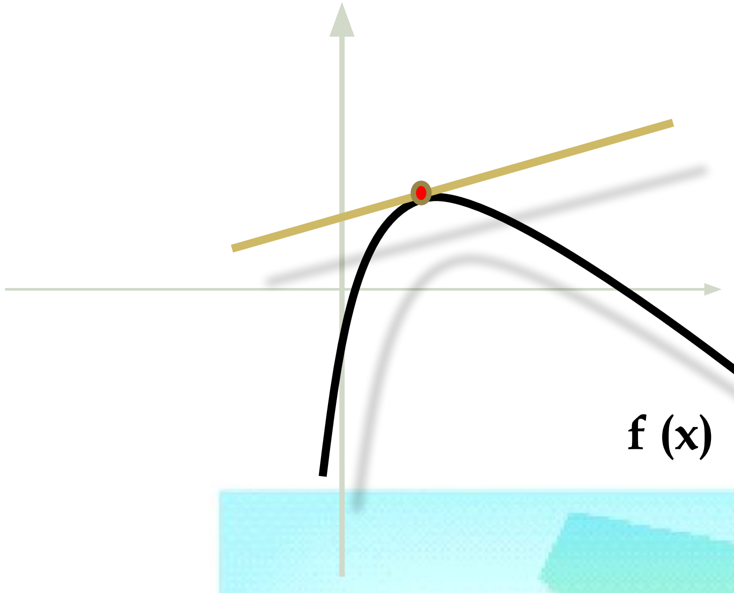
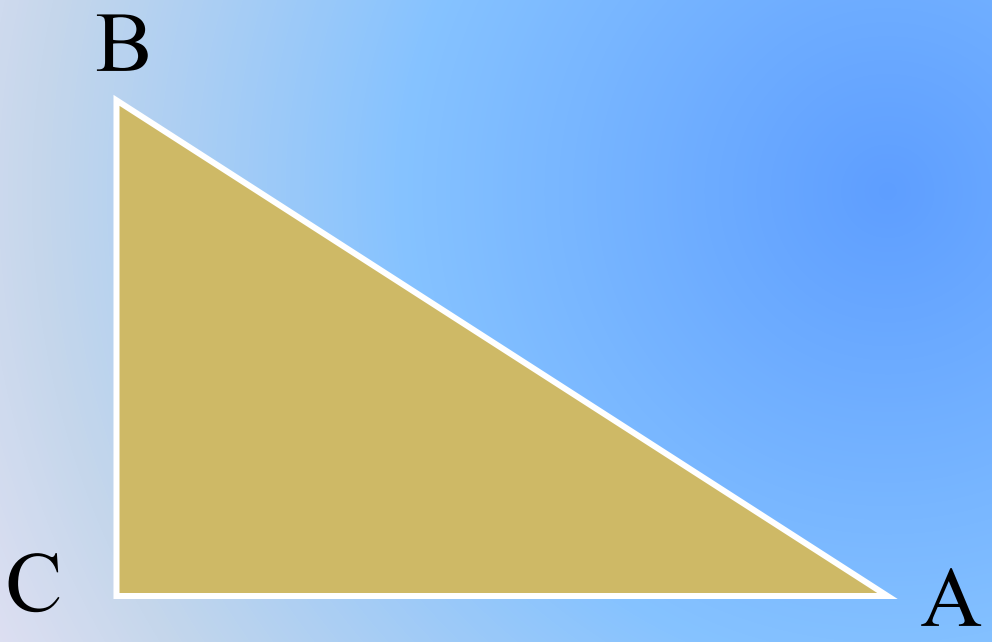
Геометрический смысл производной.

Уравнение касательной.



Подготовительная работа

1. **В прямоугольном треугольнике ABC длины катетов AC и BC равны соответственно 5 см и 4 см, $\angle A = \alpha$, $\angle B = \beta$. Найдите: $tg\ \alpha$, $tg\ \beta$**



Подготовительная работа

2. Построить прямые $y = 2x + 2$, $y = -x + 3$, отметить угол α между каждой прямой и положительным направлением оси абсцисс и какую-нибудь точку M на стороне угла α, не лежащей на оси абсцисс.

3. Спроектировать точку M на ось абсцисс и найти $tg\alpha$.

4. Сделать вывод.

Подготовительная работа

Если прямая *параллельна оси абсцисс* или *совпадает с ней*, то угол между прямой и осью считается равным , т. е. в этом случае тангенс угла равен угловому коэффициенту прямой

y = b

y = 0x + b, k =0

Каков характер изменения функции?

Если k > 0, то функция возрастает.

Если k < 0, то функция убывает.

Если k = 0, то функция постоянна.

