

# ПРОИЗВОДНАЯ В ЕГЭ

*Готовимся к экзамену*

# ЦЕЛЬ УРОКА

- **обобщить и закрепить ключевые задачи по теме,**
- **обобщить и закрепить применение техники дифференцирования,**
- **учить работать с теоретическими вопросами темы,**
- **обобщить и систематизировать понятие геометрического смысла производной,**
- **обобщить и систематизировать понятие механического смысла производной,**
- **решать задания части В ЕГЭ с применением производной.**

# Повторение теоретического материала

- ⦿ а) что такое производная?
- ⦿ б) назовите правила вычисления производных
- ⦿ в) что такое производная с геометрической точки зрения?
- ⦿ г) какой угол образует прямая с осью абсцисс:
  - ⦿ если  $k > 0$
  - ⦿ если  $k < 0$
  - ⦿ если  $k = 0$  ?
- ⦿ д) что такое производная с механической точки зрения?
- ⦿ е) Какую формулу имеет уравнение касательной?

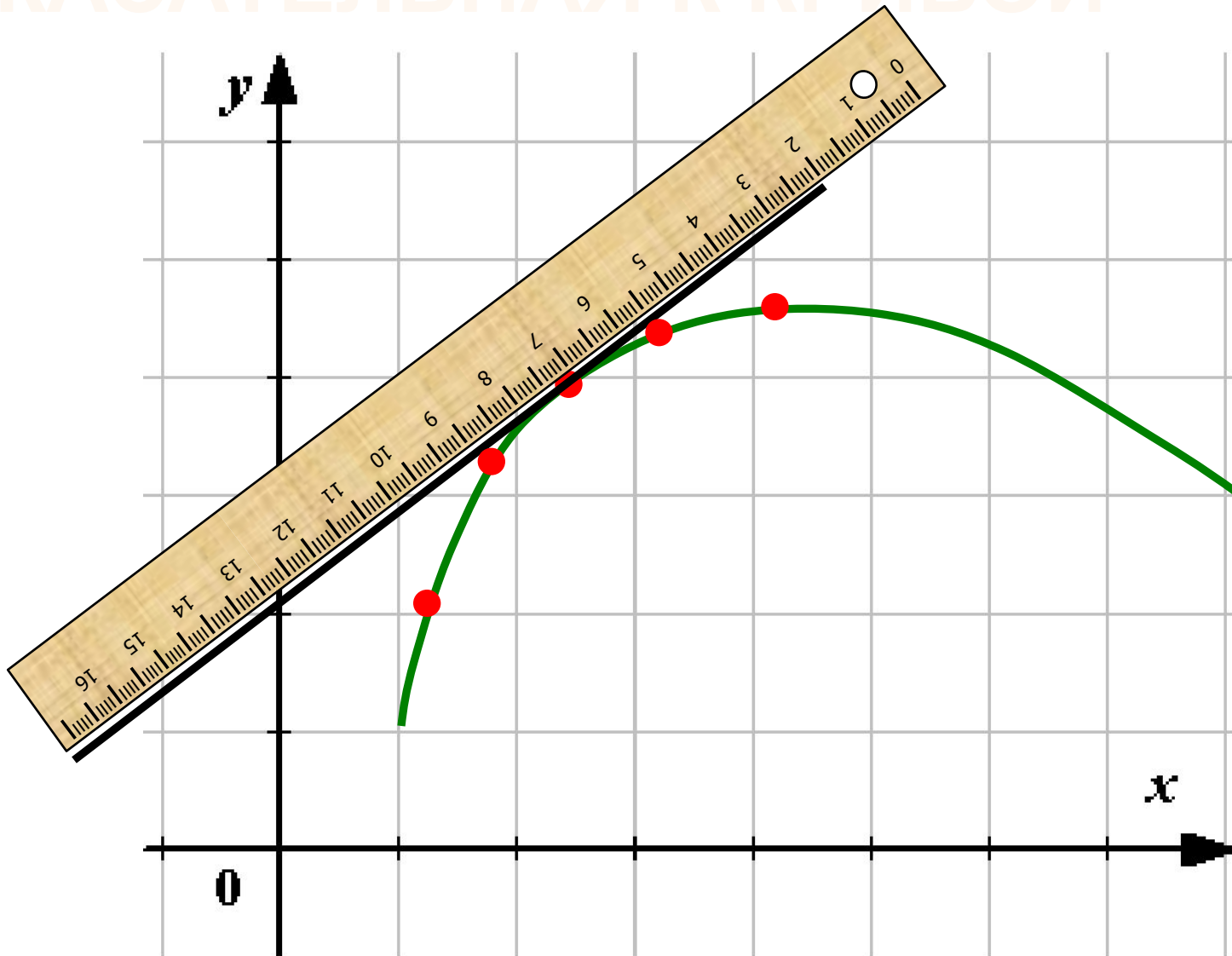
# Геометрический смысл производной.



