

Площадь
криволинейной
трапеции

ГБОУ РОЦ №76

Носкова А.Ю.

Содержание

- Площадь криволинейной трапеции

- Площадь криволинейной трапеции **Площадь криволинейной трапеции (1)**
- Площадь криволинейной трапеции **Площадь криволинейной трапеции (2)**
- Площадь криволинейной трапеции **Площадь криволинейной трапеции (3)**
- Площадь криволинейной трапеции **Площадь криволинейной трапеции (Площадь криволинейной трапеции (4) Площадь криволинейной трапеции (4))**

Площадь криволинейной трапеции

$$y = f(x)$$

$$S_{ABCD} = \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

A

B

$x = a$

$x = b$

y

x

0

a

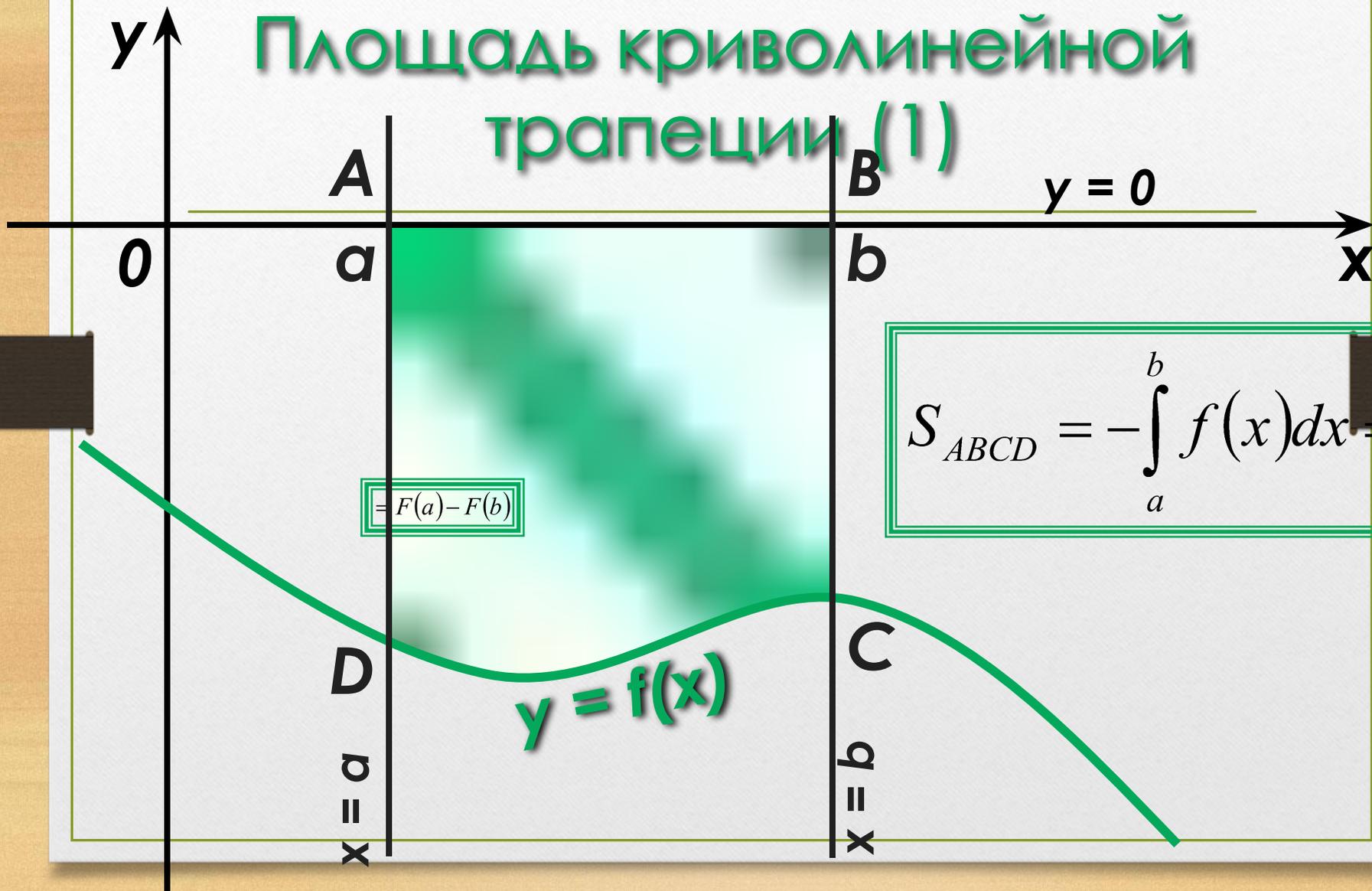
b

y = 0

D

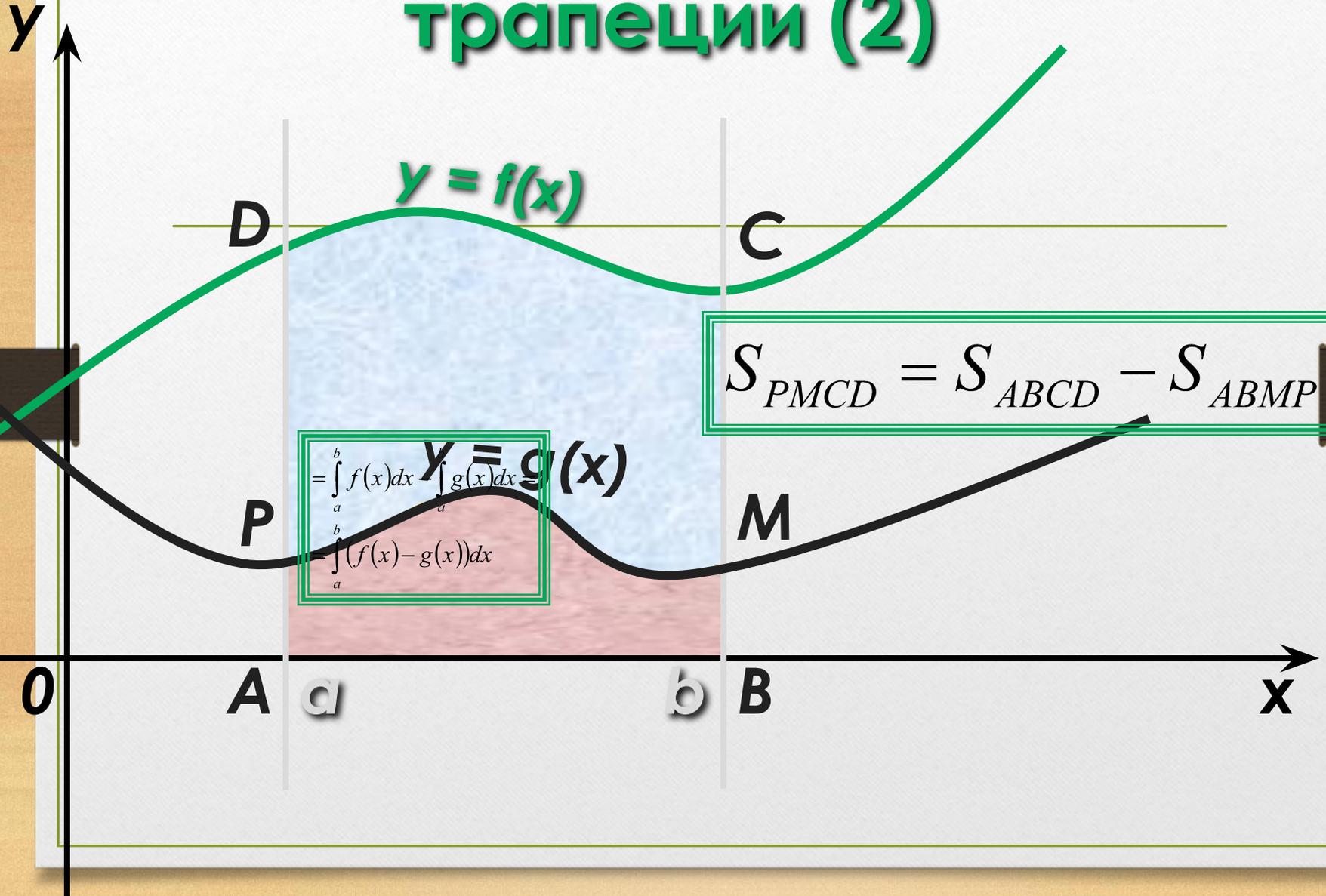
C

Площадь криволинейной трапеции (1)