Подготовительная работа

Назовите угловой коэффициент прямой и характер изменения функции:

а) y = x + 4;

б) y = -2x + 1;

в) y = 3;

$$г)\, y = \frac{1}{2}x + 3$$

Найдите угол между прямой и осью абсцисс:

а) y = x + 1;

б) y = -x + 2;

$$в)\, y = \sqrt{3}x + 2; \qquad г)\, y = -\frac{1}{\sqrt{3}}x;$$

Используя формулы и правила дифференцирования, найдите производные следующих функций:

1. $y = 2x^{10}$

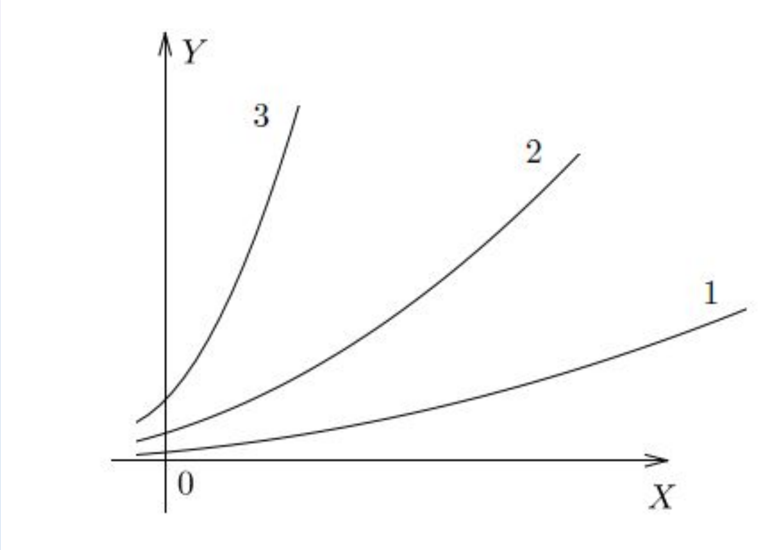
2. $y = 4\sqrt{x}$

3. $y = 7x + 4$

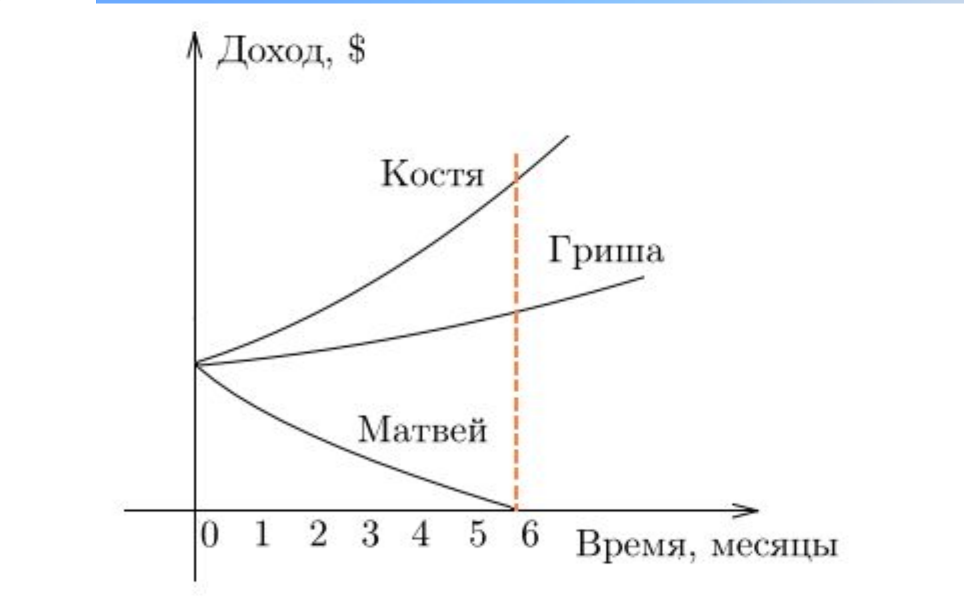
