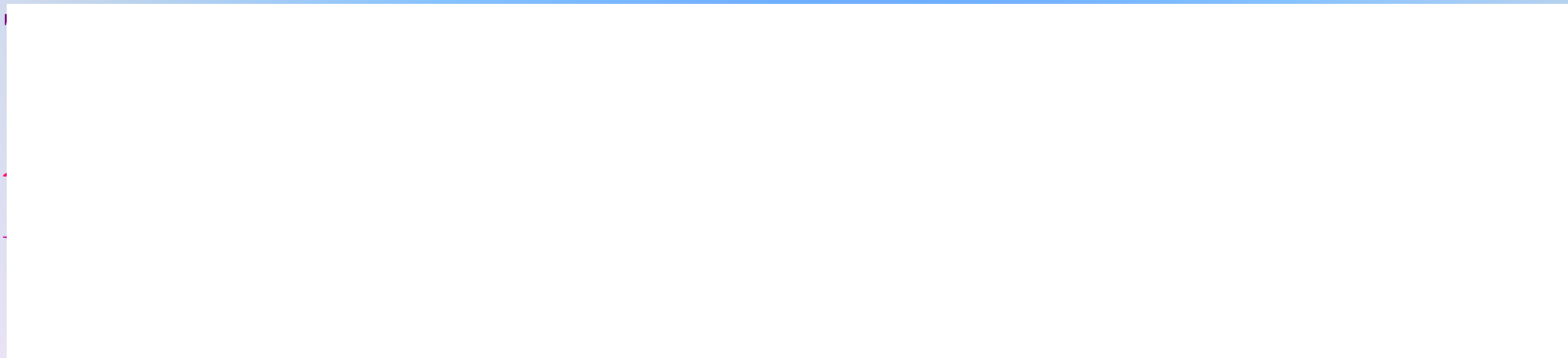
Подготовительная работа

1. В прямоугольном треугольнике ABC длины катетов AC и BC равны соответственно 5 см и 4 см, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$.
Найдите: $\operatorname{tg} \alpha$, $\operatorname{tg} \beta$



Подготовительная работа

2. Построить прямые $y = 2x + 2$, $y = -x + 3$, отметить угол α между каждой прямой и положительным направлением оси абсцисс и какую-нибудь точку M на стороне угла α , не лежащей на оси абсцисс.
3. Спроектировать точку M на ось абсцисс и найти $\operatorname{tg}\alpha$.
4. Сделать вывод.



Подготовительная работа

Если прямая *параллельна оси абсцисс* или *совпадает с ней*, то угол между прямой и осью считается равным , т. е. в этом случае тангенс угла равен угловому коэффициенту прямой

$$y = b$$

$$y = 0x + b, k = 0$$

Каков характер изменения функции?

Если $k > 0$, то функция возрастает.

Если $k < 0$, то функция убывает.

Если $k = 0$, то функция постоянна.

Подготовительная работа

Назовите угловой коэффициент прямой и характер изменения функции:

а) $y = x + 4$;

б) $y = -2x + 1$;

в) $y = 3$;

г) $y = \frac{1}{2}x + 3$

Найдите угол между прямой и осью абсцисс:

а) $y = x + 1$;

б) $y = -x + 2$;

в) $y = \sqrt{3}x + 2$;

г) $y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x$;

Используя формулы и правила дифференцирования, найдите производные следующих функций:

1. $y = 2x^{10}$

2. $y = 4\sqrt{x}$

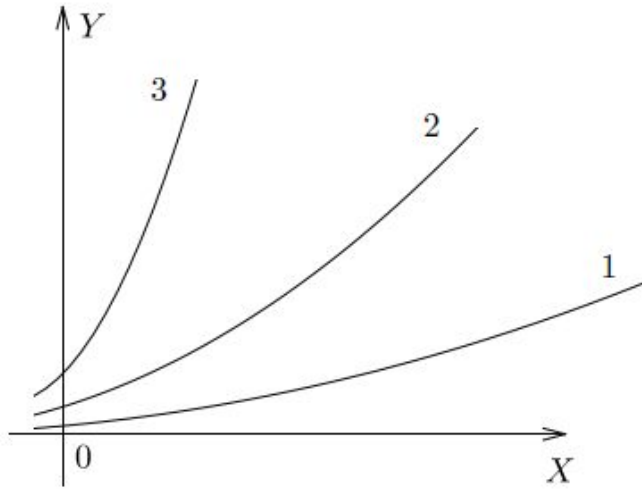
3. $y = 7x + 4$

4. $y = \operatorname{tg}x + \frac{5}{x}$

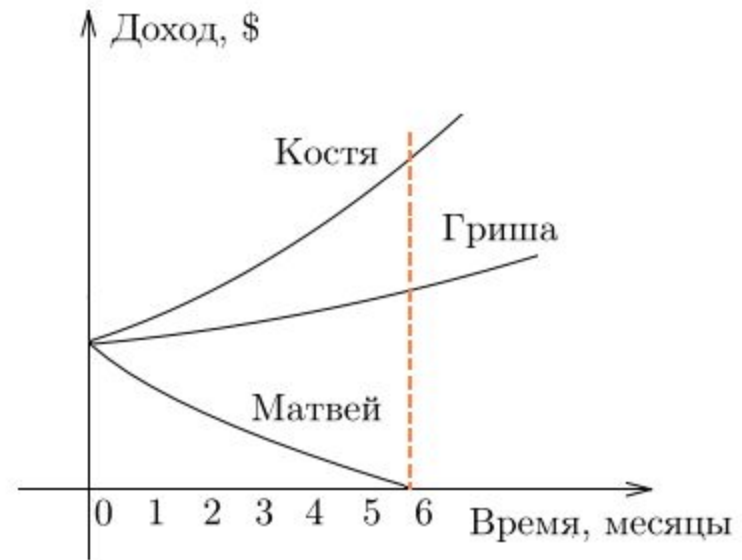
5. $y = x^3 \cdot \sin x$

