

*Решение задач является наиболее
характерной и специфической
разновидностью свободного мышления*
У.Джеймс

Подготовка к Префронталь

Решение лекторских
задач задач **№ 11**

составила
Шапиева Л.С.

Текстовые задачи условно можно разбить на следующие основные группы:

**Задачи на проценты,
концентрацию, части и доли**

- **Задачи на проценты и доли**
- **Задачи на концентрацию, смеси
и сплавы**

Задачи на производительность

- **задачи на работу**
- **задачи на бассейны и трубы**

Задачи на движение

- по прямой (навстречу и вдогонку)
- по замкнутой трассе
- по воде
- на среднюю скорость
- протяженных тел

Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии

Алгоритм решения текстовых задач

- Ввод переменных, т.е. обозначение буквами x , y , z ,... величины, которые требуется найти по условию задачи.
- Перевод условий задачи на язык математических соотношений, т.е. составление уравнений, неравенств, введение ограничения.
- Решение уравнений или неравенств.
- Проверка полученных решений на выполнение условий задачи.

Указания к решению текстовых задач

- Набор неизвестных должен быть достаточным для перевода условий задачи на язык математических соотношений. Как правило, за неизвестные следует принимать искомые величины.
- Выбрав неизвестные, в процессе перевода условий задачи в уравнения или неравенства необходимо использовать все данные и условия задачи.
- При составлении уравнений или неравенств необходимо исходить из требования о решении задачи в общем виде.
- В составленных уравнениях надо проверить размерность членов уравнений
- В процессе решения задачи, надо избегать результатов, противоречащих физическому смыслу.

**Задачи на проценты,
концентрацию, части и доли**

Задачи на проценты и доли

Задача №1: Влажность свежескошенной травы 60%, сена – 20%.
Сколько сена получится из 1 т свежескошенной травы?



? кг



1 т

Вода
20 %

Сухое
вещество
80 %

Вода
60 %

Сухое
вещество
40 %

Решение: $1000 \cdot 0,4 = 400$ кг сухого вещества в траве

80 % - 400 кг

100 % - x кг

$$x = (100 \cdot 400) : 80 = 500 \text{ кг}$$

Ответ: 500 кг.

Задача № 2: Яблоки подешевели на 20 %. Сколько яблок можно теперь купить на те же деньги, на которые раньше покупали 2,8 кг яблок?



Решение:

100 % – 2,8 кг

80 % – x кг

x = 3,5 кг

Ответ: 3,5 кг

Задача № 3: Арбуз весил 20 кг и содержал 99 % воды, когда он немного усох, то стал содержать 98 % воды. Сколько теперь весит арбуз?

Решение:

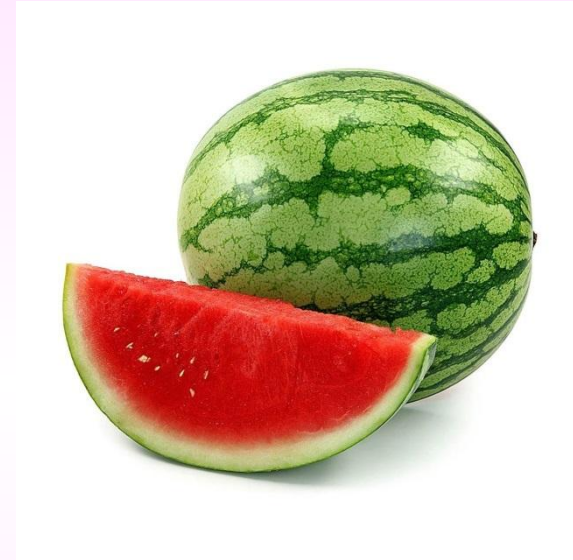
$$20 \cdot 0,99 = 19,8 \text{ кг воды в арбузе}$$

$$20 - 19,8 = 0,2 \text{ кг сухого вещества}$$

После усыхания $100 - 98 = 2\%$ - это 0,2 кг

$$0,2 : 0,02 = 10 \text{ кг}$$

Ответ: 10 кг.



Задача №4: В школьной столовой обед из двух блюд стоит на 40 % дешевле, чем в кафе, расположенном вблизи школы, причем «первое» стоит на 60%, а «второе» – на 30 % дешевле, чем в кафе. Во сколько раз в школьной столовой «второе» стоит дороже, чем «первое»?

Решение: пусть x цена «первого» в кафе, y – цена «второго» в кафе, тогда

$x + y - 0,4 \cdot (x + y)$ - стоимость в школьной столовой

$0,4x$ и $0,7y$ – стоимость в школьной столовой отдельно каждого блюда

$$x + y - 0,4 \cdot (x + y) = 0,4x + 0,7y$$

$$0,6x + 0,6y = 0,4x + 0,7y$$

$$0,2x = 0,1y$$

$$2x = y$$

$x = 0,5y$ стоимость «первого» в кафе; $0,4 \cdot 0,5y = 0,2y$ стоимость «первого» в столовой

$$0,7y : 0,2y = 3,5$$

то есть второе блюдо в столовой в 3,5 раза дороже

Ответ: 3,5

Задача №5: В начале 2009 года мистер Джонс приобрёл по 100 акций компаний А и В. Через год он продал эти акции за сумму на 10 % большую той, что была заплачена им при покупке. При этом акции компании А были проданы на 5 % дороже, а акции компании В – на 20 % дороже, чем были им куплены. Во сколько раз акции компании В стоила дешевле акции компании А при их покупке мистером Джонсом?

Решение: пусть x цена одной акции А, y – цена одной акции В

$100x + 100y$ – цена купленных акций

$100x + 100y + 0,1(100x + 100y)$ – цена акций через год

$x + 0,05x = 1,05x$ – цена одной акции А через год

$y + 0,2y = 1,2y$ – цена одной акции В через год

$100x + 100y + 0,1(100x + 100y) = 100 \cdot 1,05x + 100 \cdot 1,2y$

$110x + 110y = 105x + 120y$

$5x = 10y$

$x = 2y$

то есть акции компании А в 2 раза дороже акций компании В

Ответ: 2

Задача №6: Изюм получается в процессе сушки винограда.

Сколько килограммов винограда потребуется для получения 6 килограммов изюма, если виноград содержит 90 % воды, а изюм содержит 5 % воды.



? кг



6 кг

Вода
90 %

Сухое
вещество
10 %

Вода
5 %

Сухое
вещество
95 %

Решение: $6 \cdot 0,95 = 5,7$ кг сухого вещества в изюме, его количество не изменилось

5,7 кг – 10 %

x кг – 100 %

$x = (5,7 \cdot 100) : 10 = 57$ кг изюма

Ответ : 57

Задача №7: На аукционе одна картина была продана с прибылью 20%, а другая – с прибылью 50%. Общая прибыль от продажи двух картин составила 30%. У какой картины первоначальная стоимость была выше и во сколько раз?



Решение: пусть x стоимость первой картины, y – второй картины.

Прибыль от продажи первой $0,20 \cdot x$, второй – $0,50 \cdot y$.

Общая прибыль $0,30 \cdot (x + y)$

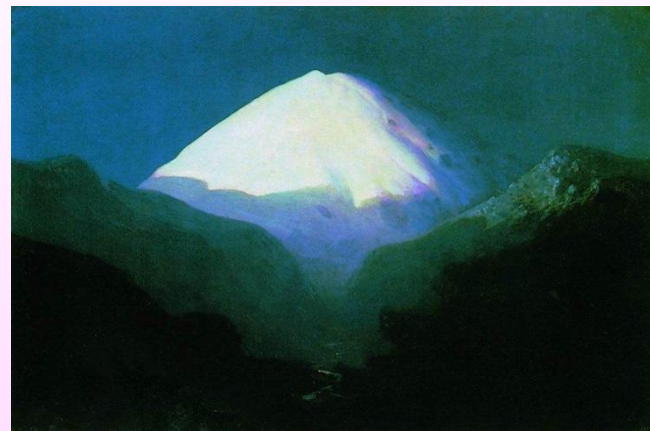
$$0,20 \cdot x + 0,50 \cdot y = 0,30 \cdot (x + y)$$

$$0,20x - 0,30x = 0,30y - 0,50y$$

$$0,10x = 0,20y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{0,20}{0,10} = \frac{2}{1}$$

Ответ: 2



Задача №8: В четверг акции компании подорожали на некоторое количество процентов, а пятницу подешевели на то же самое количество процентов. В результате они стали стоить на 36 % дешевле, чем при открытии торгов в четверг. На сколько процентов подорожали акции компании в четверг?

Решение:

Четверг – подорожали на x % $1 + 0,01x$

Пятница – на столько же подешевели $1 + 0,01x - (1+0,01x) \cdot 0,01x$

$$1 + 0,01x - (1+0,01x) \cdot 0,01x = 1 - 0,36$$

$$1 + 0,01x - 0,01x + 0,0001x^2 = 0,64$$

$$0,0001x^2 = 0,36$$

$$x^2 = 3600$$

$$x_1 = 60$$

$$x_2 = -60 \text{ не удов. условию задачи}$$

Ответ: 60 %.



Задача №9: В кувшин налили 3 литра молока 8 % жирности, некоторое количество молока 2 % жирности и тщательно перемешали. Определите сколько литров молока 2 % жирности было налито в кувшин, если известно, что жирность молока, полученного после перемешивания, составила 6 %?

Решение: Пусть x л молока – 2 % жирности

$3 \cdot 0,08 = 0,24$ жира в 3 литрах 8 % молока

$x \cdot 0,02$ – жира в x литрах 2 % молока

$$0,24 + 0,02x = 0,06(3 + x)$$

$$0,24 + 0,02x = 0,18 + 0,06x$$

$$x = 1,5 \text{ л}$$



Ответ: 1,5

Задача №10: В апреле мобильный телефон стоил на 10 % больше, чем в июле, а в июле он стоил на 15 % больше, чем в декабре. На сколько процентов стоимость телефона в апреле была выше, чем стоимость телефона в декабре?

Решение: пусть x цена в декабре

Апрель – $1,15x + 0,1 \cdot 1,15x = 1,265x$

Июль – $0,15x + x = 1,15x$

Декабрь – x

$1,265x - x = 0,265x$ разница в цене между апрелем и декабрем

$x - 100 \%$

$0,265x - y \%$

$y = (0,265x \cdot 100) : x = 26,5 \%$

Ответ: 26,5

Задачи на концентрацию, смеси и сплавы

Задача №1: В сосуд, содержащий 10 литров 15-процентного водного раствора некоторого вещества добавили 15 литров 10-процентного водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составит концентрация п раствора?

Решение:

$10 \cdot 0,15 = 1,5$ л вещества в первом растворе

$15 \cdot 0,1 = 1,5$ л вещества во 2 растворе

$1,5 + 1,5 = 3$ л масса вещества в

новом растворе

$10 + 15 = 25$ л – масса нового раствора

25 л – 100 %

3 л – x %

x = 12 %

Ответ: 12



Задача №2: В емкость содержащую 600 граммов 2 % раствора соли, добавили 1050 граммов воды, некоторое количество соли и тщательно перемешали полученную смесь. Определите, сколько граммов соли было добавлено, если известно, что после перемешивания получился раствор, содержащий 2,5 % соли.

Решение: пусть x гр. соли добавили

$600 \cdot 0,02 = 12$ гр. соли было в емкости

$600 + 1050 = 1650$ гр. масса после

добавления воды

$1650 + x$ масса раствора после

добавления соли

$x + 12$ масса соли в новом растворе

$(1650 + x) \cdot 0,025 = x + 12$

$41,25 + 0,025x = x + 12$

$x = 30$ гр

Ответ: 30



Задача №3: В двух бочках содержится сахарный сироп различной концентрации. В первой бочке содержится 150 кг сиропа, а во второй – 250 кг. Если перемешать весь сироп, находящийся в этих бочках, то получится сироп в котором 30 % сахара. А, если смешать равные массы сиропа из каждой бочки, то полученный сироп будет содержать 28 % сахара. Какова масса сахара в (кг), содержащегося в сиропе из второй бочки.