- Готфрид Вильгельм **Лейбниц**, создатель Российской Академии наук.

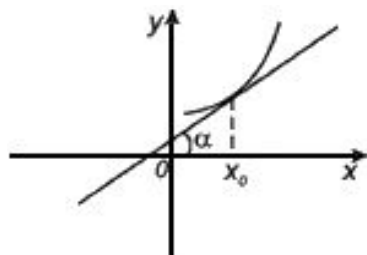
- *«Если продолжить одно из маленьких звеньев ломаной, составляющей кривую линию, то эта продолженная таким образом сторона будет называться касательной к кривой.»*

# КАСАТЕЛЬНАЯ К КРИВОЙ



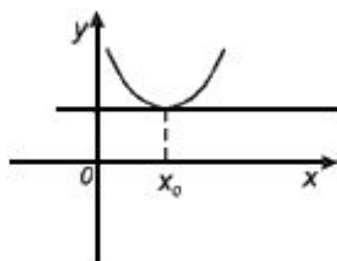
## Справочные сведения

Производная в точке равна угловому коэффициенту касательной к графику функции  $y = f(x)$  в этой точке.

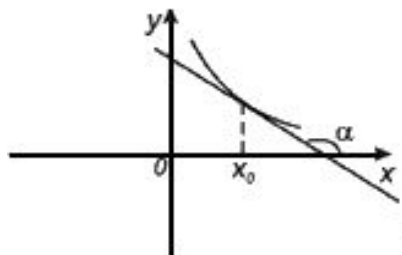


$$f'(x) = \operatorname{tg} \alpha$$

$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha > 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha = 0$$



$$f'(x_0) = \operatorname{tg} \alpha < 0$$

# НАЙДИТЕ ПРОИЗВОДНУЮ ФУНКЦИИ:

а)  $y = x^7$ ;

г)  $y = 4x + 5$ ;

б)  $y = 5$ ;

д)  $y = \sin x + \frac{\sqrt{x}}{2}$ .

в)  $y = -\frac{6}{x}$ ;

а)  $y = \frac{\cos x}{x}$ ;

в)  $y = (3x - 4)^6$ .

б)  $y = x \operatorname{tg} x$ ;

## Установите соответствие

Функция	$1/x^8+2$	$x+\cos x$	$\sin^2 x$	$\cos 2x$	$4/x^2$
Производная	A. $1-\sin x$	B. $-8/x^9$	C. $-2\sin 2x$	D. $\sin 2x$	E. $-8/x^3$