6. $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$

Оценить скорость
изменения функций

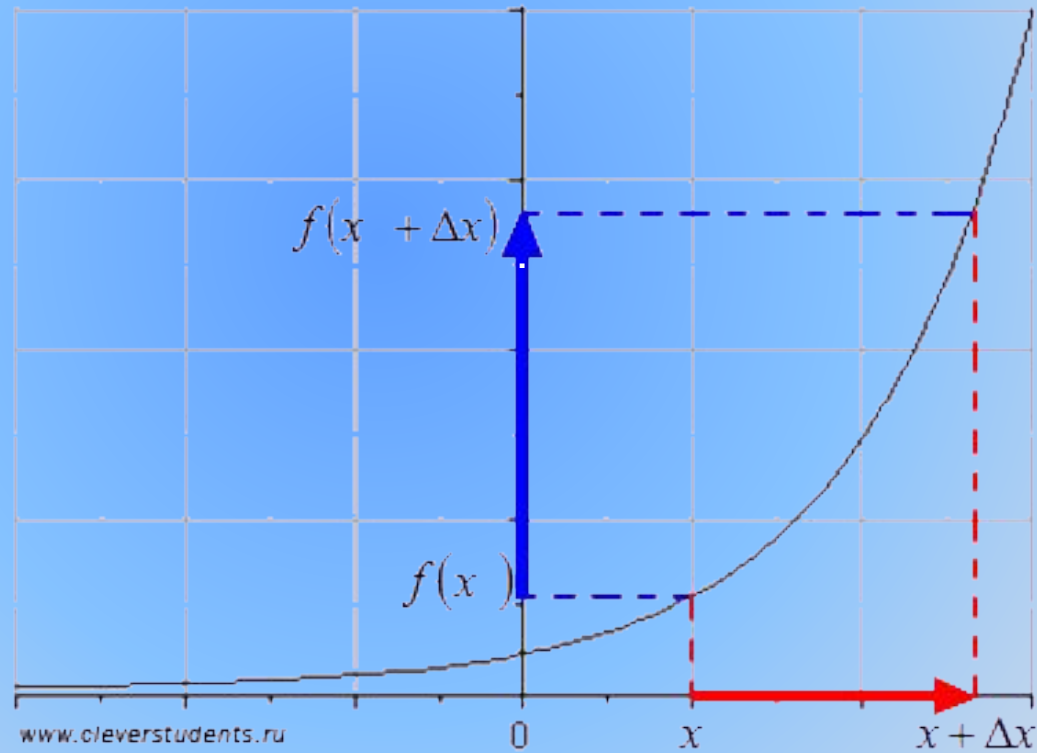


Охарактеризовать
доходы мальчиков

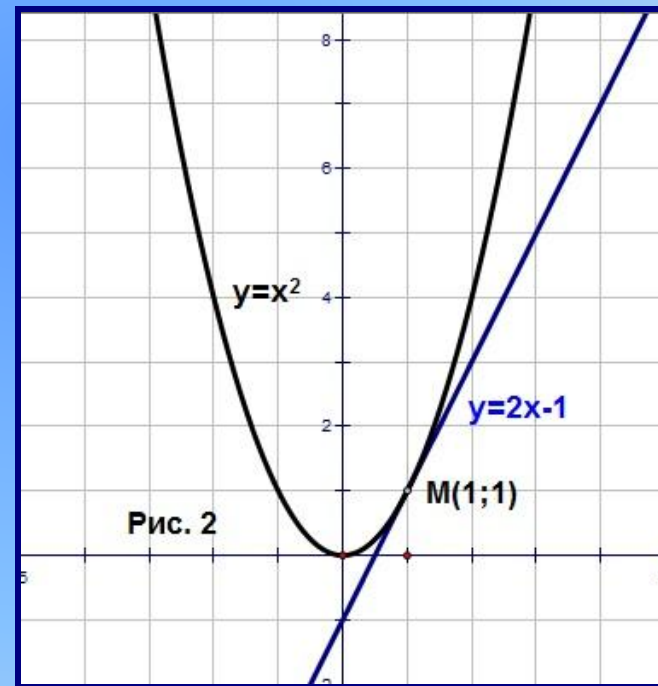
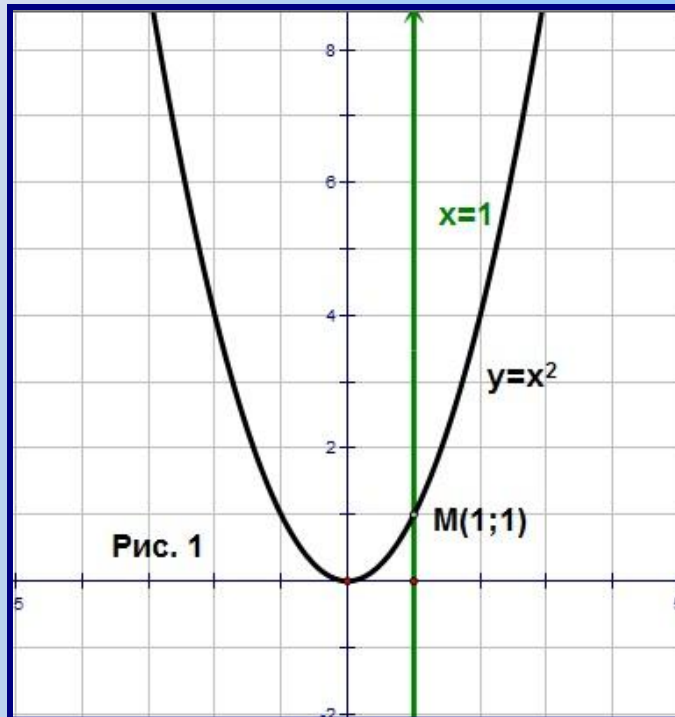