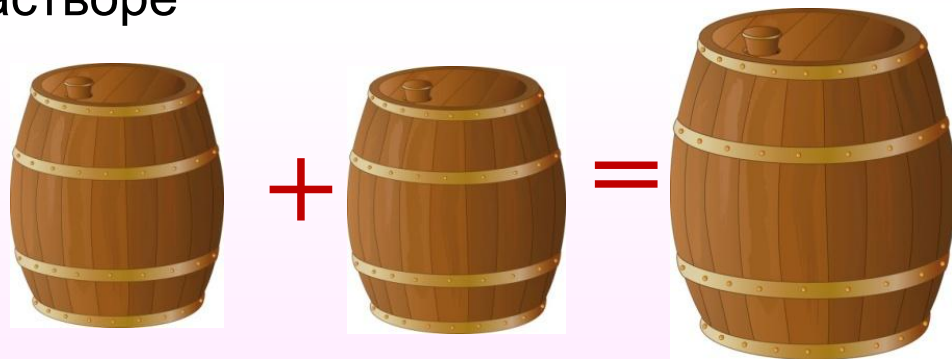
Решение: пусть $x\%$ сахара в первом сиропе, $y\%$ сахара во втором сиропе
 $150 + 250 = 400$ кг масса нового сиропа
 $400 \cdot 0,3 = 120$ кг сахара в новом растворе
 $150 \cdot 0,01x + 250 \cdot 0,01y = 120$
 $1 \text{ кг} + 1 \text{ кг} = 2 \text{ кг}$ – равные массы
 $0,01x + 0,01y = 0,28 \cdot 2$

$$\begin{cases} 0,01x + 0,01y = 0,56, \\ 150 \cdot 0,01x + 250 \cdot 0,01y = 120 \end{cases}$$

$$x = 20\% , \quad y = 36\%$$

$$250 \cdot 0,36 = 90 \text{ кг сахара во втором сиропе}$$

Ответ: 90



Задача №4: (ЕГЭ 05.06.14) Имеется два раствора. Первый раствор содержит 10 % соли, второй – 30 % соли. Из этих двух растворов получили третий раствор массой 200 кг, содержащий 25 % соли. На сколько килограммов масса первого раствора меньше массы второго раствора.

Решение: пусть x кг масса первого раствора,

y кг масса второго раствора

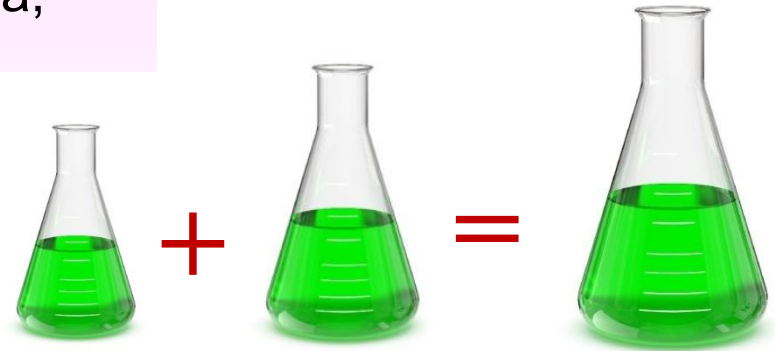
$x + y = 200$ кг масса нового раствора

$200 \cdot 0,25 = 50$ кг соли в новом растворе

$0,1x$ масса соли в первом растворе

$0,3y$ масса соли во втором растворе

$0,1x + 0,3y$ соли после смешивания в новом растворе т.е. 50 кг



$$\begin{cases} 0,1x + 0,3y = 50; \\ x + y = 200 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + 3y = 500; \\ x + y = 200 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$y = 150, x = 50$$

$$150 - 50 = 100 \text{ кг}$$

Задача №5:

Сколько граммов 30 %-го раствора надо добавить к 80 г 12 %-го раствора этой же соли, чтобы получить 20 %-й раствор соли?

Решение.

Пусть надо добавить x г 30 % раствора соли.

Получится $(80 + x)$ г 20 % раствора.

В 80 г 12 % раствора содержится $80 \cdot 0,12$ г соли

$0,3x$ г соли - в x г 30 % раствора,

$0,2(80 + x)$ г соли - в $(80 + x)$ г 20 % раствора.

Получаем уравнение:

$$0,3x + 0,12 \cdot 80 = 0,2(80 + x)$$

$$0,3x + 9,6 = 16 + 0,2x,$$

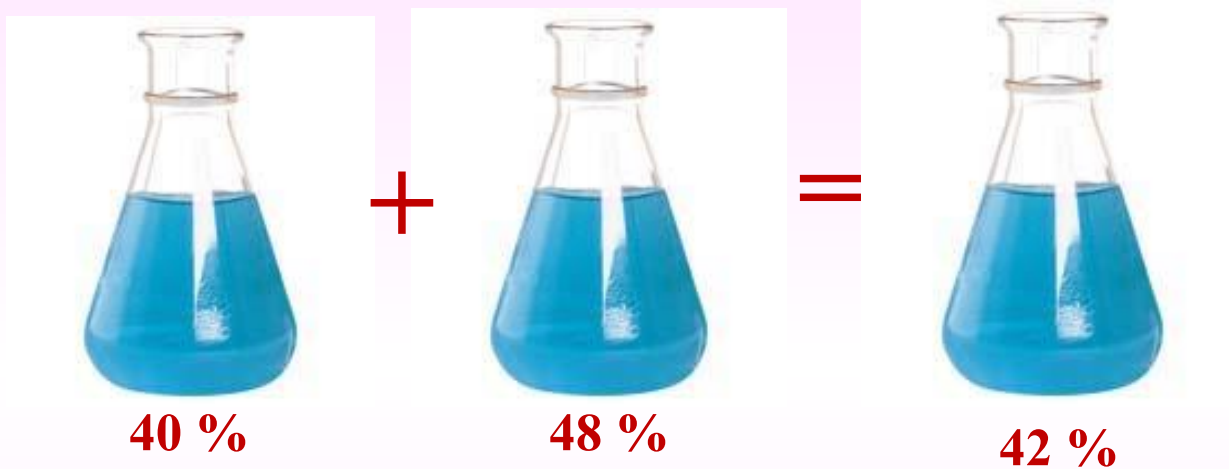
$$0,3x - 0,2x = 16 - 9,6,$$

$$0,1x = 6,4,$$

$$x = 64.$$

О т в е т: 64

Задача №6: При смешивании первого раствора соли , концентрация которого 40 % , и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48 % , получился раствор с концентрацией 42 % . В каком отношении взяты первый и второй растворы?



I – 40 % , x масса I ,

II – 48 % , y масса II ,

$$0,40x + 0,48y = 0,42(x + y)$$

$$0,40x + 0,42x = 0,42y + 0,48y$$

$$- 0,02x = - 0,06y$$

$$x/y = 3/1$$

Ответ: 3 : 1.

0,40 x соли в I растворе

0,48 y соли во II растворе

Задача №7: Сколько граммов воды надо добавить к 50 г раствора, содержащего 8 % соли, чтобы получить 5 % раствор?

Решение:

Пусть x - количество воды, которое надо добавить.

Новое количество раствора – $(50 + x)$ г.

Количество соли в исходном растворе $50 \cdot 0,08$ г.

Количество соли в новом растворе составляет 5 % от $(50 + x)$ г,

т. е. $0,05(50 + x)$ г.

Так как количество соли от добавления воды не изменилось, то оно одинаково в исходном и новом растворах. Получаем уравнение. Иногда в химии это уравнение называют кратко «баланс по соли».

$$50 \cdot 0,08 = 0,05 \cdot (50 + x),$$

$$50 \cdot 8 = 5 \cdot (50 + x),$$

$$80 = 50 + x,$$

$$x = 30.$$

Ответ: 30

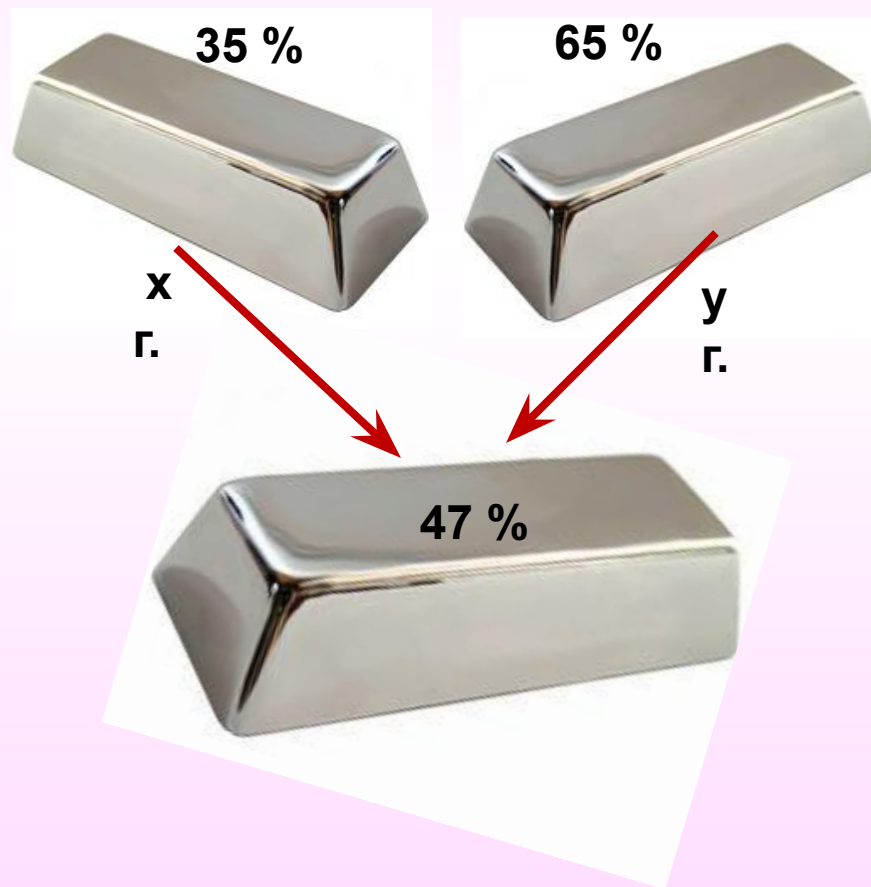
Задача № 8: Два слитка, один из которых содержит 35% серебра, а другой 65% , сплавляют и получают слиток массой 30 г, содержащий 47 % серебра. Какова масса каждого из этих слитков.

Решение: Пусть x г масса первого слитка, а y г – второго слитка.

$$\begin{cases} 0,35x + 0,65y = 0,47 \cdot 30, \\ x + y = 30; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 0,35(30 - y) + 0,65y = 14,1, \\ x = 30 - y; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 18, \\ y = 12. \end{cases}$$



Ответ: 18 и 12.

Задача №9: Если смешать 8 кг и 2 кг растворов серной кислоты разной концентрации, то получим 12 % раствор кислоты. При смешивании двух одинаковых масс тех же растворов получим 15 % раствор. Определите первоначальную концентрацию каждого раствора.

Решение: x % – концентрация в первом растворе,
 y % – концентрация во втором растворе



$$\begin{cases} 0,08x + 0,02y = 10 \cdot 0,12, \\ x + y = 30; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,08(30 - y) + 0,02y = 1,2, \\ x = 30 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,08y + 0,02y = 1,2 - 2,4, \\ x = 30 - y; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -0,06y = -1,2, \\ x = 30 - y; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 10\%, \\ y = 20\%. \end{cases}$$

Ответ: 10 и 20.