**Производная какой функции равна:**

1.  $2x+4$
2.  $6x+1$
3.  $16x^3-4$
4.  $8x-2$
5.  $9x^2-3$

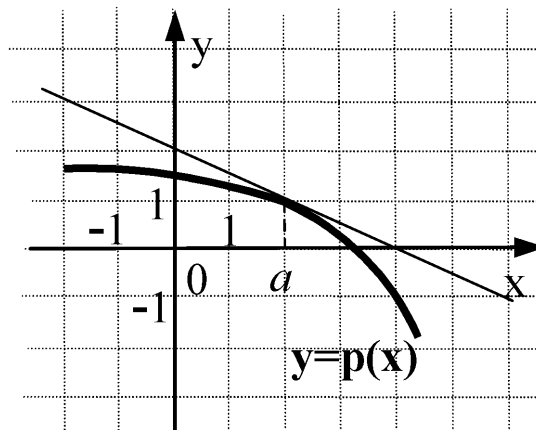
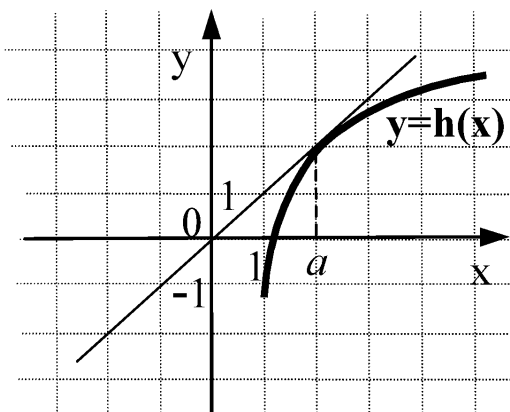
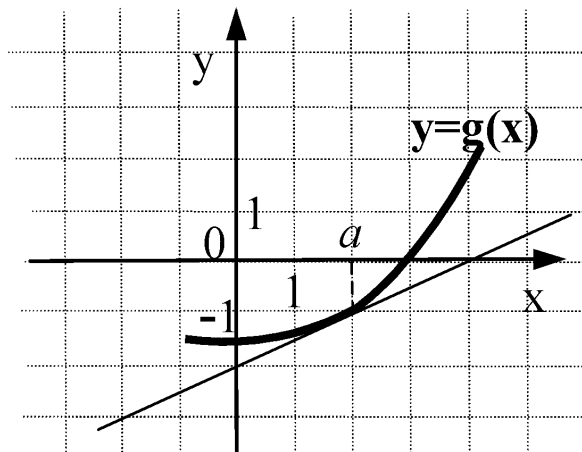
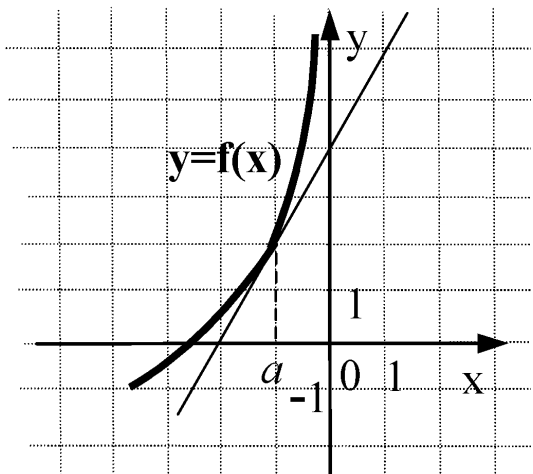