Определение производной

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$

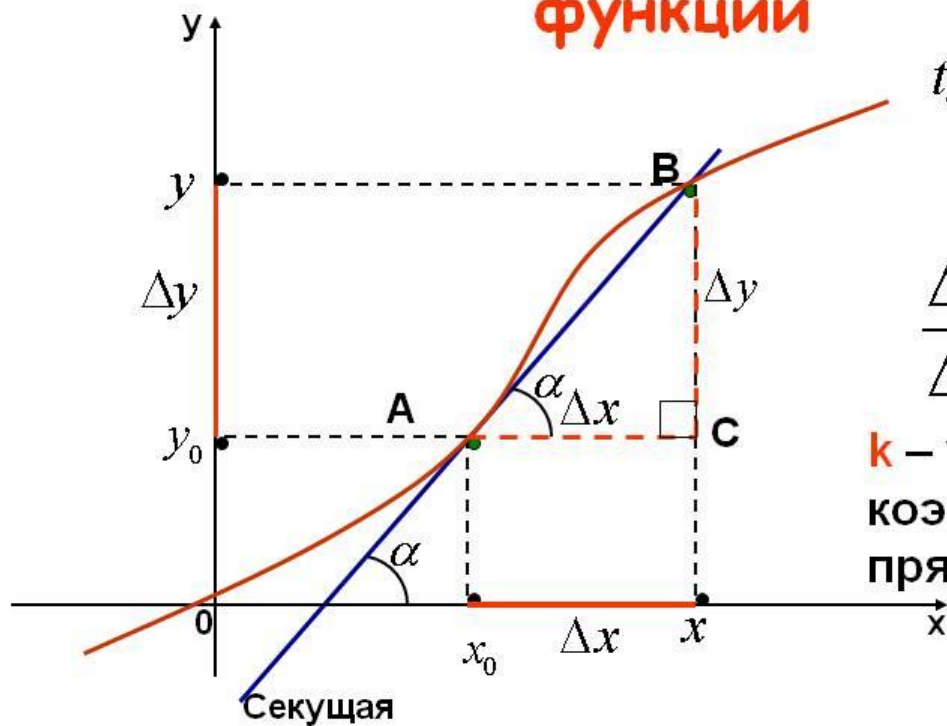


Дать определение касательной
к графику функции



На каком из рисунков
изображена
касательная

Геометрический смысл приращения функции



$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Итак,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \operatorname{tg} \alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой (секущей)

$$y = kx + b$$



Новый материал

Выясним геометрический смысл производной дифференцируемой функции $y = f(x)$.

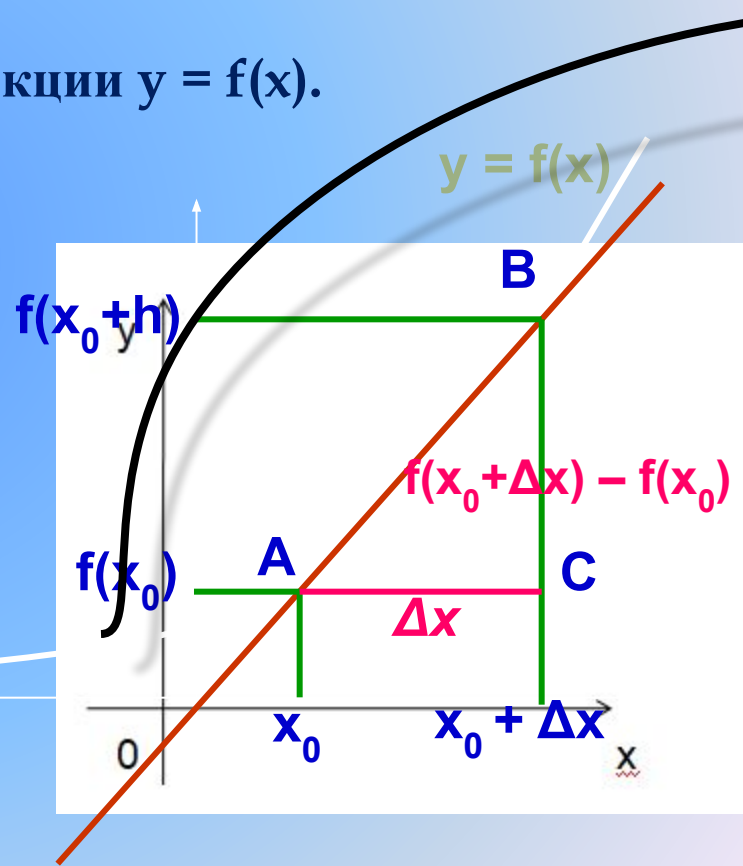
Пусть функция $y = f(x)$ определена в некоторой окрестности точки x_0 и существует $f'(x_0)$.

Рассмотрим график дифференцируемой функции $y = f(x)$.

Прямая **AB** называется **секущей** к графику функции $y = f(x)$.

Угловой коэффициент прямой **AB** **k** равен

$$k = \operatorname{tg} \angle BAC = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



Новый материал

Пусть $\Delta x \rightarrow 0$, тогда

точка В, двигаясь по графику, приближается к точке А,
а секущая поворачивается вокруг точки А.