4. $y = tgx + \frac{5}{x}$

5. $y = x^3 \cdot \sin x$

6. $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$



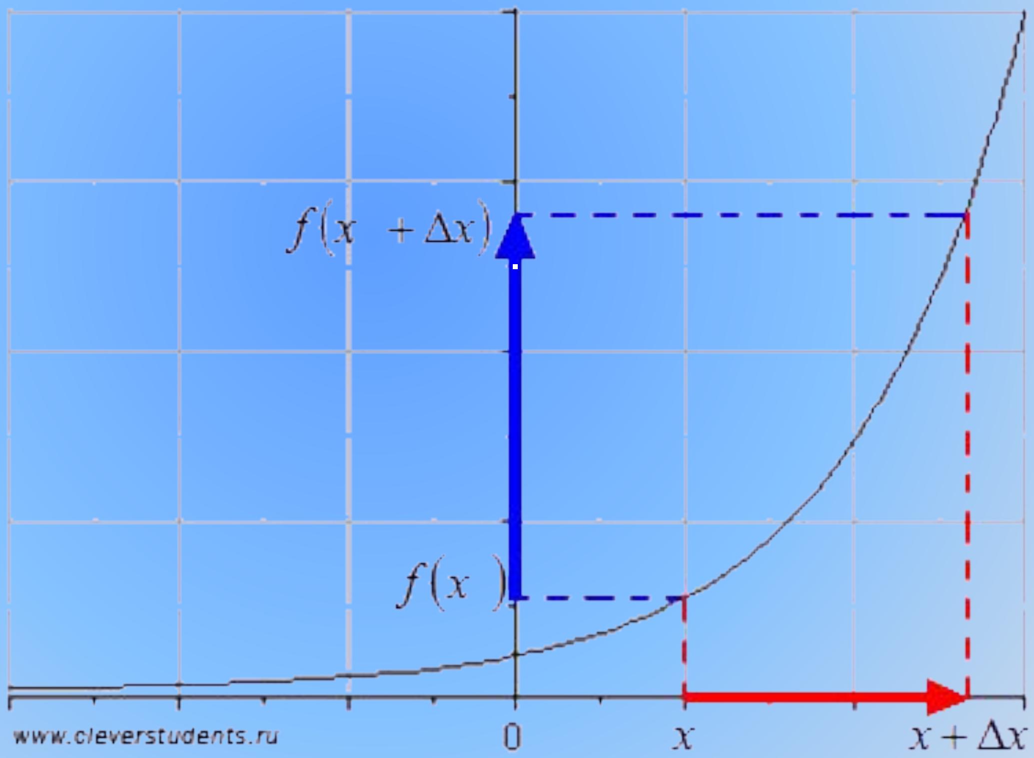
Оценить скорость изменения функций



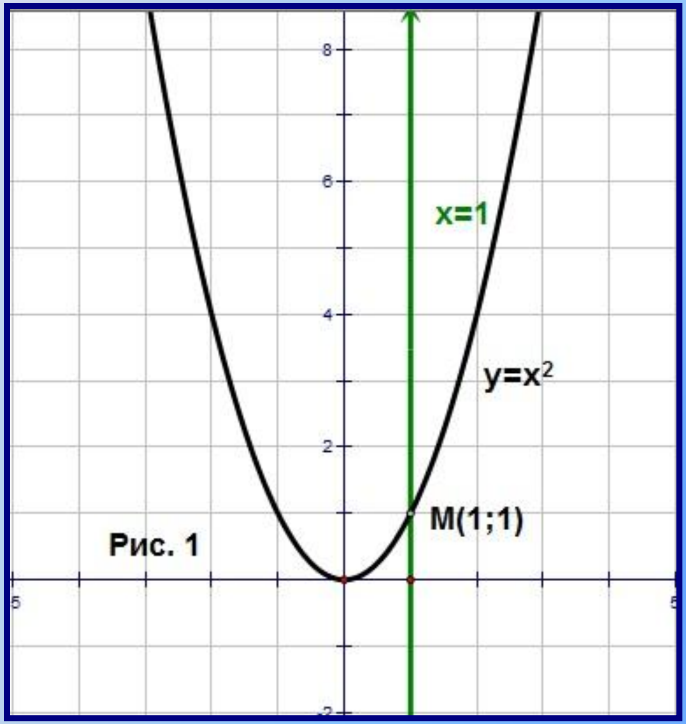
Охарактеризовать доходы мальчиков

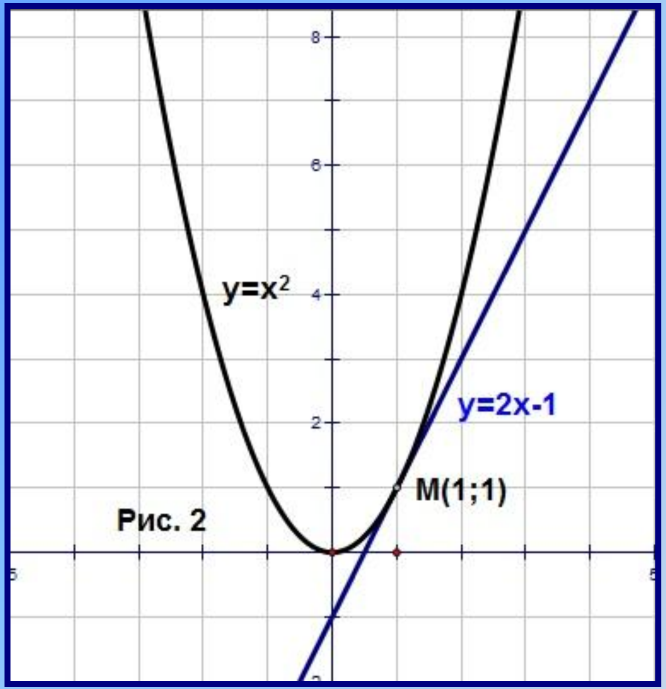
Определение производной

$$f'(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$$



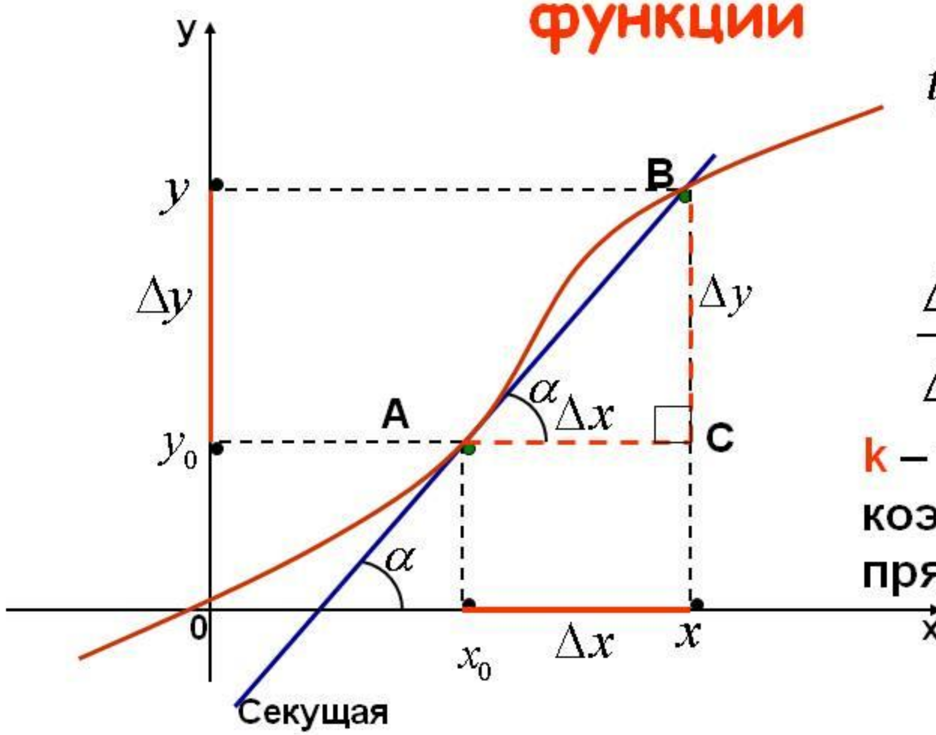
Дать определение касательной к графику функции