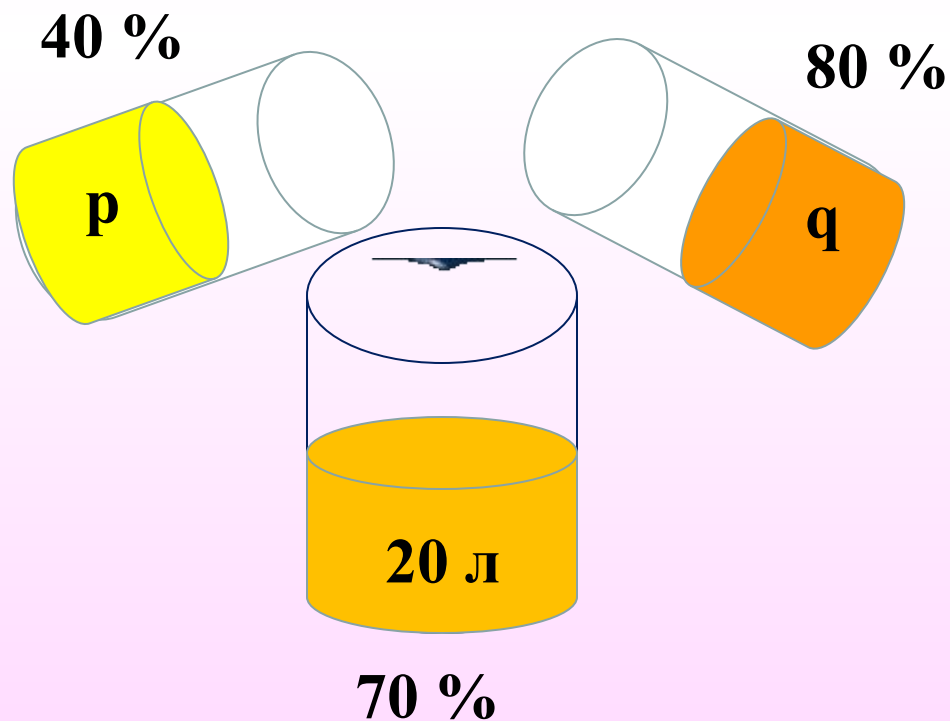
Задача №10: Имеются смеси апельсинового и ананасового соков.

Первая смесь содержит 40 % апельсинового сока, а вторая – 80 %.

Сливаются вместе p л первой смеси и q л второй смеси, а в результате получается 20 л смеси, содержащей 70 % апельсинового сока.

Определите p и q .

$$\begin{cases} p + q = 20, \\ 0,40p + 0,80q = 20 \cdot 0,7; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = 5, \\ q = 15. \end{cases}$$



Ответ: 5 и 15.

Задачи на производительность

Задачи на работу обычно содержат следующие величины:

t – время, в течение которого производится работа,

v – производительность труда, работа, произведенная в единицу времени (возможны и другие обозначения N , W);

A – работа, произведенная за время t

Уравнения, связывающие эти три величины:

$$A = vt$$

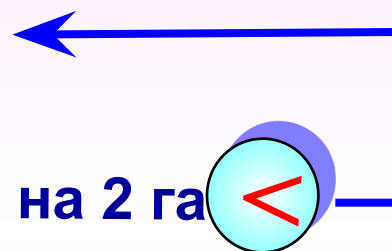
$$t = \frac{A}{v}$$

$$v = \frac{A}{t}$$

1. Одно звено собрало со своего участка 875 ц пшеницы, а другое звено с участка, меньшего на 2 га, - 920 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы собрало каждое звено с 1 га, если известно, что с 1 га во втором звене собрали на 5 ц пшеницы больше, чем в первом?

Это условие поможет ввести x ...

| | урожайность, ц/га | A, ц | S, га |
|---|-------------------|------|---------------------|
| 1 | x | 875 | $\frac{875}{x}$ |
| 2 | $x + 5$ | 920 | $\frac{920}{x + 5}$ |



$$\frac{875}{x} - \frac{920}{x+5} = 2 \quad \text{1 способ}$$

Из большей величины вычтем меньшую, разность равна 2.
 Для этого берем из урожая первого звена урожайность, вычтем урожайность второго звена, внесем уравнение участков,

$$\frac{875}{x} = \frac{920}{x+5} + 2 \quad \text{2 способ}$$

К меньшей величине прибавим 2, уравняем с большей величиной.
 для этого берем из урожая первого звена весь урожай, урожайность второго звена

$$\frac{875}{x} - 2 = \frac{920}{x+5} \quad \text{3 способ}$$

Из большей величины вычтем 2, уравняем с меньшей величиной.

Решив, любое из уравнений, мы сразу получим ответ на вопрос задачи, без дополнительных действий.

2. При одновременной работе двух насосов пруд был очищен за 2 ч 55 мин. За сколько времени мог бы очистить пруд каждый насос, работая отдельно, если

Это условие поможет ввести x ...

один из них может эту работу выполнить на 2 ч быстрее другого?

| | t , ч | A , часть | v , часть/ч |
|---|---------|-------------|-----------------|
| 1 | $x-2$ | 1 | $\frac{1}{x-2}$ |
| 2 | x | 1 | $\frac{1}{x}$ |

В первой столбике время, во второй столбике внесем работу, которую выполняет каждый насос отдельно.

работу : время

Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

Скорость совместной работы находим сложением скоростей

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x-2} + \frac{1}{x}$$

справка

Работа выполнена полностью, т.е. выполнена 1 часть

$$A = 1$$

справка

$$t = 2\frac{55}{60} \text{ ч} = 2\frac{11}{12} \text{ ч}$$

справка

Формула $A = vt$ поможет нам составить уравнение

Это условие поможет ввести x ...

3. Одна из дорожных бригад может заасфальтировать некоторый участок дороги на 4 ч быстрее, чем другая. За сколько часов может заасфальтировать участок каждая бригада, если известно, что за 24 ч совместной работы они заасфальтировали 5 таких участков?

| | t , ч | A , часть | v , часть/ч |
|---|---------|-------------|-----------------|
| 1 | x | 1 | $\frac{1}{x}$ |
| 2 | $x-4$ | 1 | $\frac{1}{x-4}$ |

В первой строке не знаем, во второй строке абстрактно (работы каждой бригадой делаются).

работу : время

Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

Скорость совместной работы находим сложением скоростей ❌

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x-4} + \frac{1}{x}$$

справка

За 24ч заасфальтировали 5 участков, т.е. работа составляет 5 частей ❌

справка

$$A = 5$$

$$5$$

$$t = 24$$

справка

Формула $A = vt$ поможет нам составить уравнение ❌

Это условие поможет ввести x ...

4. Бассейн наполняется через первую трубу на 5 ч быстрее, чем через вторую. Бассейн можно наполнить, если открыть сначала первую трубу на 5 ч, а затем вторую на 7,5 ч. За сколько часов наполнится бассейн при совместной работе обеих труб?

| | t , ч | A , часть | v , часть/ч |
|---|---------|-------------|-------------------|
| 1 | $x - 5$ | 1 | $\frac{1}{x - 5}$ |
| 2 | x | 1 | $\frac{1}{x}$ |

В ~~первой~~ столбике ~~названа~~,
в ~~второй~~ ~~названа~~ абсолютность
(~~бассейна~~) ~~работы~~ трубе
длительного.

работу : время

Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_1 = 5 \cdot \frac{5}{x-5} \\ A_2 = 7,5 \cdot \frac{7,5}{x} \end{array} \right\} = 1$$

справка

Найдем работу, которую выполнит I труба за 5 ч по формуле $A = vt$ ❌

справка

Найдем работу, которую выполнит II труба за 7,5 ч по формуле $A = vt$ ❌

5. На строительстве работали две бригады. После 5 дней совместной работы вторую бригаду перевели на другой объект. Оставшуюся часть работы первая бригада закончила через 9 дней. За сколько дней могла бы выполнить всю работу каждая бригада, работая отдельно, если известно, что второй бригаде на выполнение всей работы потребовалось бы на 12 дней меньше, чем одной первой бригаде?

Это условие поможет ввести $x \dots$

| | t , дн. | A , часть | v , часть/дн. |
|---|-----------|-------------|------------------|
| 1 | x | 1 | $\frac{1}{x}$ |
| 2 | $x-12$ | 1 | $\frac{1}{x-12}$ |

В новом столбике можно вписать, в какой столбик вносим, необходимо на выполнение работы каждой бригаде отдельно.
 $(\frac{1}{x-12} + \frac{1}{x}) \cdot 5 + \frac{1}{x} \cdot 9$
 работу : время
 Реши уравнение самостоятельно

$$v = \frac{A}{t}$$

$$v_{\text{совм}} = \frac{1}{x-12} + \frac{1}{x}$$

Скорость совместной работы находим сложением скоростей ❌

$$A = (\quad)$$

По формуле $A = vt$ найдем работу, выполненную за 5 дн. совместно ❌

$$A = \frac{1}{x}$$

По формуле $A = vt$ найдем работу, выполненную за 9 дн. I бригадой ❌

справка

справка

справка

} = 1

Задача №6 : При одновременно работающих принтерах расход бумаги составляет 1 пачку за 12 минут. Определите, за сколько минут израсходует пачку первый принтер, если известно, что он сделает это на 10 минут быстрее, чем второй.

| | Производительность | ВРЕМЯ | РАБОТА |
|----|--------------------|-----------------|--------|
| I | x | } 12мин | 1 |
| II | y | | |
| I | x | на 10мин меньше | 1 |
| II | y | | 1 |

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 12 = 1; \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{12} - y; \\ x - y = 10xy \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$y - \frac{1}{12} - y = \frac{10y}{12} - 10y^2$$

$$y = \frac{1}{30}, x = \frac{1}{20}$$

$$1 : \frac{1}{20} = 20 \text{ мин}$$

Задача №7: Бассейн наполняется двумя трубами, действующими одновременно, за 2 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первая труба, если она, действуя одна, наполняет бассейн на 3 часа быстрее, чем вторая?



| | Производительность | ВРЕМЯ | РАБОТА |
|----|--------------------|--------------------------------|--------|
| I | x | } 2 ч | 1 |
| II | y | | |
| I | x | $\frac{1}{x}$ на 3 часа больше | 1 |
| II | y | $\frac{1}{y}$ | 1 |

$$\begin{cases} (x + y) \cdot 2 = 1; \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{x} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1 - 2y}{2}; \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{1 - 2y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$6y^2 - 7y + 1 = 0$$

$$y_1 = \frac{1}{6}, y_2 = 1$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} \text{ не удовл}, x_2 = \frac{1}{3}$$

$$1 : \frac{1}{3} = 3 \text{ ч}$$

Ответ: 3.

Задача №8: В городе имеются три завода по выпуску рыбных консервов. Первый завод может переработать 50 тонн рыбы за трое суток, второй – 45 тонн за двое суток, а третий – 95 тонн за шесть суток. Определите минимальное время, за которое на этих заводах можно переработать 110 тонн рыбы.



Решение:

| | Производительность | ВРЕМЯ | РАБОТА |
|------------|--------------------|--------------|-------------|
| I | $\frac{50}{3}$ | 3 сут | 50 т |
| II | $\frac{45}{2}$ | 2 сут | 45 т |
| III | $\frac{95}{6}$ | 6 сут | 95 т |

$$\frac{50}{3} + \frac{45}{2} + \frac{95}{6} = \frac{100 + 135 + 95}{6} = \frac{330}{6} = 55m$$

$$110 : 55 = 2 \text{ сут}$$

Ответ: 2 суток.

Задача №9: Первый наборщик текста набирает за час 5 страниц текста, второй – 6 страниц, а третий – 7 страниц. Определите, по сколько страниц текста нужно отдать для набора каждому из них, если требуется, чтобы весь текст, объем которого 216 страниц, был набран как можно быстрее.

Решение:

$$5 + 6 + 7 = 18 \text{ частей всего}$$

$$216 : 18 = 12 \text{ страниц 1 часть}$$

$$12 \cdot 5 = 60 \text{ стр.}$$

$$12 \cdot 6 = 72 \text{ стр.}$$

$$12 \cdot 7 = 84 \text{ стр.}$$

Ответ: 60, 72, 84 страницы.