**Задайте формулой функцию  $h$ , если**

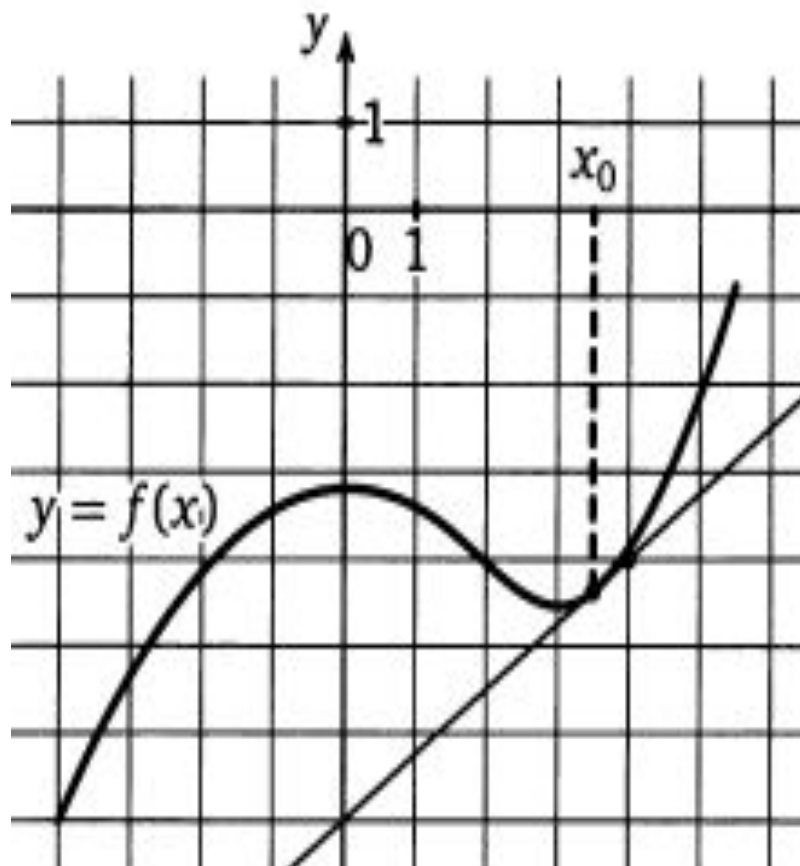
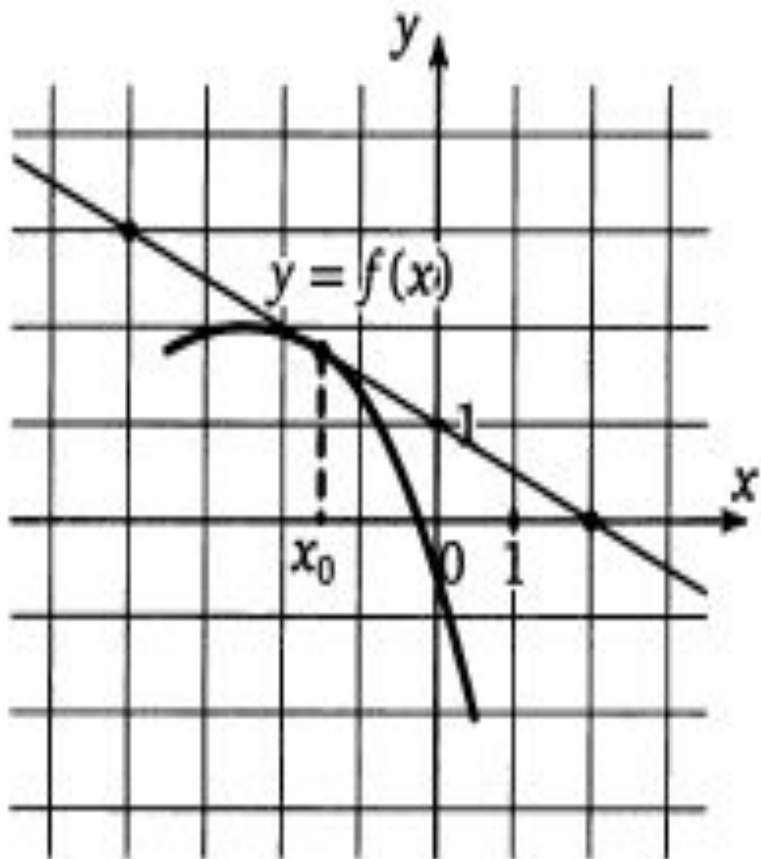
**$f(x)=3-2x, g(x)=x^2, p(x)=\sin x$**