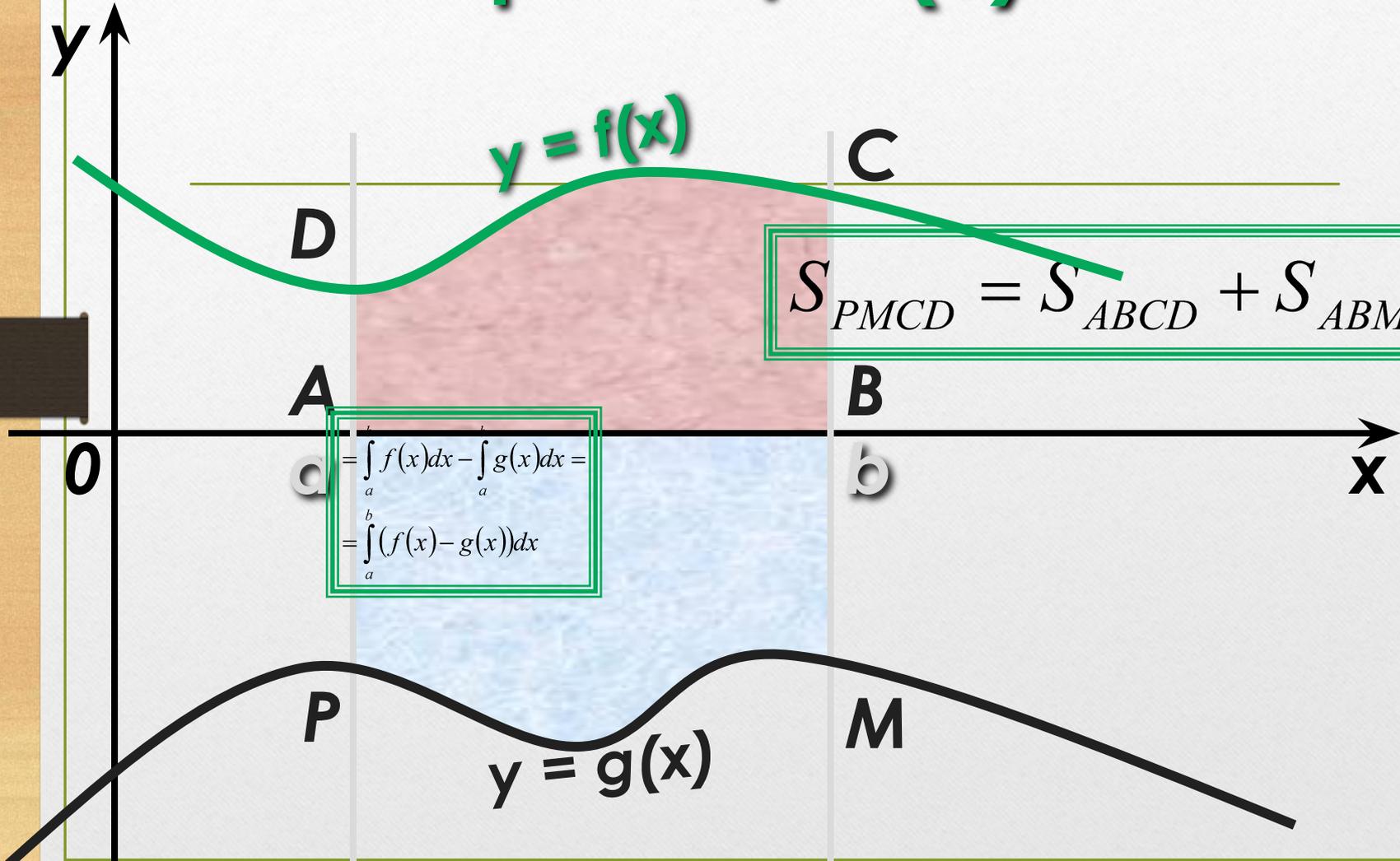


$$S_{ABCD} = - \int_a^b f(x) dx =$$

Площадь криволинейной трапеции (2)