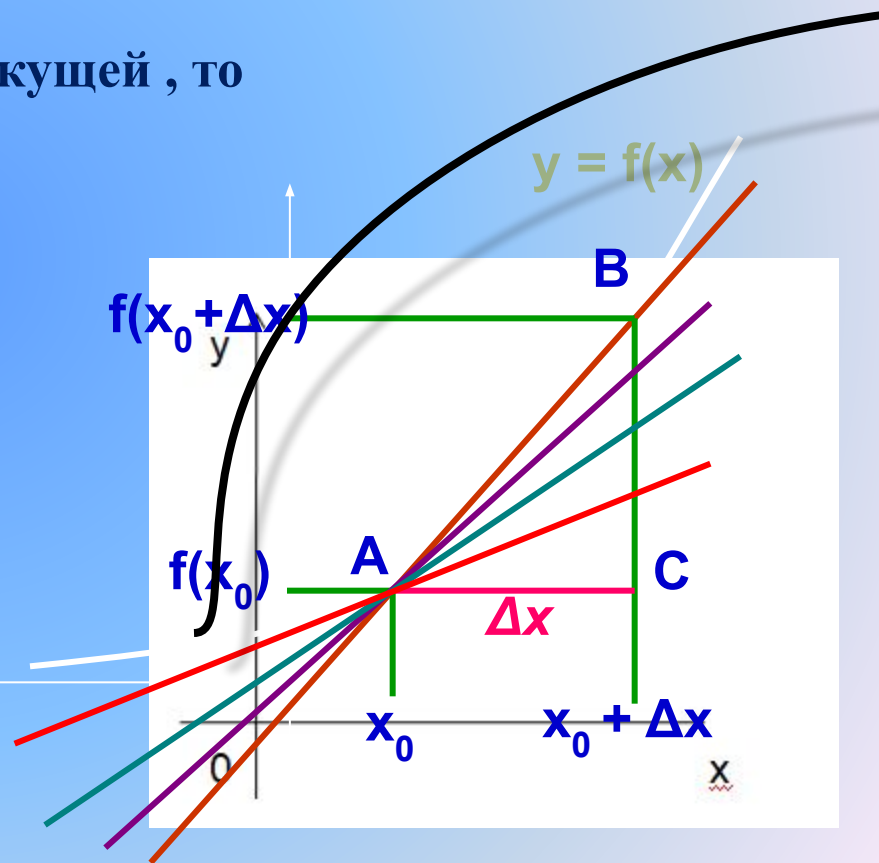
Если существует $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} k = k_0$,

т.е. существует предельное положение секущей, то
прямая

называется **касательной** к графику
функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$.

Итак, касательная к графику функции
 $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$ – предельное
положение секущей ВА при $\Delta x \rightarrow 0$.

$$k_0 = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} k =$$
$$= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = f'(x_0)$$



Новый материал

Так как k_0 – угловой коэффициент касательной, то

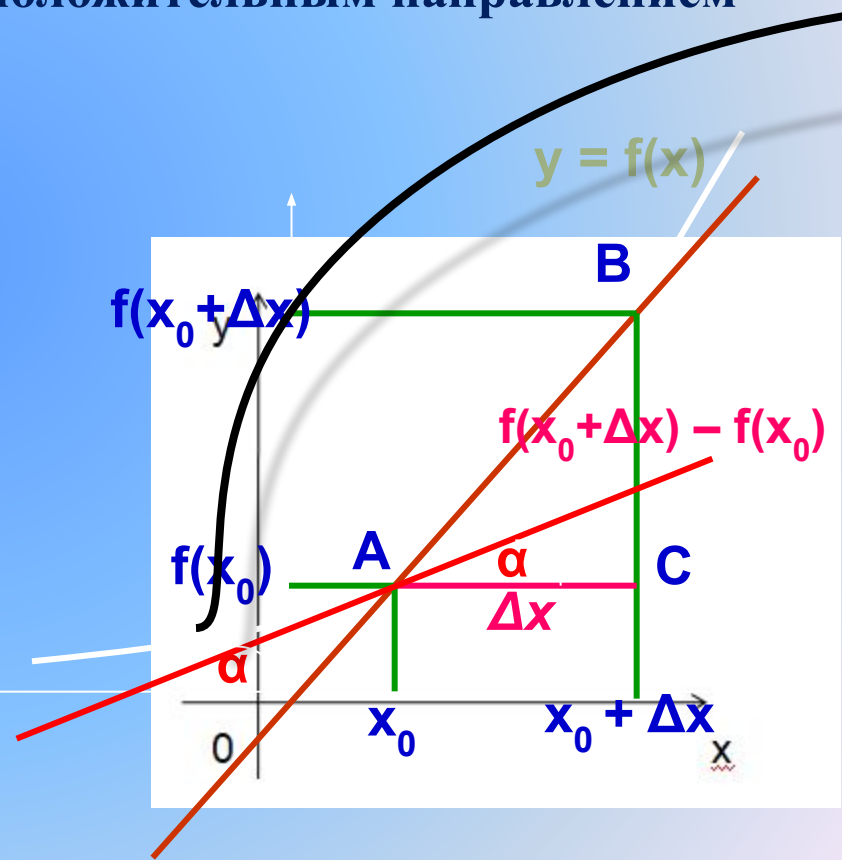
$$k_0 = f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

где α – угол, образуемый касательной с положительным направлением оси Ox .