Задачи на движение

Задачи на движение

- по прямой (навстречу и вдогонку)
- по замкнутой трассе
- по воде
- на среднюю скорость
- протяженных тел

При решении задач на движение принимают такие допущения:

- движение считается равномерным, если нет специальных оговорок;
- изменение направления движения и переходы на новый режим движения считаются происходящими мгновенно;
- если два тела начинают движение одновременно (если одно тело догоняет другое), то в случае, если они встречаются, каждое тело с момента выхода и до встречи затрачивает одинаковое время;

- всякие переходы на новый режим движения, на новое направление движения считают происходящим мгновенно;
- если тела выходят в разное время, то до момента встречи из них затрачивает время больше то, которое выходит раньше;
- все величины, как правило, положительные (в природе скорость расстояние и время положительны), поэтому можно смело умножать, делить и возводить в квадрат получающиеся уравнения и неравенства, не делая необходимых в таких случаях оговорок.

- В задачах на движение используются обычно формулы, выражающие законы равномерного движения: $S=V \cdot t$, где S - пройденное расстояние, V - скорость равномерного движения, t - время движения.
- При составлении уравнений в таких задачах часто бывает удобно прибегнуть к геометрической иллюстрации процесса движения: путь изображается в виде отрезка прямой, место встречи движущихся с разных сторон объектов точкой на отрезке и т.д.
- Часто для усложнения задачи её условие формулируется в различных единицах измерения (метры, километры, часы, минуты и т.д.). В этом случае при выписывании уравнений необходимо пересчитывать все данные задачи в одинаковых единицах измерения:

- Движение навстречу:

$$t = \frac{S}{v_1 + v_2}$$

- Движение вдогонку:

$$t = \frac{S}{v_1 - v_2}$$

- Движение по окружности

(замкнутой трассе):

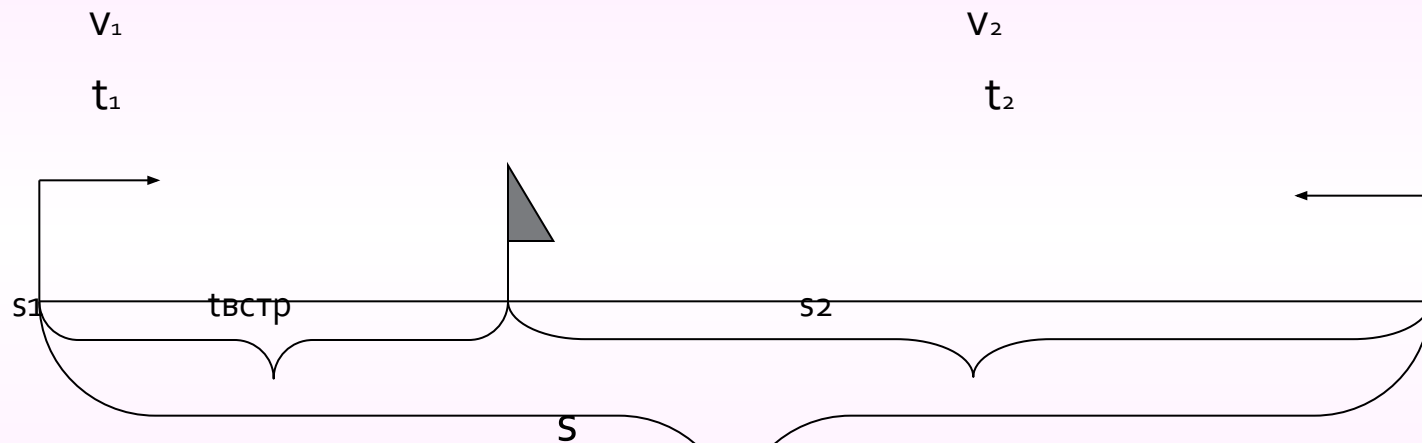
$$t = \frac{S}{v_1 - v_2}$$

- Средняя скорость:

$$v = \frac{S}{t}$$

Задачи на движение

Встречное движение



$$t_1 = t_2 = t_{\text{встр}}$$

$$v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2$$

$$s = v_{\text{сбл}} \cdot t_{\text{сбл}}$$

- Объекты, начавшие двигаться навстречу друг другу одновременно, движутся до момента встречи одинаковое время .

Задача № 1. Из городов А и В навстречу друг другу выехали мотоциклист и велосипедист. Мотоциклист приехал в А, а встретились с велосипедистом в 3 часа. Сколько часов затратил на путь из В в А велосипедист?

Если в задаче не дано расстояние, очень удобно считать весь путь, как 1 целая часть.

на весь путь

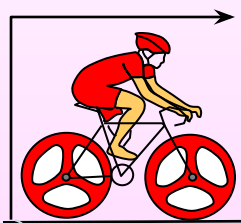
| | $t, \text{ ч}$ | $S, \text{ часть}$ | $v, \text{ часть/ч}$ |
|---------------------|----------------|--------------------|----------------------|
| Велосипедист | x | На 3 часа $>$ | $\frac{1}{x}$ |
| Мотоциклист | y | 1 | $\frac{1}{y}$ |

$$\begin{cases} x - y = 3 \\ \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \frac{4}{5} = 1 \end{cases}$$

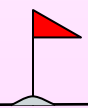
v навстречу t встречи S

$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ $\frac{48}{60}$ 1

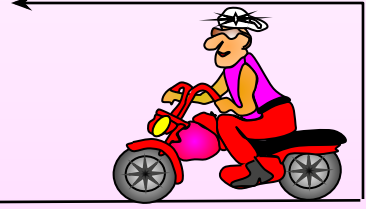
$\frac{1}{x}$ часть/ч



$\frac{4}{5}$ ч



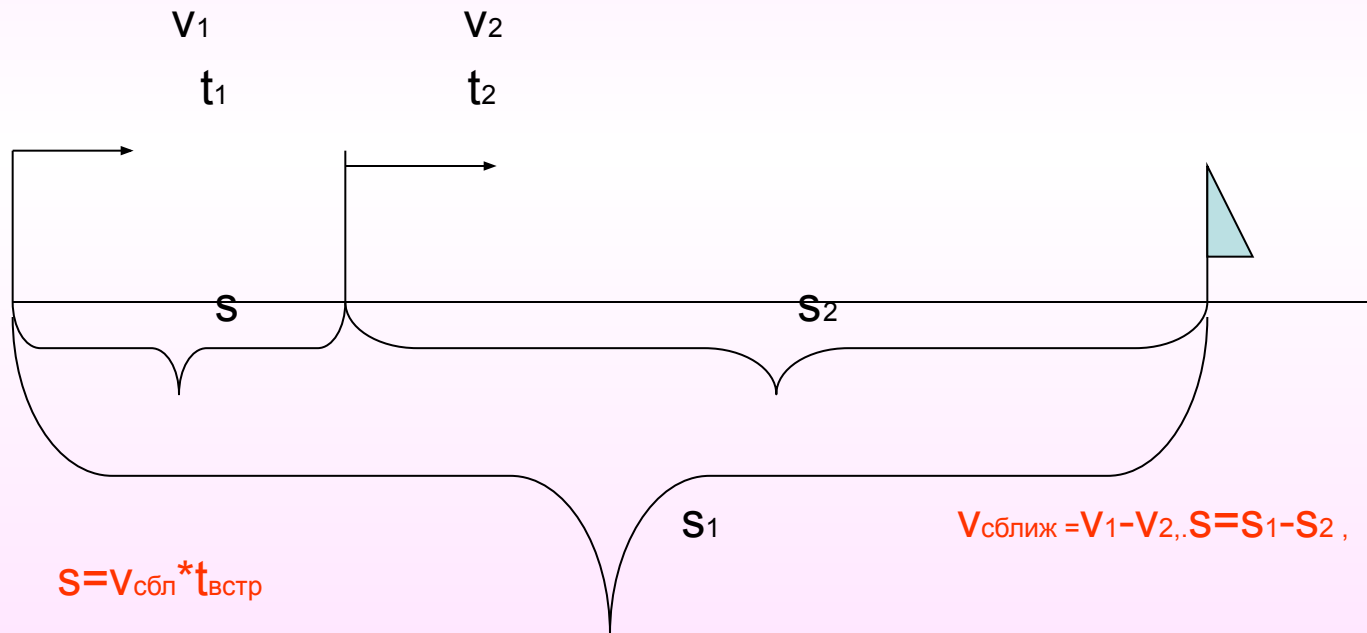
$\frac{1}{y}$ часть/ч



1 часть

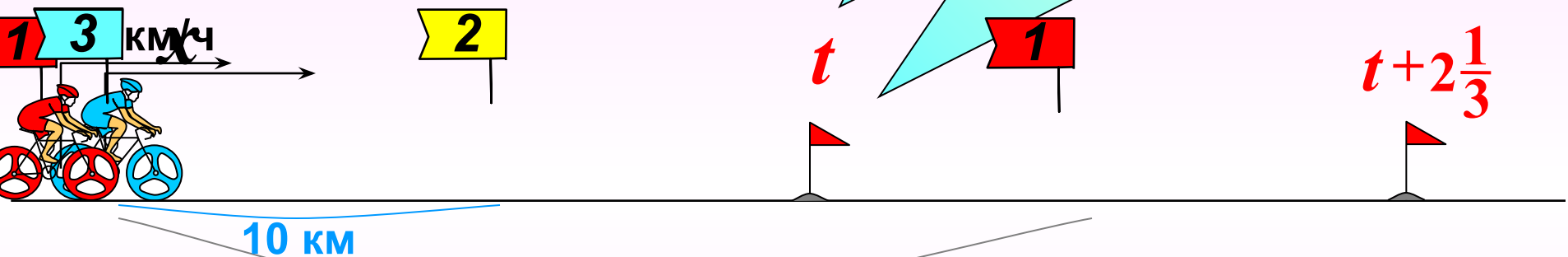
Ответ: 4

Движение в одном направлении



Задача № 2: Первый велосипедист едет со скоростью 15 км/ч. Через час после выезда из поселка в том же направлении выехал второй, а через час после этого — третий. Найдите скорость третьего велосипедиста, если сначала он догнал второго, а через час догнал первого. Ответ дайте в км/ч.

Отметим на схеме примерное место встречи 2^{го} и 3^{го} t
 И примерное место встречи 1^{го} и 3^{го} $t + 2\frac{1}{3}$
 Удобно показать на схеме тот час, когда 1-й вел. был в пути уже 2 ч., а 2-й вел. один час.



30 км

| | v , вдогонку | t , ч | S , км |
|---------------------------------|----------------|--------------------|------------------------------|
| 3 ^й и 2 ^й | $x - 10$ | t | $(x - 10)t$ |
| 3 ^й и 1 ^й | $x - 15$ | $t + 2\frac{1}{3}$ | $(x - 15)(t + 2\frac{1}{3})$ |

$$\begin{cases} (x - 10)t = 10 \\ (x - 15)\left(t - 2\frac{1}{3}\right) = 30 \end{cases}$$

= 10

= 30

С системой придется потрудиться. При выборе ответа учтем, что скорость 3-го велосипедиста должна быть больше 15. Ответ: 25.

Движение в противоположных направлениях

В таких задачах два тела могут начинать движение в противоположных направлениях из одной точки:

- а) одновременно;
- б) в разное время.

А могут начинать свое движение из двух разных точек, находящихся на заданном расстоянии, и в разное время.

Общим теоретическим положением для них будет следующее:

$v_{\text{удал.}} = v_1 + v_2$, где v_1 и v_2 соответственно скорости первого и второго тел.

(Схематический чертеж строится аналогично предыдущим).

Это условие поможет ввести x ...

Задача № 3. Велосипедист выехал с постоянной скоростью из города А в город В, расстояние между которыми равно 72 км. На следующий день он отправился обратно со скоростью на 6 км/ч больше прежней. По дороге он сделал остановку на 6 часов. В обратный путь он затратил столько же времени, сколько на путь из А в В. Ответ дайте в км/ч.