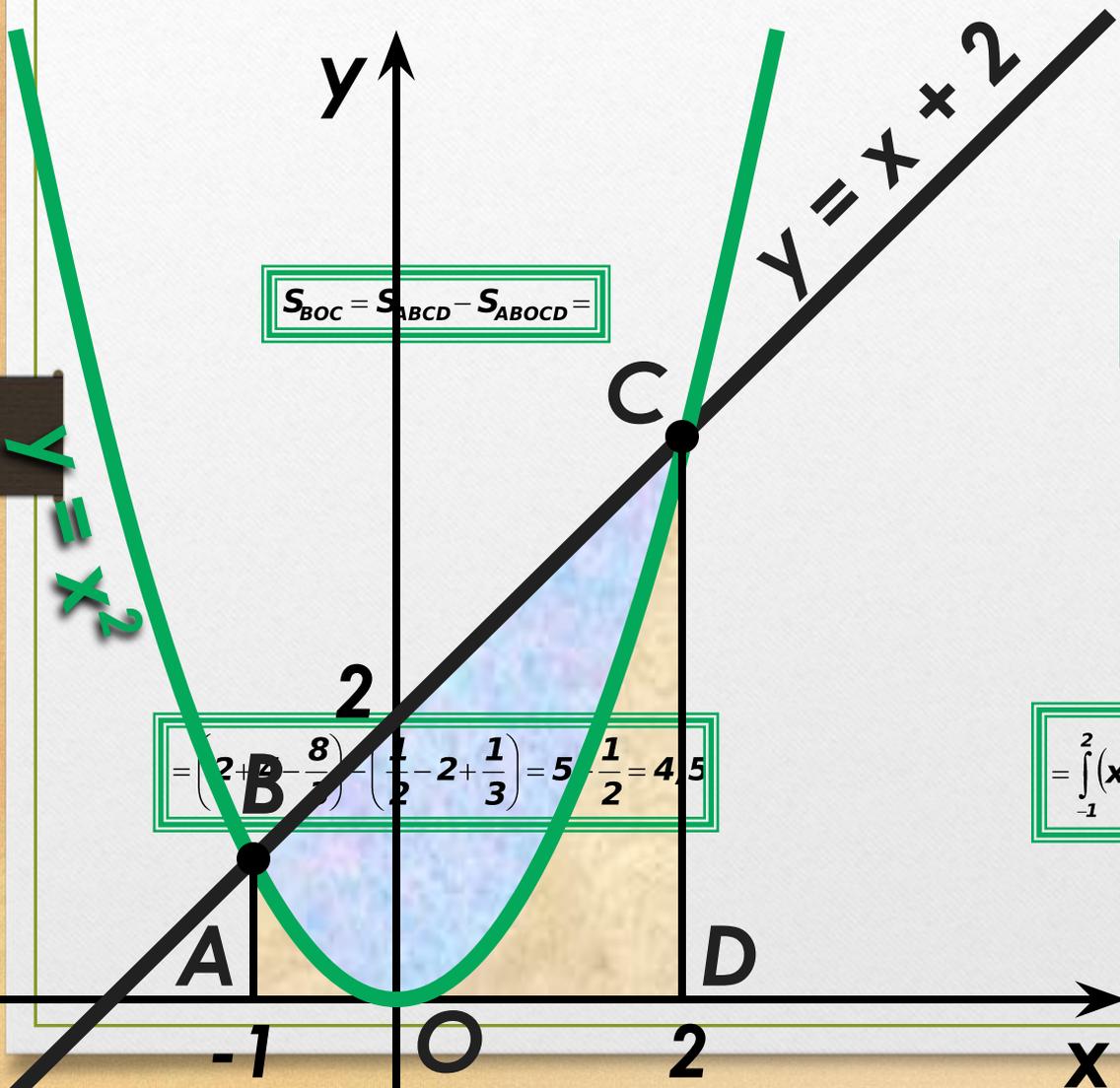
Площадь криволинейной трапеции (3)



$$S_{PMCD} = S_{ABCD} + S_{ABMP} =$$

$$\begin{aligned} &= \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx = \\ &= \int_a^b (f(x) - g(x))dx \end{aligned}$$

Пример 1: вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = x + 2$.