- ⦿ a)  $h(x)=g(f(x))$**
- ⦿ b)  $h(x)=g(p(x))$**
- ⦿ c)  $h(x)=p(f(x))$**

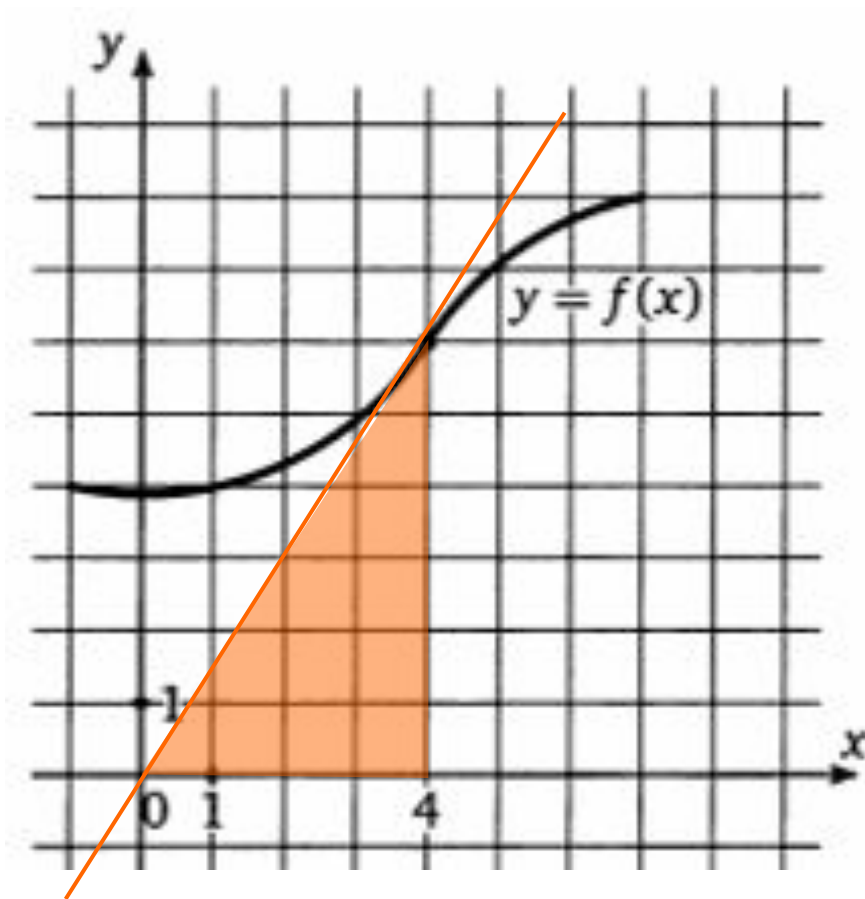
На рисунках изображены графики функций и касательные к ним в точке  $a$ . Укажите функцию, производная которой в точке  $a$  равна 1.



На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ .