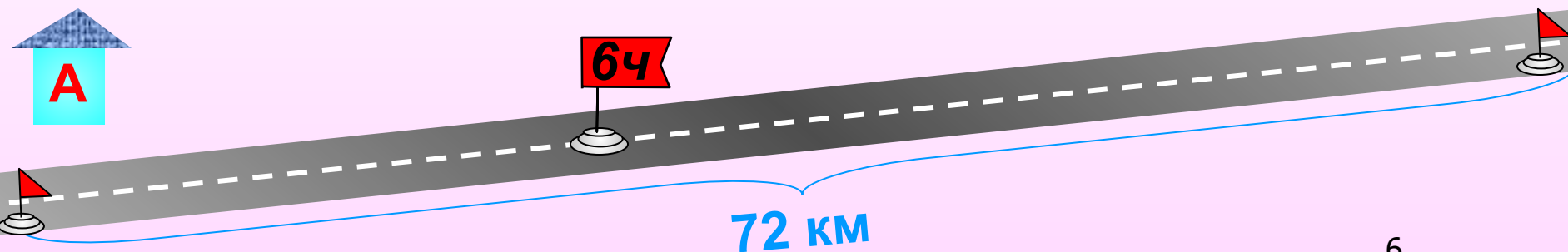
Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость

$$t = \frac{S}{v}$$

| | v , км/ч | S , км | t , ч |
|-----------|------------|----------|------------------|
| Путь А-В | x | | $\frac{72}{x}$ |
| Путь В-А | $x+6$ | | $\frac{72}{x+6}$ |
| Остановка | | | 6 |

=

$$\frac{72}{x+6} + 6 = \frac{72}{x}$$



6 км/ч

Движение по воде

▫ скорость перемещения лодки V по воде, при скорости течения реки V_p и собственной скорости движения V_c , выражается:

1. V по течению $= V_c + V_p$ при движении лодки по течению реки.
2. V против течения $= V_c - V_p$ при движении лодки против течения реки.

Движущийся плот всегда имеет скорость течения реки.

Задача № 4: Теплоход проходит по течению реки до пункта назначения 560 км и после стоянки возвращается в пункт отправления. Найдите скорость теплохода в неподвижной воде, если скорость течения равна 4 км/ч, стоянка длится 8 часов, а в пункт отправления теплоход возвращается через 56 часов

Это условие поможет ввести x ...

Найдите в км/ч.

Чтобы найти скорость по течению надо к собственной скорости прибавить скорость течения



| | v , км/ч | S , км | t , ч |
|----------|---------------------------------|----------|---|
| По. теч. | $x+4$ <small>справка</small> | 560 | $\frac{560}{x+4}$ <small>справка</small> |
| Пр. теч. | $x-4$ | 560 | $\frac{560}{x-4}$ |
| Стоянка | | | 8 |

Чтобы найти время надо расстояние разделить на скорость $t = \frac{S}{v}$



56ч

Чтобы найти скорость против течения надо из собственной скорости отнять скорость течения



$$\frac{560}{x+4} + \frac{560}{x-4} + 8 = 56$$

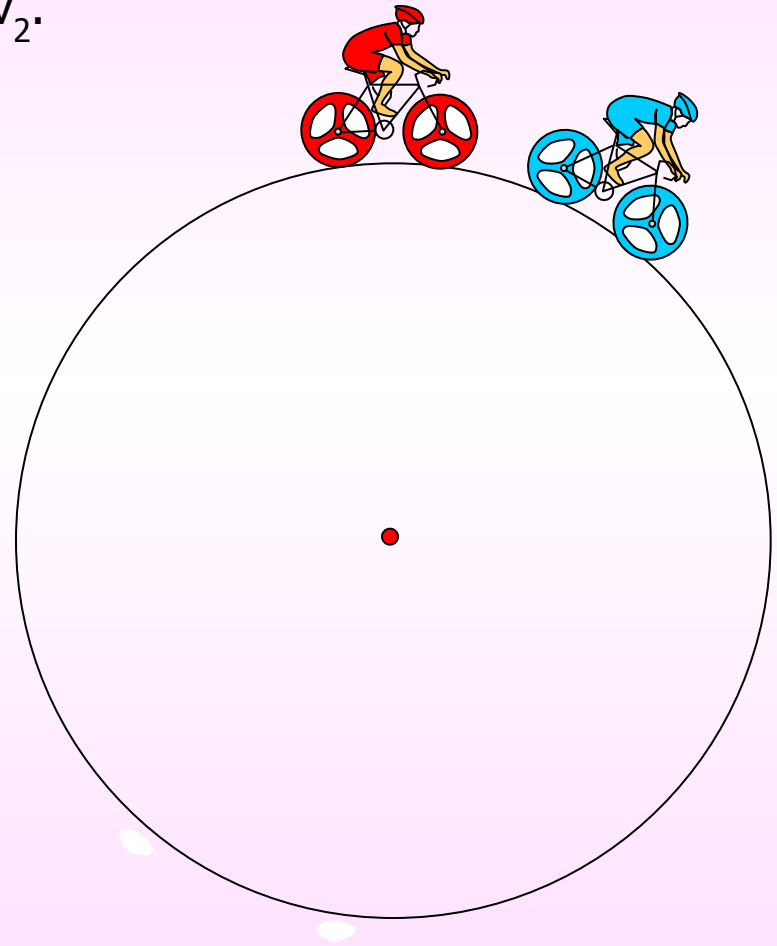
движение по замкнутой трассе

Если два велосипедиста одновременно начинают движение по окружности в одну сторону со скоростями v_1 и v_2 соответственно ($v_1 > v_2$ соответственно), то 1-й велосипедист приближается ко 2 со скоростью $v_1 - v_2$. В момент, когда 1-й велосипедист в первый раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на один круг больше.

Показать

В момент, когда 1-й велосипедист во второй раз догоняет 2-го, он проходит расстояние на два круга больше и т.д.

Продолжит
ь



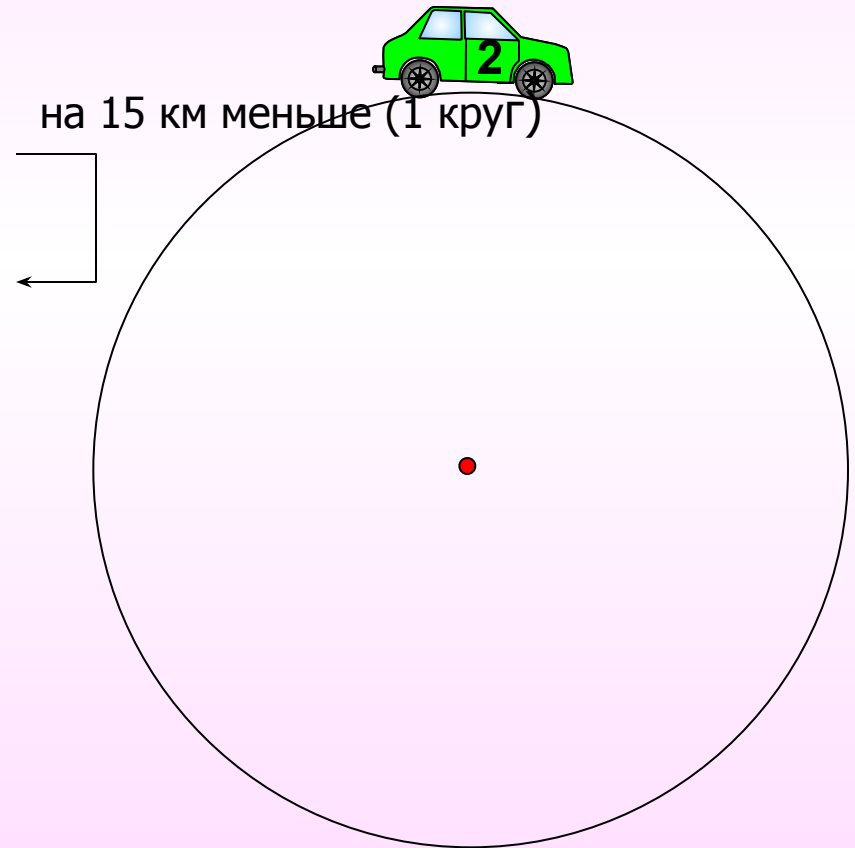
Задача № 5: Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 15 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 60 км/ч, скорость второго равна 80 км/ч. Сколько минут с момента старта пройдет, прежде чем первый автомобиль будет опережать второй ровно на 1 круг?

| | v , км/ч | t , ч | S , км |
|------------------|------------|----------|------------|
| 1 красный | 60 | x | 60x |
| 2 зеленый | 80 | x | 80x |

Уравнение: $80x - 60x = 15$

x получим в часах.

Не забудь перевести в минуты.



Показать

Ответ: 45

Задача №6: Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 10 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна 90 км/ч, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

| | v , км/ч | t , ч | S , км |
|------------|------------|---------------|------------------------|
| 1 автомоб. | 90 | $\frac{2}{3}$ | $90 \cdot \frac{2}{3}$ |
| 2 автомоб. | x | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}x$ |

на 10 км больше (1 круг)

Уравнение: $90 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 10$



Показать

Ответ: 75

Задача № 7: Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 21 км/ч больше скорости другого?

| | v , км/ч | t , ч | S , км |
|------------------|-------------|----------|----------------|
| 1 красный | x | t | tx |
| 2 синий | x+21 | t | t(x+21) |

Уравнение: $t(x + 21) - tx = 7$

t получим в часах.

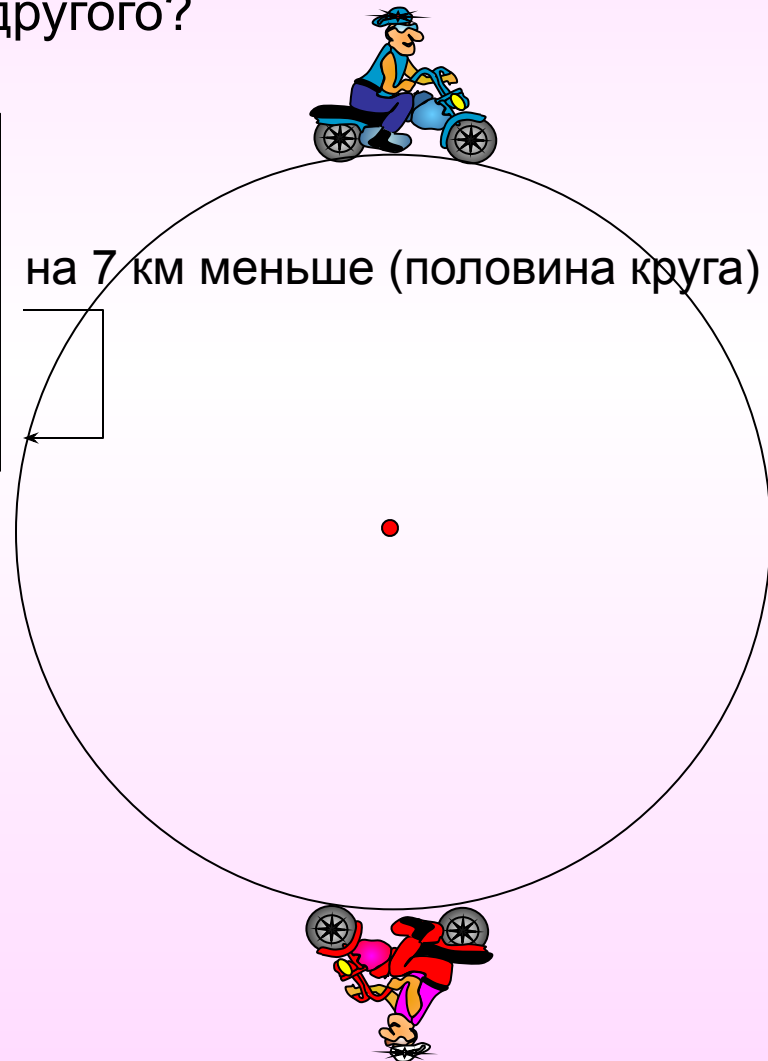
Не забудь перевести в минуты.