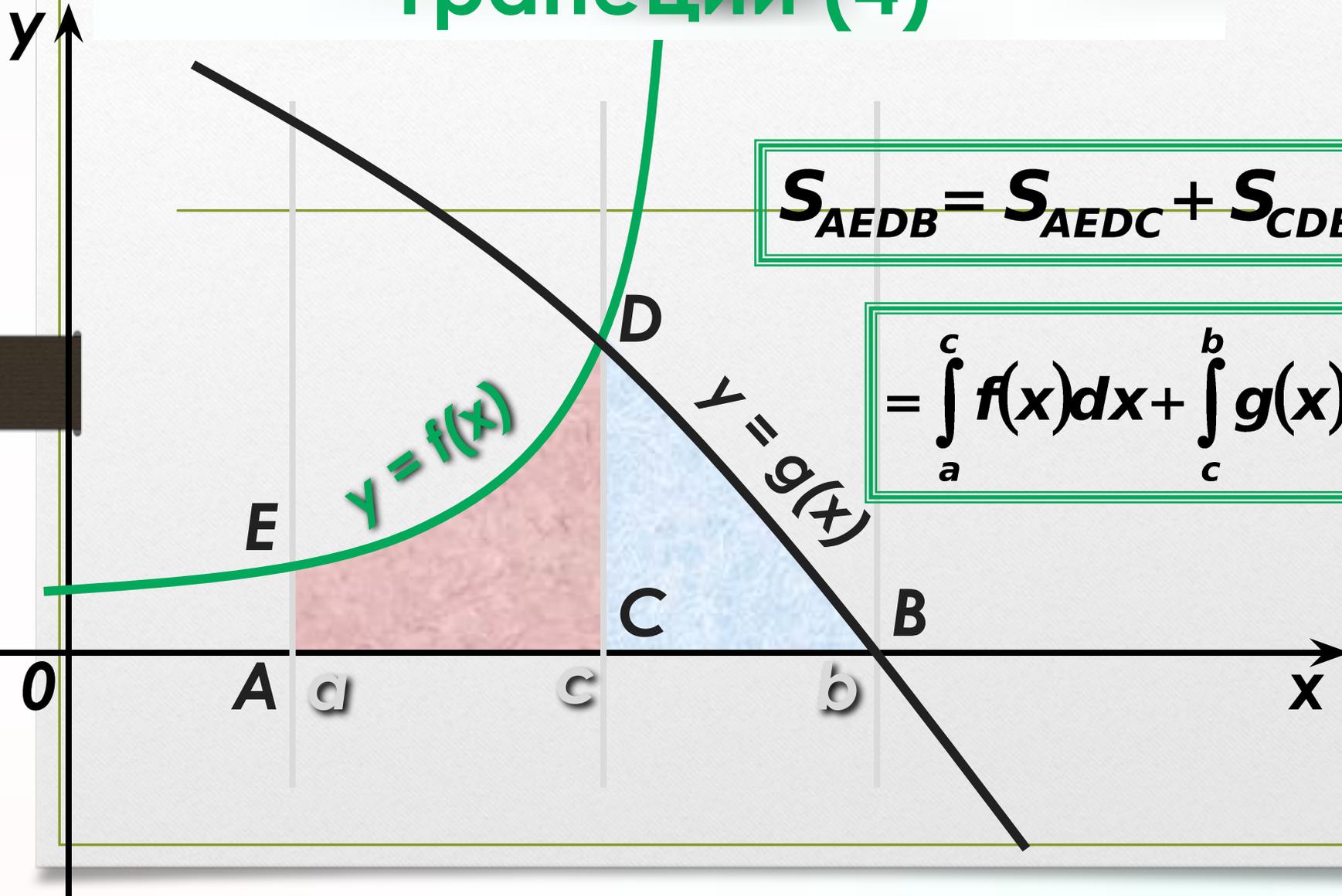
$$S_{BOC} = S_{ABCD} - S_{ABOCD} =$$

$$= \int_{-1}^2 (x+2) dx - \int_{-1}^2 (x^2) dx =$$

$$= \left(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 = \left(\frac{4}{2} + 4 - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3} \right) = 5 - \frac{1}{2} = 4,5$$

$$= \int_{-1}^2 (x+2-x^2) dx = \left(\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right) \Big|_{-1}^2 =$$

Площадь криволинейной трапеции (4)