На каком из рисунков изображена касательная

Геометрический смысл приращения функции



$$tg\alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Итак,

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = tg\alpha = k$$

k – угловой коэффициент прямой(секущей)

$$y = kx + b$$

Новый материал

Выясним геометрический смысл производной дифференцируемой функции y = f(x).

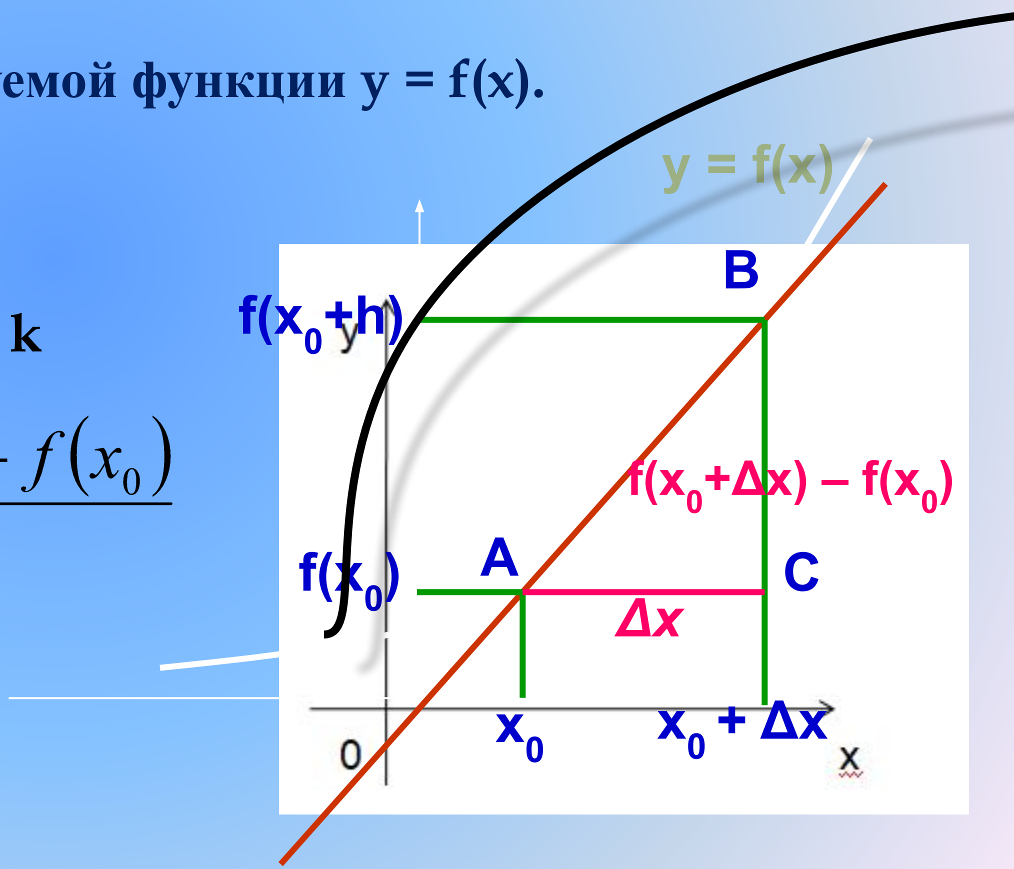
Пусть функция y = f(x) определена в некоторой окрестности точки x_0 и существует $f'(x_0)$.