Итак,
$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha$$

Геометрический смысл производной

состоит в том, что *значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 равно угловому коэффициенту касательной к графику функции $y = f(x)$ в точке $(x_0; f(x_0))$.*



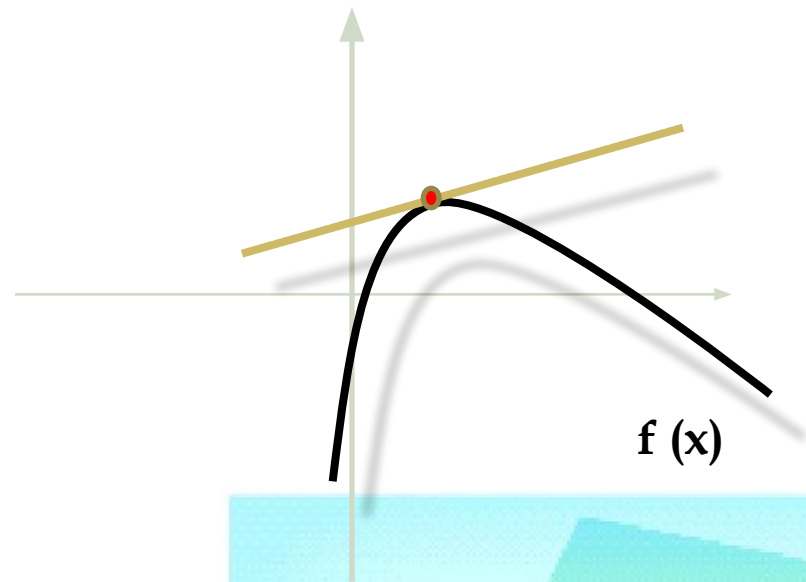
№1. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой $y = 2x^2 + x$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

№2. Укажите значение коэффициента k при котором графики линейных функций $y = 8x + 12$ и $y = kx - 3$ параллельны.