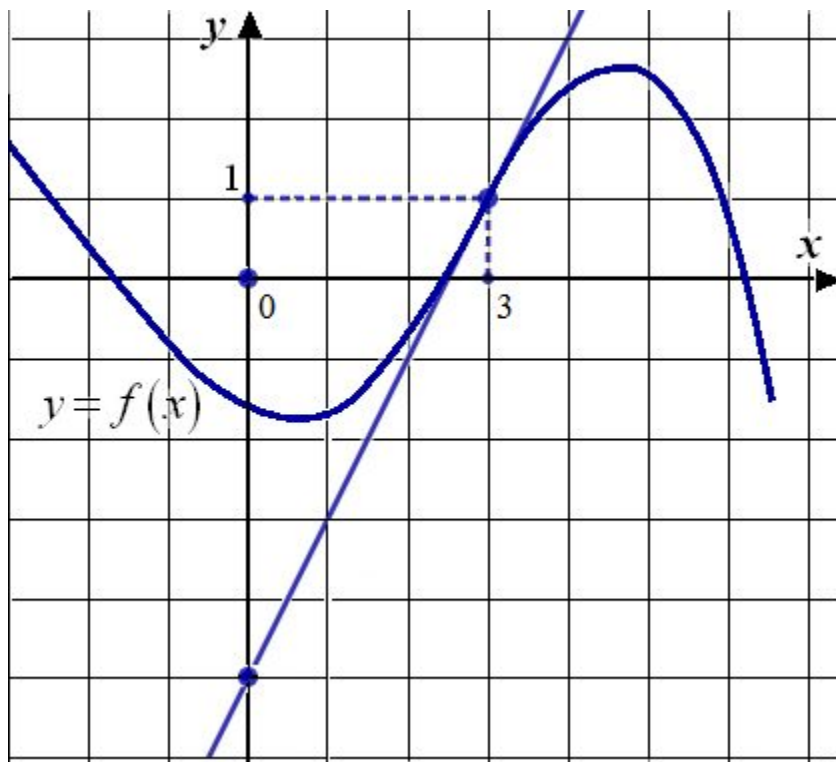


На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$ , касательная к этому графику, проведенная в точке 4, проходит через начало координат. Найдите  $f'(4)$ .

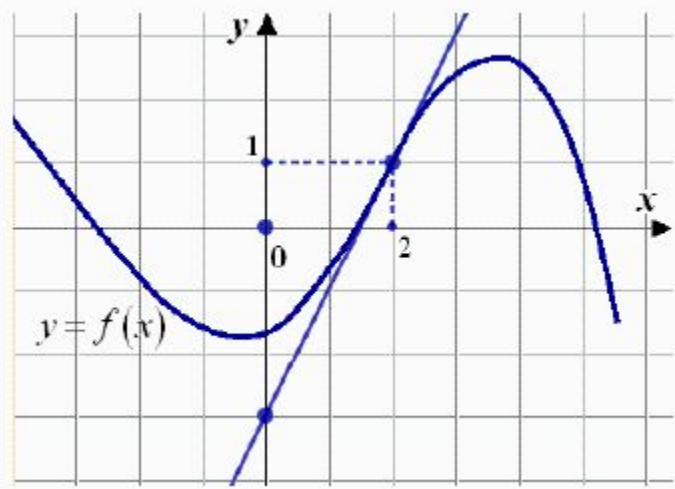




На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику в точке с абсциссой, равной 3. Найдите значение производной этой функции в точке  $x = 3$ .



На рисунке изображен график функции  $y = f(x)$  и касательная к этому графику в точке с абсциссой, равной 2. Найдите значение производной этой функции в точке  $x = 2$ .



- $y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$

ЗАДАНИЕ 1.

Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$  в точке  $M(3; -2)$ .



## 2. МЕХАНИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ.

**Исаак  
Ньютон  
(1643 - 1727)**



**«Когда величина является максимальной или минимальной, в этот момент она не течет ни вперед, ни назад.»**

# МЕХАНИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ПРОИЗВОДНОЙ:

$$v_{\text{ср.}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

При  $\Delta t \rightarrow 0$   $v_{\text{ср.}} \rightarrow$  к мгновенной скорости  $v(t)$ ,  
следовательно,  $v(t) = S'(t)$ .

$$S'(t) = v(t) \quad \text{или} \quad x'(t) = v(t)$$

$$f'(x) = v(x)$$

## *Решите задачи:*

- . Материальная точка движется по закону  $S(t)=3t^2+4\cos(0,5t)$ . Найдите скорость материальной точки в момент времени  $t=2$ с.
- 2. Найти скорость точки, движущейся прямолинейно по закону  $x(t)=2t^3+t^2-4$  в момент времени  $t=4$ с.
- 3. Тело движется по координатной прямой по закону  $S(t)= t^3 +6 t^2 +5 t$ . Найдите скорость и ускорение при  $t=2$ .

# Производная в химии

# ЗАДАЧА ПО ХИМИИ:

Пусть количество вещества, вступившего в химическую реакцию задается зависимостью:

$$p(t) = t^2/2 + 3t - 3 \text{ (моль)}$$

Найти скорость химической реакции через 3 секунды.