Рассмотрим график дифференцируемой функции y = f(x).

Прямая AB называется секущей к графику функции y = f(x).

Угловой коэффициент прямой AB k равен

$$k = tg\angle BAC = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$



Новый материал

Пусть Δx → 0, тогда

точка B, двигаясь по графику, приближается к точке A,

а секущая поворачивается вокруг точки A.

Если существует $\lim\limits_{\Lambda x \to 0} k = \boldsymbol{k_0},$

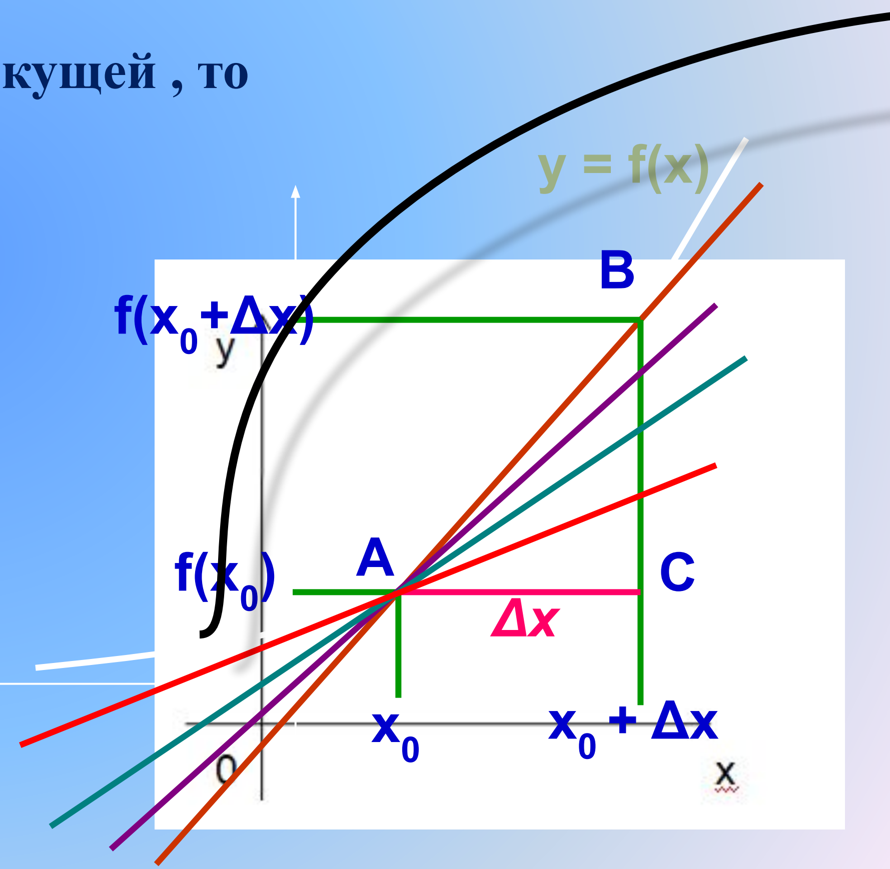
т.е. существует предельное положение секущей , то прямая

называется касательной *к графику функции y = f(x) в точке (x_0; f(x_0)).*

Итак, касательная к графику функции y = f(x) в точке (x_0; f(x_0)) − предельное положение секущей BA при Δx → 0.

$$k_0 = \lim_{\Lambda x \to 0} k =$$

$$= \lim_{\Lambda x \to 0} \frac{f(x_0 + \Lambda x) - f(x_0)}{\Lambda x} = f'(x_0)$$