Закрепление

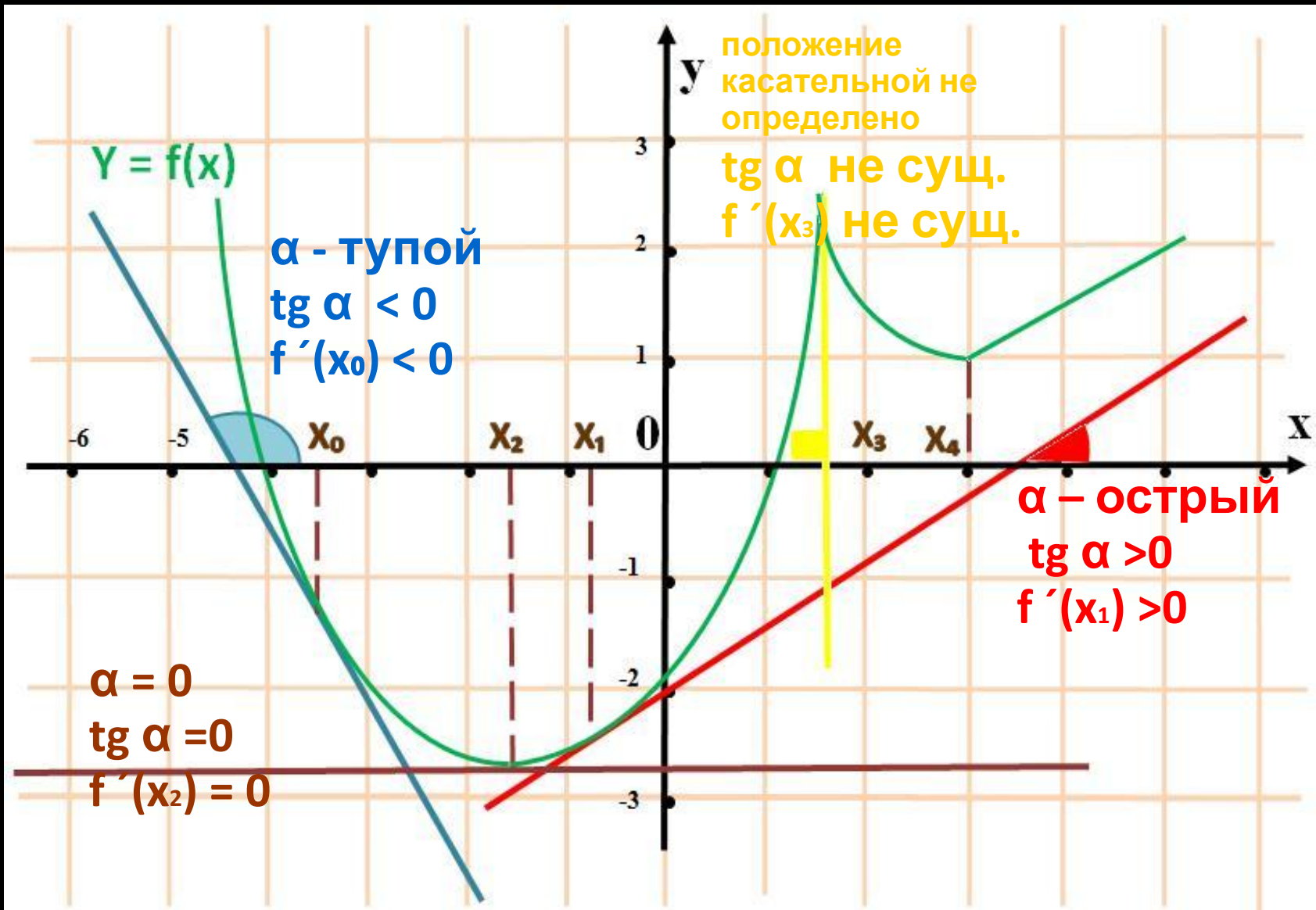
- № 253 (а, б), 254 (а, б), 257 (а, б)
- Учебник 10 – 11 класс / А. Н. Колмогоров

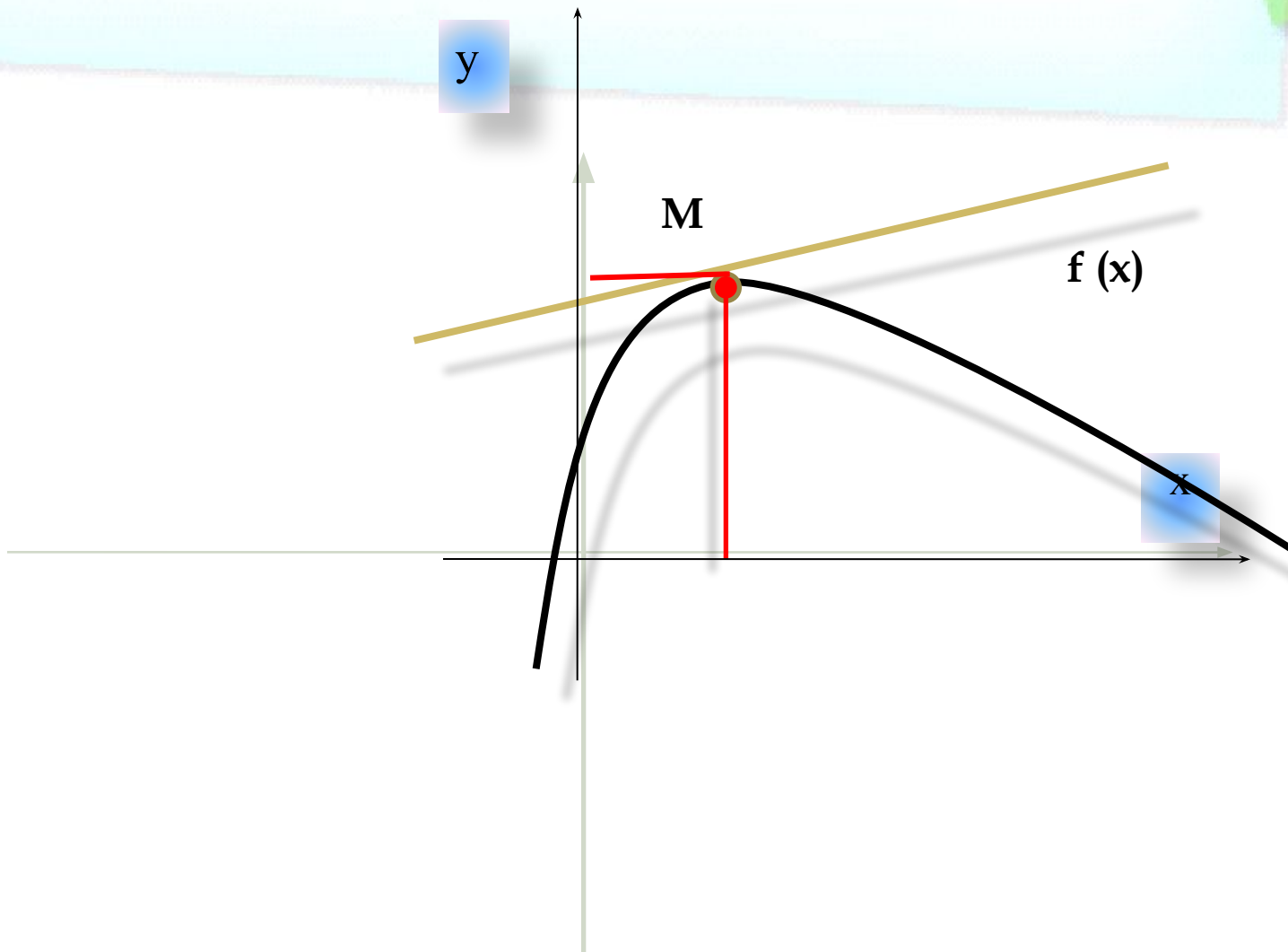
Уравнение касательной.