Сколько кругов проехал каждый мотоциклист

[Показать](#)

нам не важно. Важно, что синий проехал до точки встречи на половину круга больше, т. е. на 7 км.

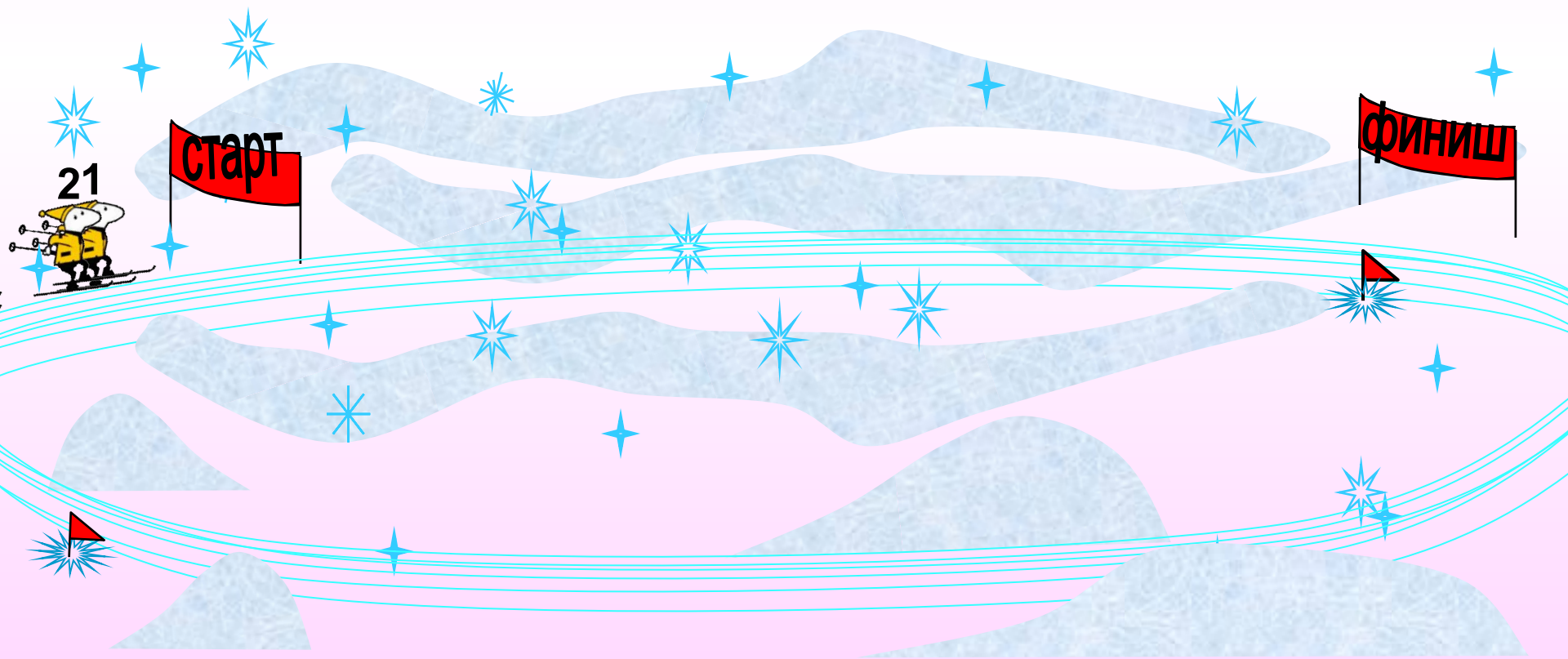
Еще способ в комментариях. Ответ: 20



Задача № 8: Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне. Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

Показать

Пусть полный круг – 1 часть.



Задача № 9 Лыжные соревнования проходят на круговой лыжне.

Это условие поможет ввести x ...

Первый лыжник проходит один круг на 2 минуты быстрее второго и через час опережает второго ровно на один круг. За сколько минут второй лыжник проходит один круг?

| | t , мин | S , часть | v , часть/мин |
|-----------------|-----------|-------------|-----------------|
| 1 лыжник | x | 1 | $\frac{1}{x}$ |
| 2 лыжник | $x+2$ | 1 | $\frac{1}{x+2}$ |

Сначала выразим скорость каждого лыжника. Пусть за x мин 1-й лыжник проходит полный круг. Второй на 2 минуты больше, т.е. $x+2$.

| | v , круг/мин | t , мин | S , км |
|-----------------|-----------------|-----------|------------------|
| 1 лыжник | $\frac{1}{x}$ | 60 | $\frac{60}{x}$ |
| 2 лыжник | $\frac{1}{x+2}$ | 60 | $\frac{60}{x+2}$ |

на 1 круг больше

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1$$

Ответ: 10

Задача № 10: Из одной точки круговой трассы, длина которой равна 14 км, одновременно в одном направлении стартовали два автомобиля. Скорость первого автомобиля равна **80 км/ч**, и через 40 минут после старта он опережал второй автомобиль на один круг. Найдите скорость второго автомобиля. Ответ дайте в км/ч.

| | v , км/ч | t , ч | S , км |
|-----------------|------------|---------------|------------------------|
| 1 желтый | 80 | $\frac{2}{3}$ | $80 \cdot \frac{2}{3}$ |
| 2 синий | x | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}x$ |

на 14 км больше (1 круг)



Уравнение: $80 \cdot \frac{2}{3} - \frac{2}{3}x = 14$

Можно было сначала найти скорость вдогонку: $80 - x$
Тогда уравнение будет выглядеть так:

Показать

$$t \cdot v = S$$

$$\frac{2}{3}(80 - x) = 14$$

Нажать на кнопку можно несколько раз. Сколько кругов проехал каждый автомобиль нам не важно. Важно, что желтый автомобиль проехал на 1 круг больше, т.е. на 14 км.

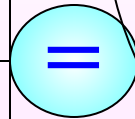
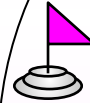
Ответ: 59

Задача № 11: Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз.

Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна 30 км.

Ответ дайте в км/ч.

1 встреча. Велосипедист был до 1 встречи 40 мин ($\frac{2}{3}$ ч), мотоциклист 10 мин ($\frac{1}{6}$ ч). А расстояние за это время они проехали равное.



| | $v, \text{ км/ч}$ | $t, \text{ ч}$ | $S, \text{ км}$ |
|--------------------|-------------------|----------------|-----------------|
| 1 мотоцикл. | x | $\frac{1}{6}$ | $\frac{1}{6}x$ |
| 2 велосип. | y | $\frac{2}{3}$ | $\frac{2}{3}y$ |

1 уравнение:
$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

Показать

Задача №12. Из пункта А круговой трассы выехал велосипедист, а через 30 минут следом за ним отправился мотоциклист. Через 10 минут после отправления он догнал велосипедиста в первый раз, а еще через 30 минут после этого догнал его во второй раз. Найдите скорость мотоциклиста, если длина трассы равна x км.



Ответ дайте в км/ч.

2 встреча. Велосипедист и мотоциклист были в пути до 2-й встречи 30 мин ($\frac{1}{2}$ ч). А расстояние за это время мотоциклист проехал на 1 круг больше.



| | v , км/ч | t , ч | S , км |
|--------------------|------------|---------------|----------------|
| 1 мотоцикл. | x | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}x$ |
| 2 велосип. | y | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}y$ |

на 30 км больше (1 круг)

$$\frac{1}{6}x = \frac{2}{3}y$$

$$\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$$

2 уравнение: $\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}y = 30$

Искомая величина – x

Показать
(2)

Задача №13. Часы со стрелками показывают 8 часов 00 минут. Через сколько минут минутная стрелка в четвертый раз поравняется с часовой?

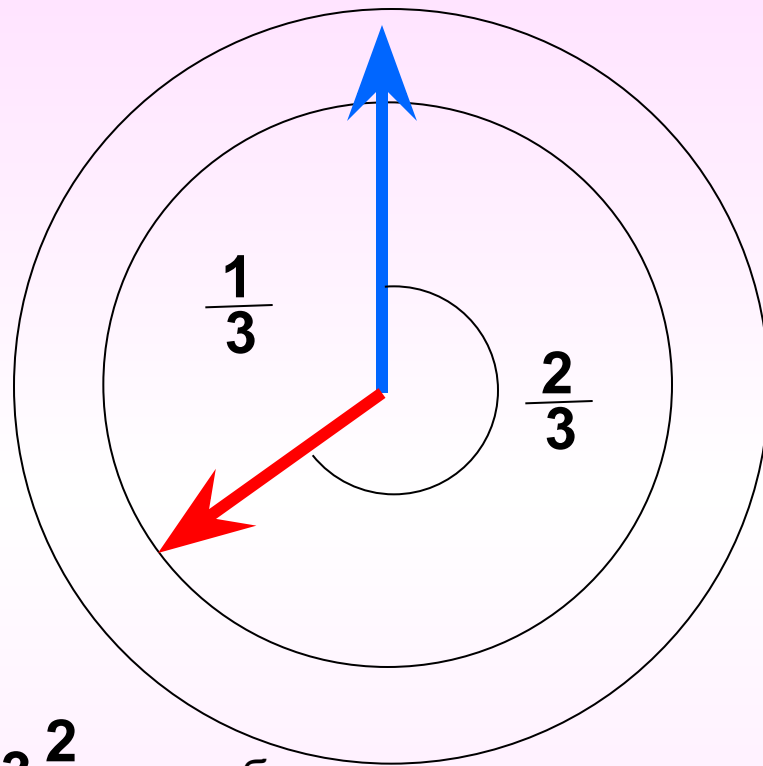
В первый раз минутной стрелке надо пройти на $\frac{2}{3}$ круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на $3\frac{2}{3}$ круга больше



на $3\frac{2}{3}$ круга больше

| | v , круг/ч | t , ч | S , круг |
|----------|----------------|---------|-----------------|
| минутная | 1 | x | $1x$ |
| часовая | $\frac{1}{12}$ | x | $\frac{1}{12}x$ |