*«...нет ни одной области в  
математике, которая  
когда-либо не окажется  
применимой к явлениям  
действительного мира...»*

*Н.И.*

*Лобачевский*

## ЗАДАНИЯ ЕГЭ ( В8 )

Прямая  $y = 6x + 9$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 6$ . Найдите абсциссу точки касания.

Прямая  $y = 4x + 9$  параллельна касательной к графику функции  $y = x^2 + 7x - 4$ . Найдите абсциссу точки касания.

ЗАДАНИЕ 1.

Составьте уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$  в точке  $M(3; -2)$ .

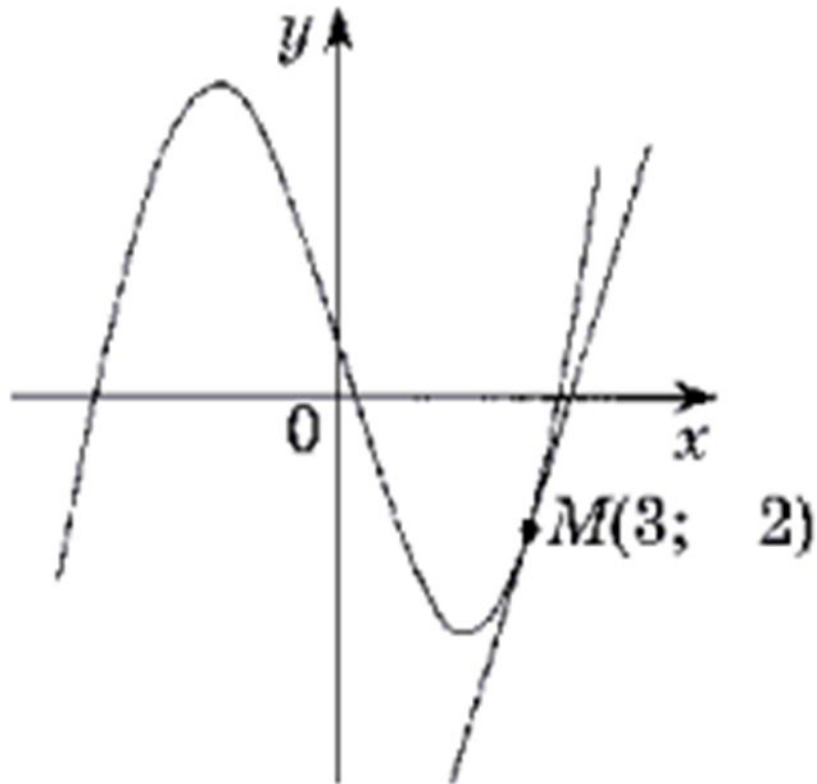


Рис. 1



# Проверь решение!

Решение

Точка  $M(3; -2)$  является точкой касания,

$x = 3$  – абсцисса точки касания.

