# Тема:

# Неопределенный интеграл и его свойства.

### Цели:

Предметные:

Метапредметные:

Личностные:

Сформировать понятие неопределенного интеграла, умение вычислять интегралы по формулам.

Воспитывать ценностное отношение к занятиям, формировать стремление к глубокому усвоению всего содержания обучения.

Развивать умение работать в должном темпе, приемы запоминания, формировать умение применять знания на практике.

# Ход занятия:

- Организационный момент.
- 2. У доски на оценку решить: 2 чел.

Найти частные производные функций:

a) 
$$z = 5x^2 \cdot y^3 + y \cdot \sin x$$
; 6)  $z = \cos y - 25x^2 \cdot y^4$ 

## 3. Фронтальный опрос:

- а) Дайте определение производной.
- б) В чем состоит физический смысл производной?
- в) В чем состоит геометрический смысл производной?
- г) Какая функция называется сложной функцией?
- д) Как найти производную сложной функции?
- е) Что называется функцией двух переменных?
- ж) Дайте определение частных производных функции двух переменных по X и по У.

#### Новая тема:

#### Неопределенный интеграл и его свойства.

Действие обратное дифференцированию называется интегрированием.

Определение 1. Функция F(x) называется первообразной для функции fun некотором промежутке, если для всех значений x из этого промежутка выполняется равенство

$$F'(x) = f(x)$$

**Теорема:** если F(x)-первообразная для f(x) на некотором промежутке, то и функция F(x)+C, где C-произвольная постоянная, также является первообразной для функции f(x) на этом промежутке.

# Основные свойства неопределенного интеграла.

1. Постоянный множитель можно выносить за знак неопределенного интеграла:

$$\int af(x)dx = a\int f(x)dx$$

2. Неопределенный интеграл суммы или разности нескольких функций равен сумме или разности неопределенных интегралов этих функций

$$\int (f_1(x) \pm f_2(x)) dx = \int f_1(x) dx \pm \int f_2(x) dx$$

$$1. \quad \int dx = x + C$$

$$2. \quad \int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C$$

$$3. \quad \int \frac{dx}{x} = \ln|x| + C$$

$$4. \quad \int e^x dx = e^x + C$$

$$5. \quad \int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$$

$$\mathbf{6.} \quad \int \cos x dx = \sin x + C$$

7. 
$$\int \sin x dx = -\cos x + C$$

$$8. \quad \int \frac{dx}{\cos^2 x} = tgx + C$$

$$9. \quad \int \frac{dx}{\sin^2 x} = -ctgx + C$$

10. 
$$\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = \begin{cases} \frac{\arcsin x + C}{-\arccos x + C} \end{cases}$$

11. 
$$\int \frac{dx}{1+x^2} = \begin{cases} \frac{arctgx + C}{-arcctgx + C} \end{cases}$$

12. 
$$\int \frac{dx}{1-x^2} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + C$$

13. 
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a}} = \ln \left| x + \sqrt{x^2 + a} \right| + C$$

$$14. \quad \int \frac{dx}{\sin x} = \ln \left| tg \frac{x}{2} \right| + C$$

15. 
$$\int \frac{dx}{\cos x} = \ln \left| tg \left( \frac{x}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right| + C$$

$$16. \quad \int \frac{xdx}{\sqrt{x^2 + a}} = \sqrt{x^2 + a} + C$$

#### Методы интегрирования:

1 метод: Непосредственное интегрирование.

Например: Вычислить неопределенные интегралы.

$$1) \int (4x^3 + 3x^2 - 2x - 8) dx$$

$$4)\int x^7 dx$$

$$2) \int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x^2}{x^2} dx$$

$$5) \int \frac{dx}{x^4}$$

$$3) \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$$

$$6)\int \sqrt{x} dx$$

#### 2 Метод замены переменной

Например: Вычислить неопределенные интегралы.

$$1) \int (x+5)^7 dx$$

$$2) \int \cos(5x+3) dx$$

$$3) \int \sqrt[3]{(2x^3+1)^2 \cdot x^2} dx$$

$$4) \int x \cdot e^{x^2} dx$$

$$5) \int \frac{x^2 dx}{4+3x^3}$$

$$6) \int \sin x \cdot \cos^7 x dx$$

#### Закрепление – ответить на вопросы:

а) Что называют неопределенным интегралом?

б) Что используют при вычислении неопределенных интегралов?

в) Какие методы интегрирования вы запомнили?

# Домашнее задание:

#### Выучить теорию.

#### Вычислить неопределенные интегралы:

$$\int (\cos x + \ln x + 5) dx$$

$$\int \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 4 \cdot \sqrt{x^2 - 4}}{\sqrt{x^4 - 16}} dx$$

$$\int \sqrt[5]{x^3} dx$$

$$\int (2x+1)^{10} dx$$

$$\int x \cdot \sqrt{1 - x^2} \, dx$$

Итоги урока.