$$1x - \frac{1}{12}x = 3\frac{2}{3}$$

Ответ: 240 мин

Проверка

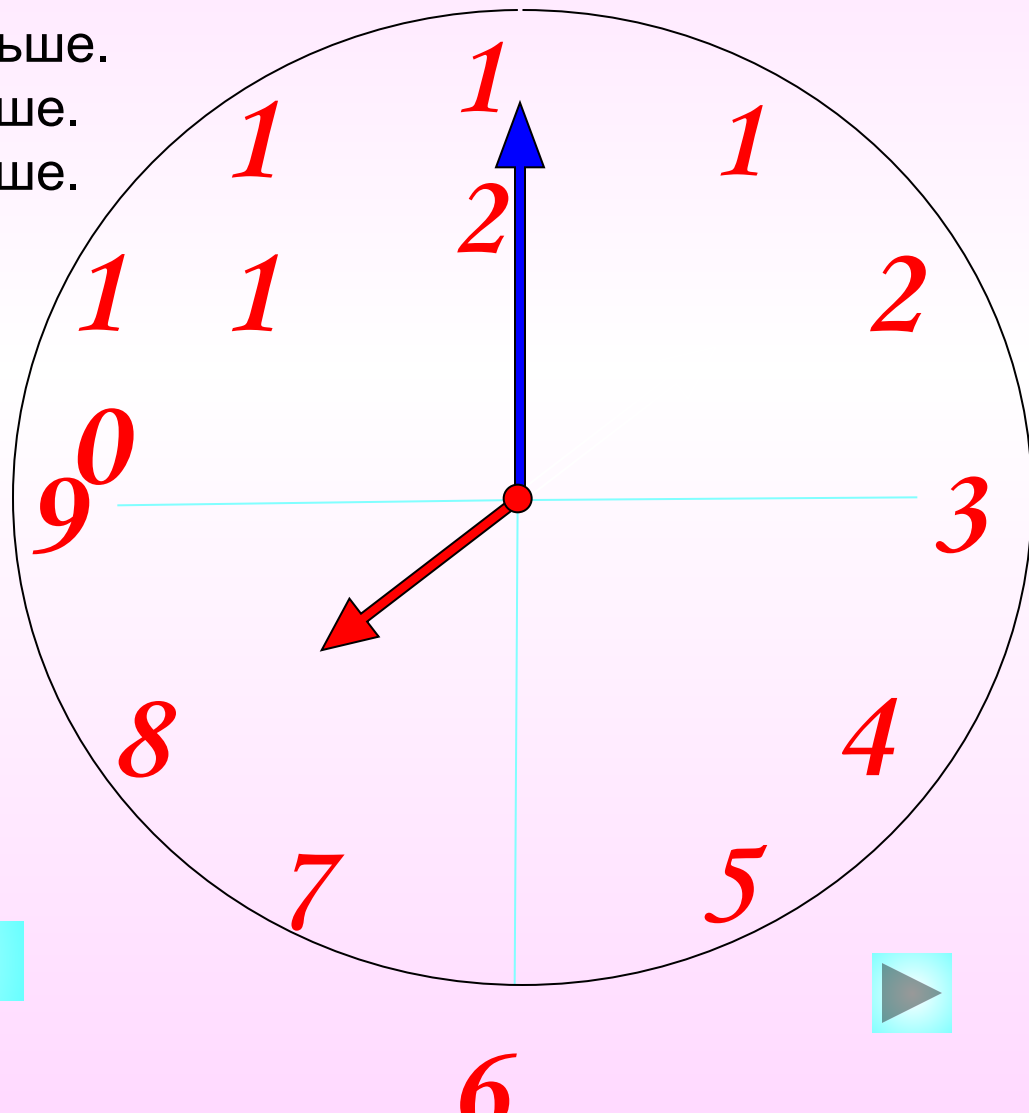
В первый раз минутной стрелке надо пройти на $\frac{2}{3}$ круга больше, чтобы догнать минутную стрелку.

Во 2-й раз – еще на 1 круг больше.

В 3-й раз – еще на 1 круг больше.

В 4-й раз – еще на 1 круг больше.

Всего на $3\frac{2}{3}$ круга больше



Показать
(4)

Другой способ – в комментариях.

Задачи на движение протяженных тел

В задачах на движение протяжных тел требуется определить длину одного из них. Наиболее типичные ситуации:

определение длины поезда проезжающего мимо

- придорожного столба
- идущего параллельно путям пешехода
- лесополосы определенной длины
- другого двигающегося поезда

Если поезд движется мимо столба, то он проходит расстояние равное его длине. Если поезд движется мимо протяженной лесополосы, то он проходит расстояние равное сумме длины самого поезда и лесополосы.

Задача № 1

Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 80 км/ч, проезжает мимо придорожного столба за 36 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение. Зная скорость движения $v = 80$ км/ч и время, за которое он проезжает мимо столба $t = 36$ с, можно найти длину поезда как пройденное расстояние по формуле:

$$S = vt$$

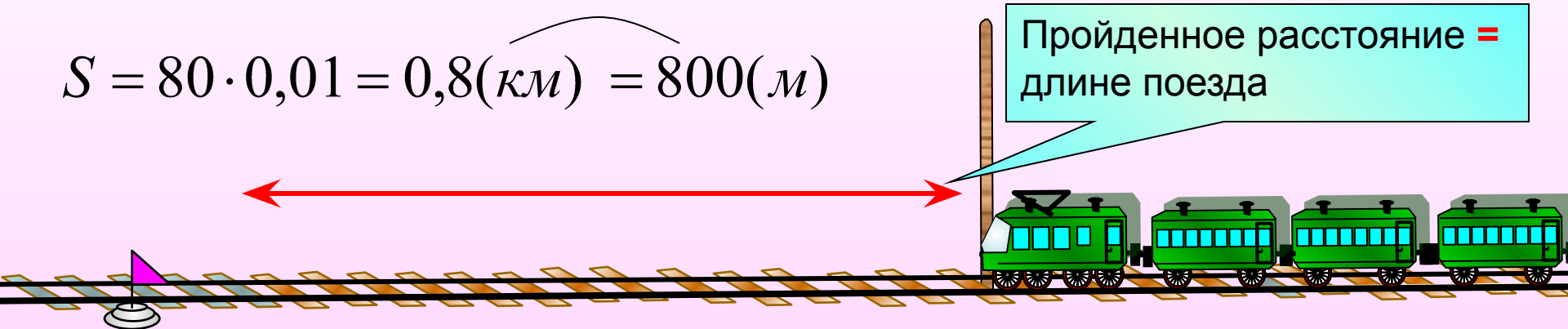
Выразим время в часах

$$t = 36\text{с} = \frac{36}{60} \text{ мин} = \frac{36}{60 \cdot 60} \text{ ч} = 0,01\text{ч}$$

$$\begin{array}{ccc} & : 60 & : 60 \\ \text{1 с} & \text{1 мин} & \text{1 ч} \\ & * 60 & * 60 \end{array}$$

$$S = 80 \cdot 0,01 = 0,8(\text{км}) = 800(\text{м})$$

Пройденное расстояние = длине поезда



Задача № 2 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

Решение. Зная скорость движения $v = 60$ км/ч и время, за которое он проезжает мимо лесополосы $t = 1$ мин, можно найти расстояние, которое прошел поезд (длина лесополосы + длина поезда).

Выразим время в часах

: 60

$$t = 1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ ч};$$

$$S = 60 \cdot \frac{1}{60} = 1(\text{км}) = 1000(\text{м})$$

$$1000 - 400 = 600(\text{м}) \text{ длина поезда}$$

: 60

: 60

$$S = vt$$

1 с

1 мин

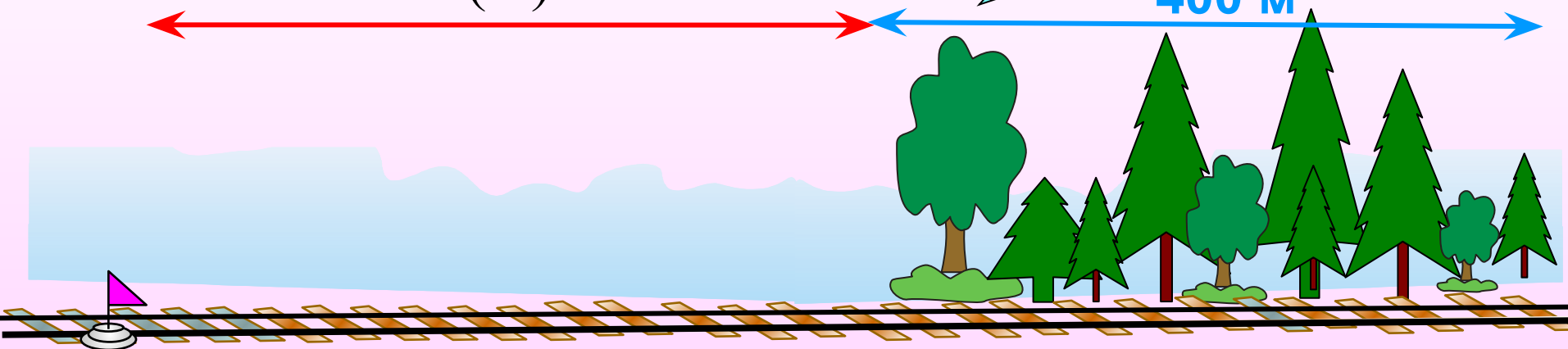
1 ч

* 60

* 60

Пройденное расстояние =
длине поезда + длина
лесополосы

400 м



Задача № 3 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

$$S = v \cdot t$$

$$S, \text{ м} \quad x+400$$

$$t, \text{ ч} \quad \frac{1}{60} \text{ ч}$$

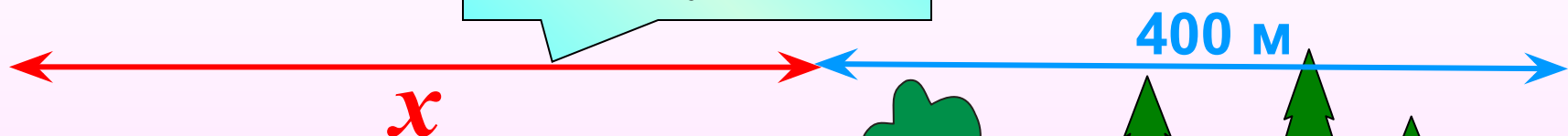
$$v, \text{ м/ч} \quad 60000 \text{ м/ч}$$

$$x + 400 = 60000 \cdot \frac{1}{60}$$

$$x + 400 = 1000$$

$$x = 600$$

Решим задачу с помощью уравнения



При решении задач на движение двух тел часто очень удобно считать одно тело неподвижным, а другое — приближающимся к нему со скоростью, равной сумме скоростей этих тел (при движении навстречу) или разности скоростей (при движении вдогонку). Такая модель помогает разобраться с условием задачи.

Задача № 4 По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Воспользуемся предложенной моделью

По морю параллельными курсами в одном направлении следуют два сухогруза: первый длиной 120 метров, второй — длиной 80 метров. Сначала второй сухогруз отстает от первого, и в некоторый момент времени расстояние от кормы первого сухогруза до носа второго составляет 400 метров. Через 12 минут после этого уже первый сухогруз отстает от второго так, что расстояние от кормы второго сухогруза до носа первого равно 600 метрам. На сколько километров в час скорость первого сухогруза меньше скорости второго?

Решение. Будем считать, что первый сухогруз неподвижен, а второй приближается к нему со скоростью v (м/мин), равной разности скоростей второго и первого сухогрузов. Тогда за 12 минут второй сухогруз проходит расстояние

$$v = \frac{S}{t}$$

1200 м

* 60

: 1000

$$v = 1200 : 12 = 100 \text{ (м / мин)} = 6000 \text{ (м / ч)} = 6 \text{ (км / ч)}$$



400 м

+

120 м

+

600 м

+

80 м

Задача № 6 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

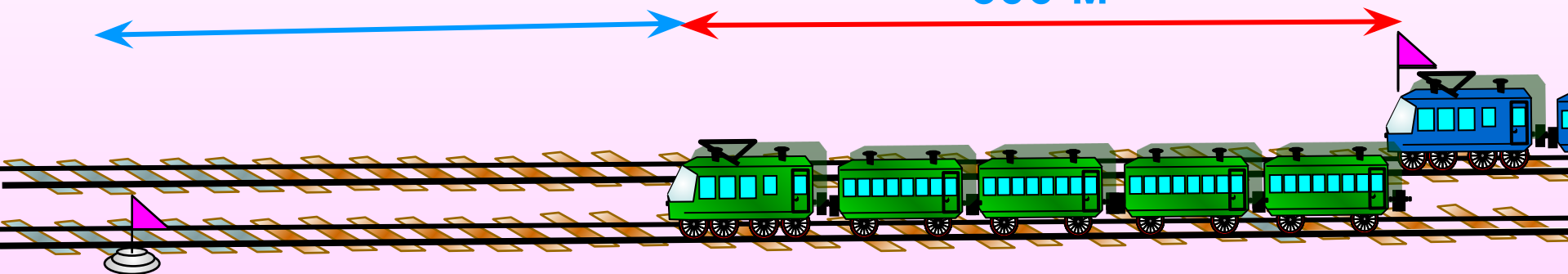
$$90 - 30 = 60 \overset{\cdot 1000}{(км / ч)} = 60000 \overset{: 60}{(м / ч)} = 1000 (м / мин)$$