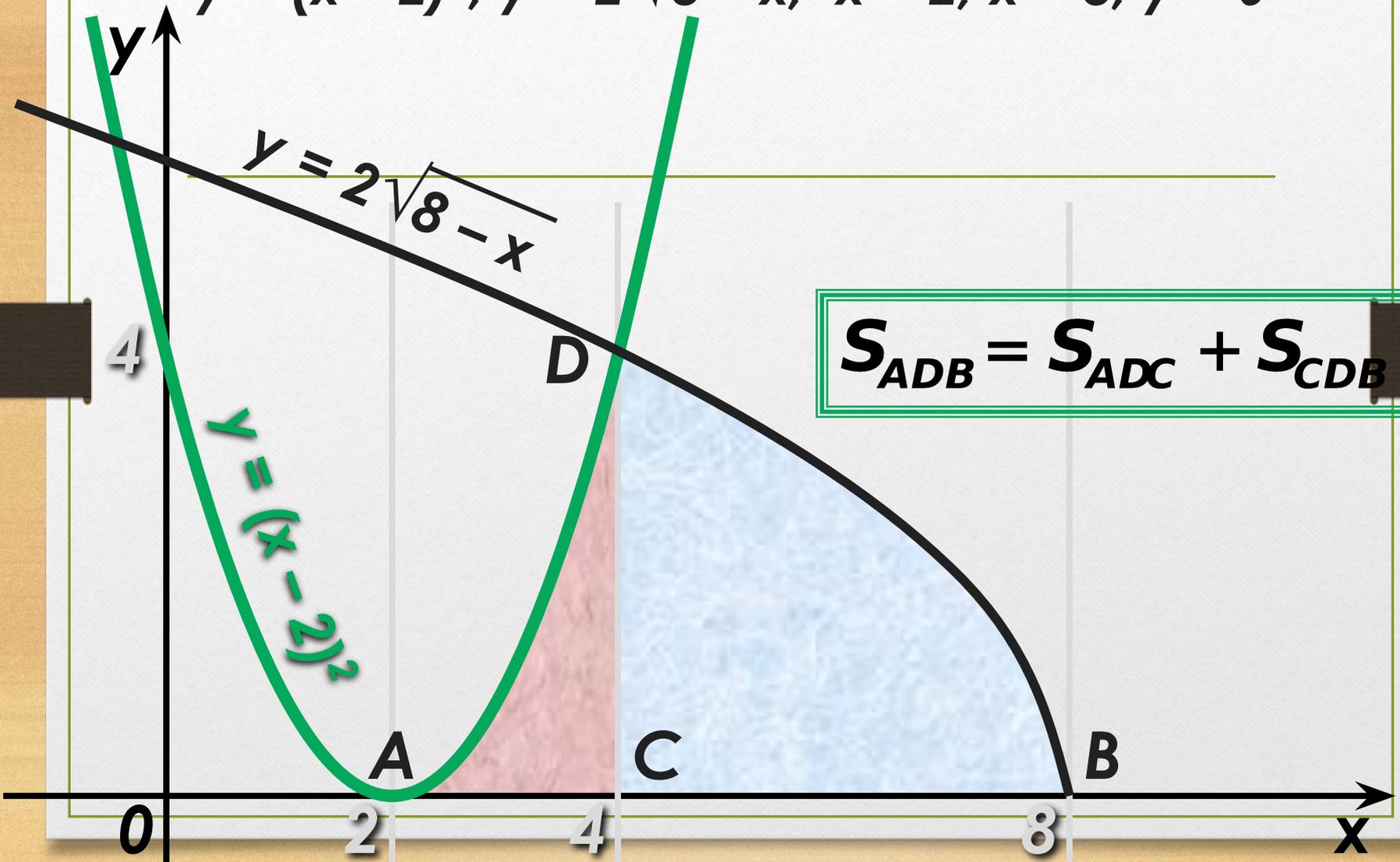
$$S_{AEDB} = S_{AEDC} + S_{CDB} =$$

$$= \int_a^c f(x) dx + \int_c^b g(x) dx$$

Пример 2:

вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями

$$y = (x - 2)^2, y = 2\sqrt{8 - x}, x = 2, x = 8, y = 0$$



$$S_{ADB} = S_{ADC} + S_{CDB} =$$

Пример 2: вычислить площадь фигуры,
ограниченной линиями

$$y = (x - 2)^2, y = 2\sqrt{8 - x}, x = 2, x = 8, y = 0$$

$$= \int_2^4 (x-2)^2 dx + \int_4^8 2\sqrt{8-x} dx = \frac{(x-2)^3}{3} \Big|_2^4 - \frac{4(8-x)\sqrt{8-x}}{3} \Big|_4^8 =$$

$$= \left(\frac{(4-2)^3}{3} - \frac{(2-2)^3}{3} \right) - \left(\frac{4(8-8)\sqrt{8-8}}{3} - \frac{4(8-4)\sqrt{8-4}}{3} \right) =$$

$$= \frac{8}{3} + \frac{32}{3} = \frac{40}{3} = 13\frac{1}{3}$$