- 1. В чем состоит геометрический смысл производной ?*
- 2. В любой ли точке графика можно провести касательную? Какая функция называется дифференцируемой в точке?*
- 3. Касательная наклонена под тупым углом к положительному направлению оси Ox .
Что можно сказать о знаке производной и характере монотонности функции?*
- 4. Касательная наклонена под острым углом к положительному направлению оси Ox .
Что можно сказать о знаке производной и характере монотонности функции?*
- 5. Касательная наклонена под прямым углом к положительному направлению оси Ox .
Что можно сказать о производной?*

для дифференцируемых функций : $0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$, $\alpha \neq 90^\circ$





Уравнение касательной

$$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$$

$(x_0; f(x_0))$ – координаты точки касания

$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = k$ – тангенс угла наклона касательной в данной точке или угловой коэффициент

$(x; y)$ – координаты любой точки касательной

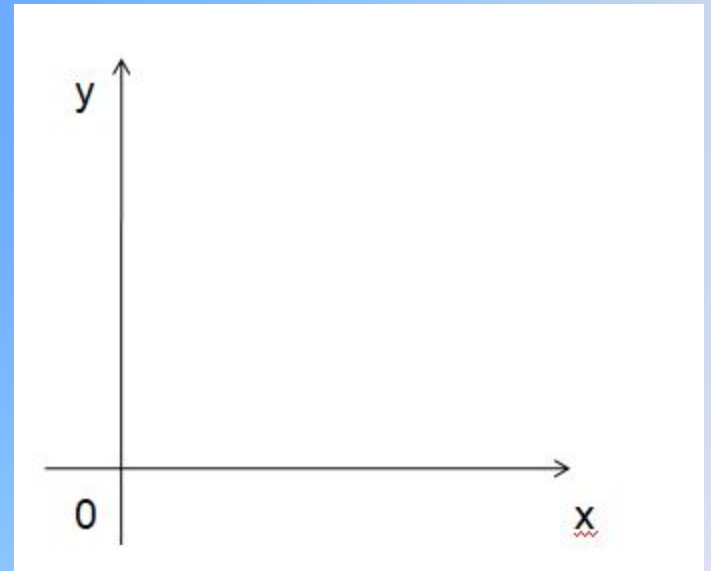
№3. Напишите уравнение касательной к кривой $y = 2x^2 + x$ в точке с абсциссой $x_0 = -2$.

Закрепление

- № 255 (а, б), 256 (а, б)
- Учебник 10 – 11 класс / А. Н. Колмогоров

Домашнее задание

- № 253 (в, г), 254 (в, г), 257 (в, г)
- № 255 (в, г), 256 (в, г)
- Учебник 10 – 11 класс / А. Н. Колмогоров
-



Спасибо за внимание!