Скорость вдогонку (на сколько скорость пассажирского поезда больше скорости товарного)

$$1000 \cdot 1 = 1000 (м) \text{ за } 1 \text{ мин}$$

$$1000 - 600 = 400 (м) \text{ длина товарного поезда}$$

600 м



Задача № 7 По двум параллельным железнодорожным путям в одном направлении следуют пассажирский и товарный поезда, скорости которых равны соответственно 90 км/ч и 30 км/ч. Длина товарного поезда равна 600 метрам. Найдите длину пассажирского поезда, если время, за которое он прошел мимо товарного поезда, равно 1 минуте. Ответ дайте в метрах.

$$S = v \cdot t$$

$$S, \text{ м} \quad x+600$$

$$x + 600 = 1000 \cdot 1$$

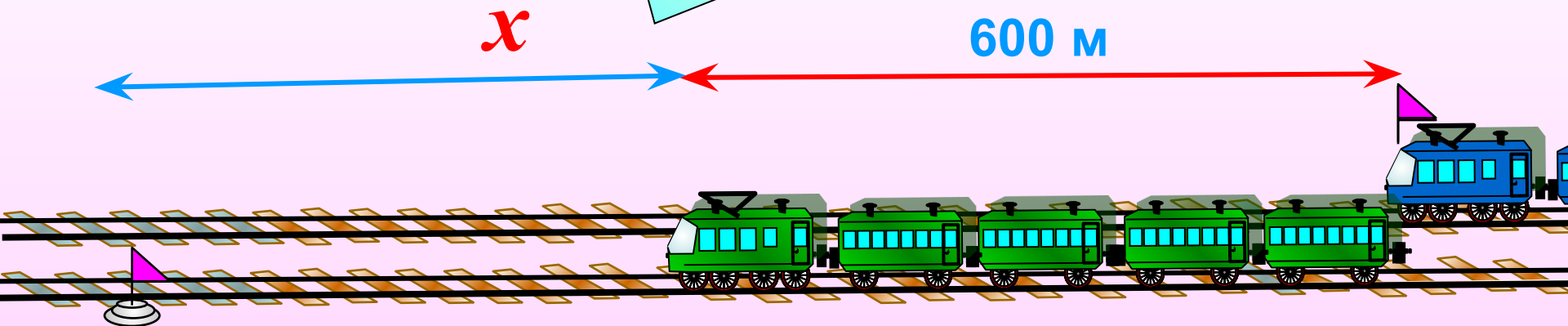
$$t, \text{ мин} \quad 1$$

$$x + 600 = 1000$$

$$v, \text{ м/мин} \quad 1000 \text{ м/мин}$$

Решим задачу с помощью уравнения

$$x = 400$$



Задача № 8 По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

$$65 + 35 = 100 \text{ (км/ч)} = 100000 \text{ (м/ч)}$$

: 60

: 60

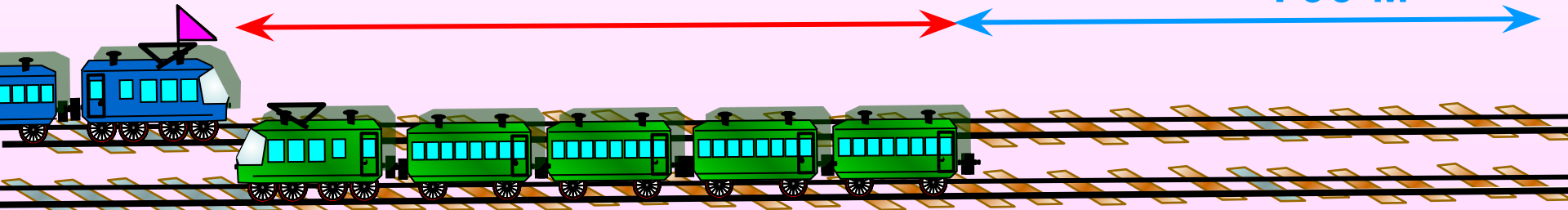
Скорость навстречу друг другу
(сумма скоростей при движении навстречу друг другу)

$$t = 36 \text{ с} = \frac{36}{60} \text{ мин} = \frac{36}{60 \cdot 60} \text{ ч} = 0,01 \text{ ч}$$

$$100000 \cdot 0,01 = 1000 \text{ (м)} \text{ за } 0,01 \text{ ч}$$

$$1000 - 700 = 300 \text{ (м)} \text{ длина товарного поезда}$$

700 м



Задача № 9 По двум параллельным железнодорожным путям друг навстречу другу следуют скорый и пассажирский поезда, скорости которых равны соответственно 65 км/ч и 35 км/ч. Длина пассажирского поезда равна 700 метрам. Найдите длину скорого поезда, если время, за которое он прошел мимо пассажирского поезда, равно 36 секундам. Ответ дайте в метрах.

$$S = v \cdot t$$

$$S, \text{ м} \quad x+700$$

$$t, \text{ ч} \quad \frac{1}{100}$$

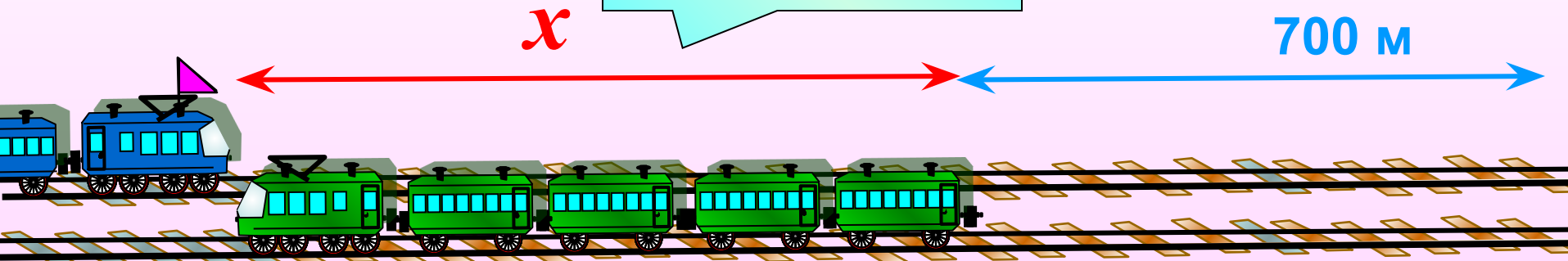
$$v, \text{ м/ч} \quad 100000 \text{ м/ч}$$

$$x + 700 = 100000 \cdot \frac{1}{100}$$

$$x + 700 = 1000$$

$$x = 300$$

Решим задачу с помощью уравнения



Задача № 10 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 54 км/ч, проезжает мимо идущего параллельно путям со скоростью 6 км/ч навстречу ему пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

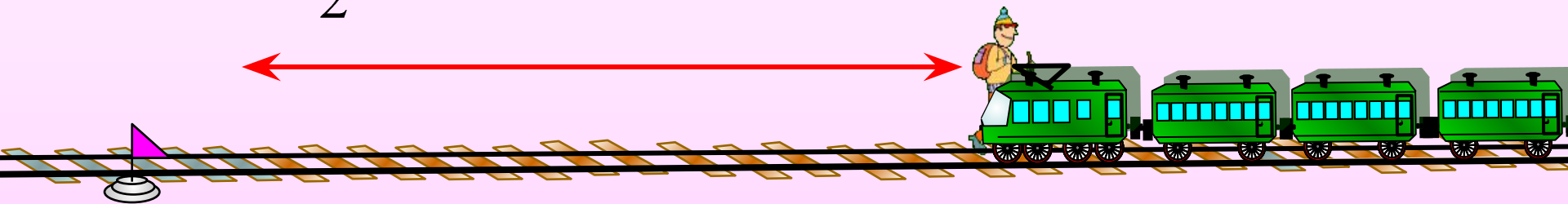
Решение. Будем считать, что пешеход неподвижен, а поезд движется со скоростью v (м/мин), равной сумме скоростей пешехода и поезда (скорость навстречу друг другу). Сам пешеход не имеет «протяженной» длины (если бы это была колонна солдат, то мы бы учли это).

Выразим время в минутах $t = 30c = \frac{1}{2} \text{ мин}$

$$54 + 6 = 60(\text{км/ч}) \overset{*1000}{=} 60000(\text{м/ч}) \overset{:60}{=} 1000(\text{м/мин})$$

Скорость навстречу друг другу (сумма скоростей при движении навстречу друг другу)

$$S = 1000 \cdot \frac{1}{2} = 500(\text{м})$$



Задача № 11 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 65 км/ч, проезжает мимо идущего в том же направлении параллельно путям со скоростью 5 км/ч пешехода за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

Решение. Будем считать, что пешеход неподвижен, а поезд движется со скоростью v (м/мин), равной разности скоростей пешехода и поезда. Пешеход не имеет «протяженной» длины.

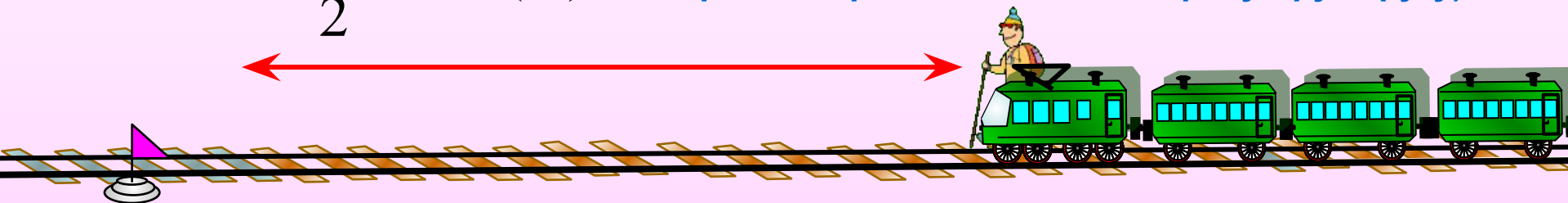
Выразим время в минутах $t = 30c = \frac{1}{2} \text{ мин}$

$\underbrace{\hspace{10em}}_{*1000} \qquad \underbrace{\hspace{10em}}_{:60}$

$$65 - 5 = 60(\text{км} / \text{ч}) = 60000(\text{м} / \text{ч}) = 1000(\text{м} / \text{мин})$$

$$S = 1000 \cdot \frac{1}{2} = 500(\text{м})$$

Скорость навстречу друг другу (сумма скоростей при движении навстречу друг другу)



Задачи на нахождение средней скорости

Чтобы определить среднюю скорость при неравномерном движении, надо весь пройденный путь разделить на все время движения:

$$v_{\text{ср}} = \frac{\text{весь путь}}{\text{все время}} = \text{средняя скорость}$$

$$v_{\text{ср}} = \frac{s_1 + s_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$

Средняя скорость

$$v_{\text{ср.}} = \frac{S}{t}$$

- все расстояние
- все время



$$v_{\text{ср.}} = \frac{42}{1+2+1} = 10,5 \text{ (км/ч)}$$

средняя скорость велосипедиста

Задача №12: Автомобиль двигался 3,2ч по шоссе со скоростью 90км/ч, затем 1,5ч по грунтовой дороге со скоростью 45км/ч, наконец, 0,3ч по проселочной дороге со скоростью 30км/ч. Какова средняя скорость движения автомобиля на всем пути?

Средняя скорость движения определяется по формуле:

$$v_{\text{cp}} = \frac{S_1 + S_2 + \dots}{t_1 + t_2 + \dots}$$



1. Определим длину каждого участка пути:

$$90 \cdot 3,2 = 288 \text{ (км)}$$

$$45 \cdot 1,5 = 67,5 \text{ (км)}$$

$$30 \cdot 0,3 = 9 \text{ (км)}$$

2. Определим весь путь:

$$288 + 67,5 + 9 = 364,5 \text{ (км)}$$

3. Определим все время движения:

$$3,2 + 1,5 + 0,3 = 5 \text{ (ч)}$$

4. Найдем среднюю скорость движения:

$$364,5 : 5 = 72,9 \text{ (км/ч)}$$