Новый материал

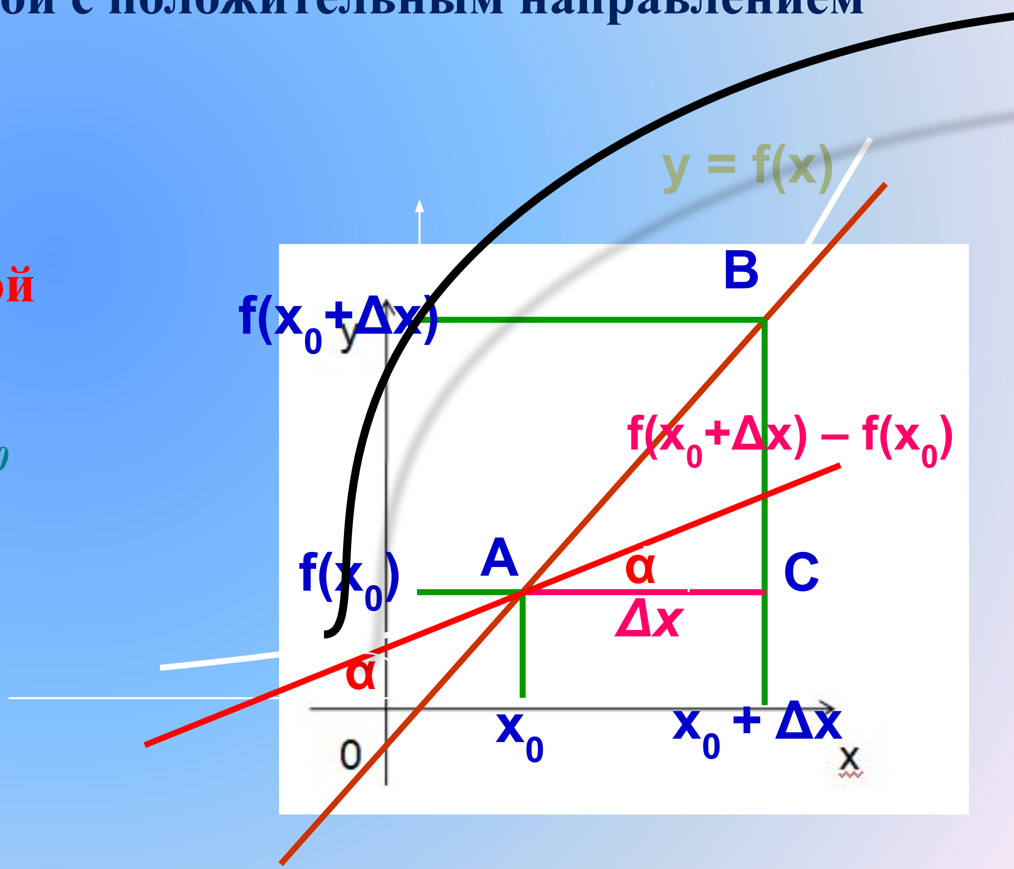
Так как k_0 – угловой коэффициент касательной, то

$$k_0 = f'(x_0) = tg\alpha$$

где α − угол, образуемый касательной с положительным направлением оси Ох.

Итак, $$f'(x_0) = tg\alpha$$

Геометрический смысл производной **состоит в том, что** ***значение производной функции f(x) в точке x_0*** **равно** ***угловому коэффициенту касательной к графику функции y = f(x) в точке (x_0; f(x_0)).***



№1. Найдите угловой коэффициент касательной к кривой $y = 2x^2 + x$ ***в точке с абсциссой*** $x_0 = -2$.

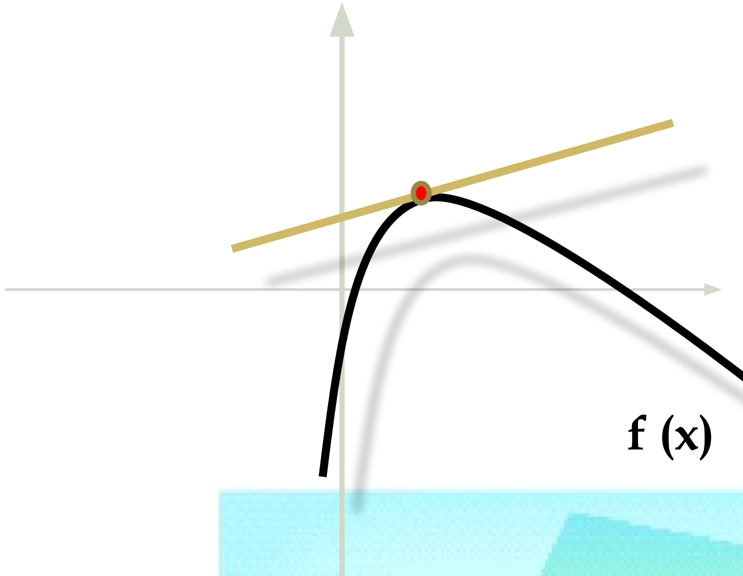
№2. Укажите значение коэффициента k при которому графики линейных функций

y = 8x+12 ***и*** **y = kx – 3** ***параллельны.***

Закрепление

- № 253 (а, б), 254 (а, б), 257 (а, б)
- Учебник 10 – 11 класс / А. Н. Колмогоров

Уравнение касательной.