$$f(3) = \frac{1}{3}3^3 - 4 \cdot 3 + 1 = 1; \quad f(3) = -2.$$

$$f'(x) = x^2 - 4; \quad f'(3) = 5.$$

$$y = f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$$

$$y = -2 + 5(x - 3)$$

$$y = 5x - 17$$

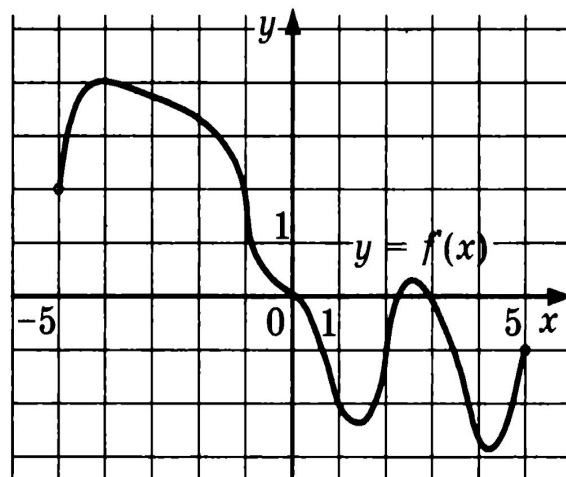
уравнение касательной к графику функции

$$f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 4x + 1$$

в точке  $M(3; -2)$

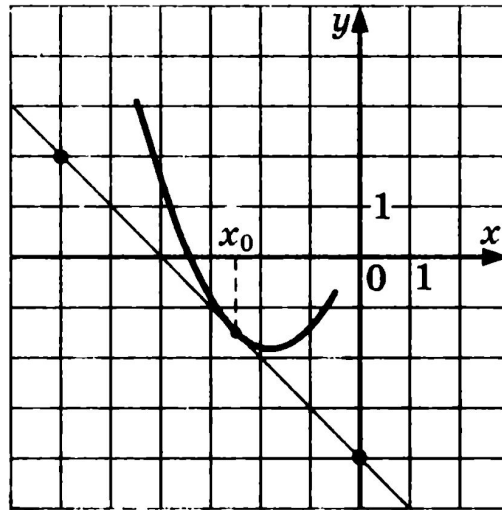
# B8

**1599.** На рисунке изображен график производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-5; 5)$ . Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции  $f(x)$  параллельна прямой  $y = 3x - 8$  или совпадает с ней.



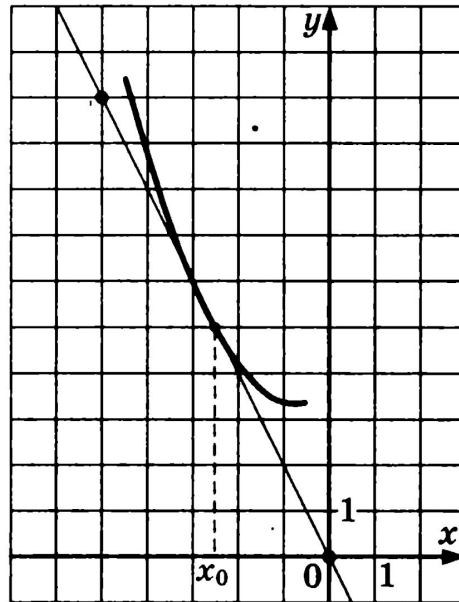
# B8

**1791.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



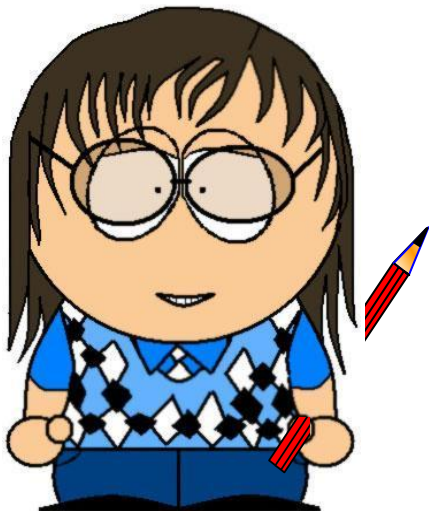
# B8

**1800.** На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



# ПРОВЕРЬ СЕБЯ!!!

- Выполните самостоятельную работу



Найдите производные функций:

а)  $y = \frac{\sin x}{x}$  ;

в)  $y = (5x + 1)^7$ .

б)  $y = x \operatorname{ctg} x$ ;

( — )

Прямая  $y = 2x$  является касательной к графику функции  $y = x^3 + 5x^2 + 9x + 3$ . Найдите абсциссу точки касания.



*Выучить теоретические факты.*



*Подобрать нерассмотренные задания ЕГЭ прошлых лет, создать презентацию интересных заданий.*

**К ЭКЗАМЕНУ СЛЕДУЕТ  
ГОТОВИТЬСЯ ОЧЕНЬ  
СЕРЬЕЗНО !!!**



**Дальнейших  
успехов в  
достижении  
поставленной  
цели !!!**