1. *В чем состоит геометрический смысл производной ?*

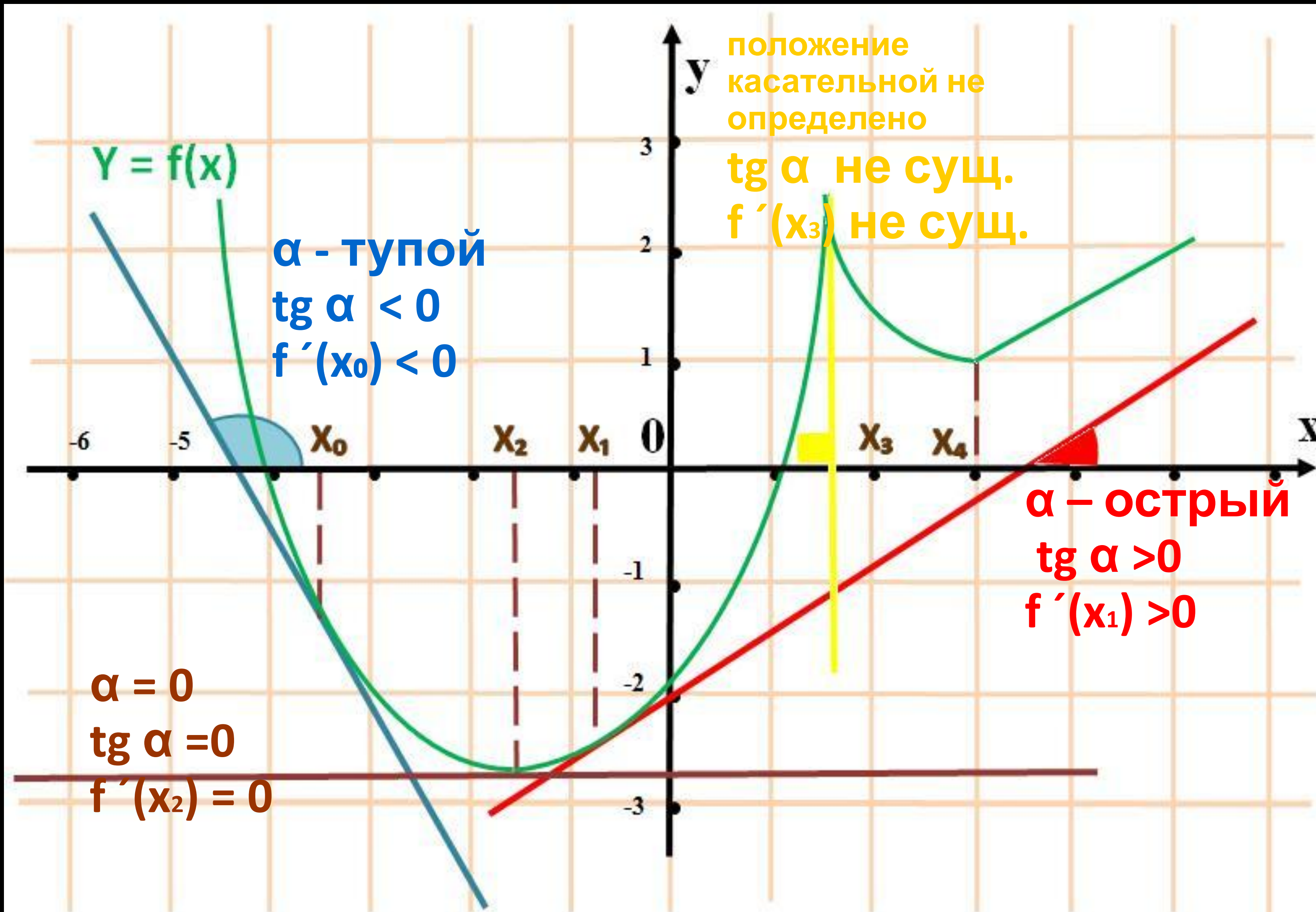
2. *В любой ли точке графика можно провести касательную? Какая функция называется дифференцируемой в точке?*

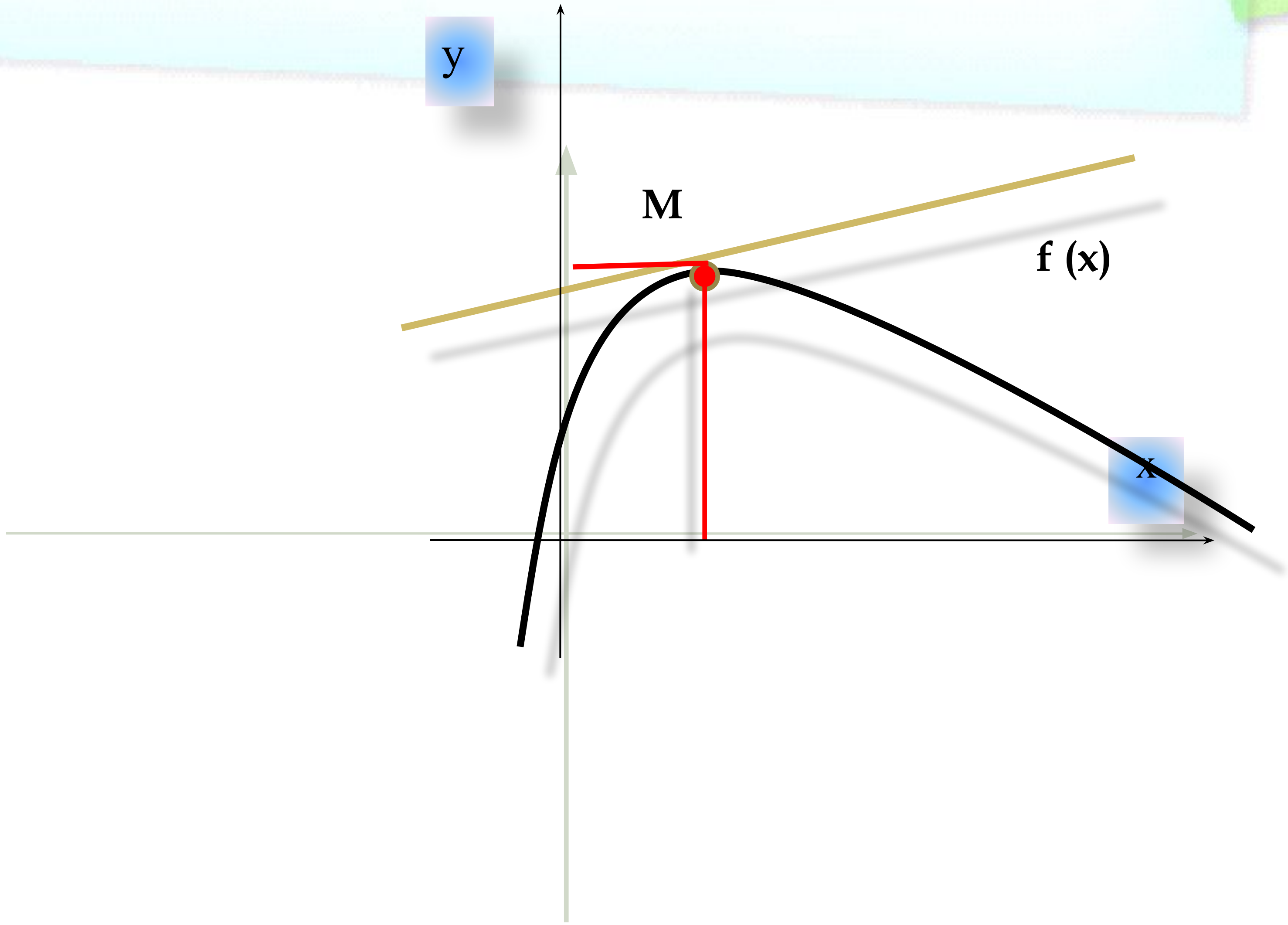
3. *Касательная наклонена под тупым углом к положительному направлению оси Ох. Что можно сказать о знаке производной и характере монотонности функции?*

4. *Касательная наклонена под острым углом к положительному направлению оси Ох. Что можно сказать о знаке производной и характере монотонности функции?*

5. *Касательная наклонена под прямым углом к положительному направлению оси Ох. Что можно сказать о производной?*

для дифференцируемых функций : 0° ≤ α ≤ 180°, α ≠ 90°





y
M
f (x)
x

Уравнение касательной

$y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0)$

$(x_0; f(x_0))$ – координаты точки касания

$f'(x_0) = tg\alpha = k$ – тангенс угла наклона касательной в данной точке или угловой коэффициент

$(x;y)$ – координаты любой точки касательной

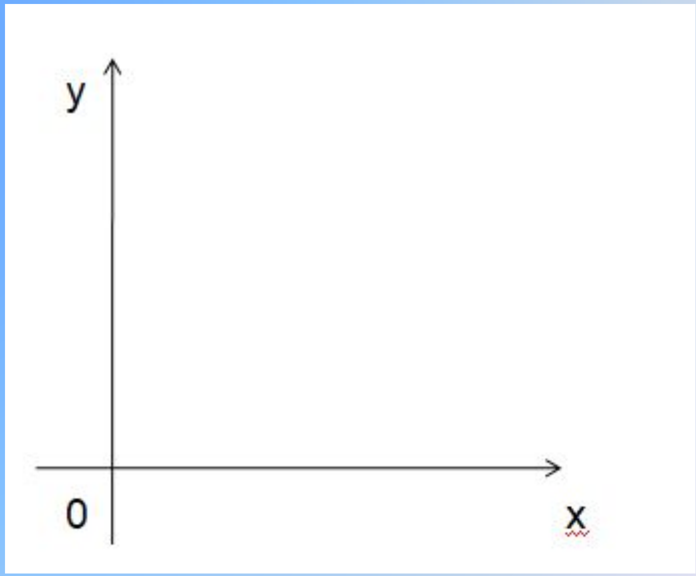
№3. Напишите уравнение касательной к кривой $y = 2x^2 + x$ ***в точке с абсциссой*** $x_0 = -2$.

Закрепление

- № 255 (а, б), 256 (а, б)
- Учебник 10 – 11 класс / А. Н. Колмогоров

Домашнее задание

- № 253 (в, г), 254 (в, г), 257 (в, г)
- № 255 (в, г), 256 (в, г)
- Учебник 10 – 11 класс / А. Н. Колмогоров



Спасибо за внимание!