Модуль числа и его свойства.

Домашнее задание:

§ 16, № 30(б); 31(б,в); 33(а); 35; 36.

Проверка домашнего задания.

№ 3, 7. **№ 9.** **№ 16.** **№ 20.** **№ 24, 39.**

№ 40(в,г). **№ 43(г).**

Цель: уточнить понятие модуля числа и рассмотреть его свойства.

Ход урока

I. Сообщение темы и цели урока

II. Повторение и закрепление пройденного материала

1. Ответы на вопросы по домашнему заданию (разбор нерешенных задач).

2. Контроль усвоения материала (самостоятельная работа).

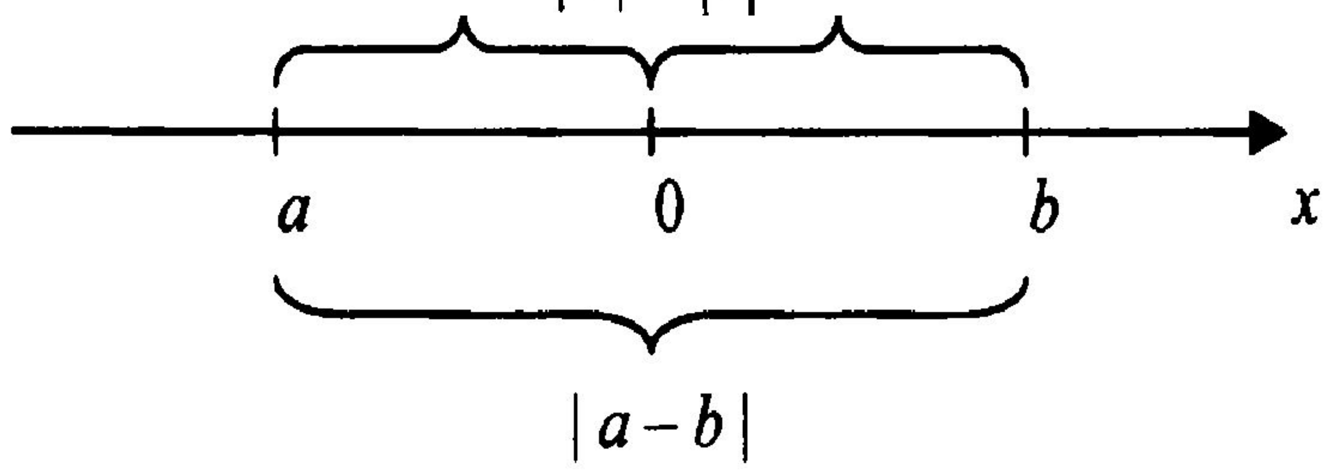
Повторим.

Модулем действительного числа x называется само это число x, если оно неотрицательно, и противоположное число $(-x)$, если число x отрицательно. Модуль числа x обозначают символом (значком) $|x|$.

Итак, $|x| = \begin{cases} x, \text{ если } x \geq 0, \\ -x, \text{ если } x < 0. \end{cases}$

Свойства модулей чисел:

1) $|a| \geq 0$; 2) $|ab| = |a|\,|b|$; 3) $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$ $(b \neq 0)$; 4) $|a^2| = a^2$; 5) $|a| = |-a|$.



Изучение нового материала.

Вам знакомо следующее свойство: $\sqrt{x^2} = x.$

Вычислите устно:

а) $\left(\sqrt{5}\right)^2$; в) $\left(-\sqrt{7}\right)^2$; д) $\left(2\sqrt{10}\right)^2$;

б) $\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2$; г) $\left(-\sqrt{\frac{1}{5}}\right)^2$; е) $\left(-\frac{1}{2}\sqrt{8}\right)^2$;

Пример 8.

Найдем значение выражения $\sqrt{x^2}$ *при* $x = 8$ *и при* $x = 7.$

Получаем: $\sqrt{8^2} = \sqrt{64} = 8$ *и* $\sqrt{(-7)^2} = \sqrt{49} = 7.$ *В Каждом из этих примеров корень из квадрата числа равнялся модулю этого числа:* $\sqrt{8^2} = |8| = 8$ *и* $\sqrt{(-7)^2} = |-7| = 7.$

Обобщим результаты рассмотренных примеров и докажем теорему.

Теорема.

При любом значении x верно равенство $\sqrt{x^2} = |x|$.

Рассмотрим два случая.

а) Если $x \geq 0$, то по определению арифметического корня $\sqrt{x^2} = x$. Так как $x \geq 0$, то $x = |x|$ и равенство может быть записано в виде $\sqrt{x^2} = |x|$.

***б)* Если $x < 0$, то величина $-x > 0$ и получаем $\sqrt{x^2} = \sqrt{(-x)^2} = -x$. Так как $x < 0$, то $-x = |x|$ и равенство $\sqrt{x^2} = -x$ может быть записано в виде $\sqrt{x^2} = |x|$.**

Значит, при любом значении х выполнено равенство $\sqrt{x^2} = |x|$.

Пример 9.

Извлечем корень $\sqrt{c^6}$ при $c < 0$.

Представим c^6 в виде $\left(c^3\right)^2$ и используем тождество.

Получаем $\sqrt{c^6} = \sqrt{\left(c^3\right)^2} = \left|c^3\right| = -c^3$.

Учтено, что $c < 0$, тогда $c^3 < 0$ и $\left|c^3\right| = -c^3$ (по опре – делению модуля).

Пример10.

Упростим выражение $A = (a-3)\sqrt{\dfrac{16}{a^2-6a+9}}$.

Учтем, что знаменатель подкоренного выражения является квадратом разности. Получаем :

$$A = (a-3)\sqrt{\frac{16}{(a-3)^2}} = \frac{(a-3)\sqrt{16}}{\sqrt{(a-3)^2}} = \frac{(a-3)\cdot 4}{|a-3|}.$$

Раскроем знак модуля, рассмотрев два случая:

а) если $a > 3$, то $a - 3 > 0$ и $|a - 3| = a - 3$, данное

выражение равно $A = \dfrac{(a-3)\cdot 4}{a-3} = 4;$

б) если $a < 3$, то $a - 3 < 0$ и $|a - 3| = -(a - 3)$, данное

выражение равно $A = \dfrac{(a-3)\cdot 4}{-(a-3)} = -4.$

Итак, выражение $A = 4$ при $a > 3$ и $A = -4$ при $a < 3$.

При $a = 3$ выражение не имеет смысла.

Пример11.

Упростим выражение $y = \sqrt{x + 2\sqrt{x-1}} + \sqrt{x - 2\sqrt{x-1}}$ и построим график функции $y(x)$ для $1 \le x \le 2$.

Введем новую переменную $a=\sqrt{x-1}$ *(очевидно, допус –*

тимые зна... *бе части*

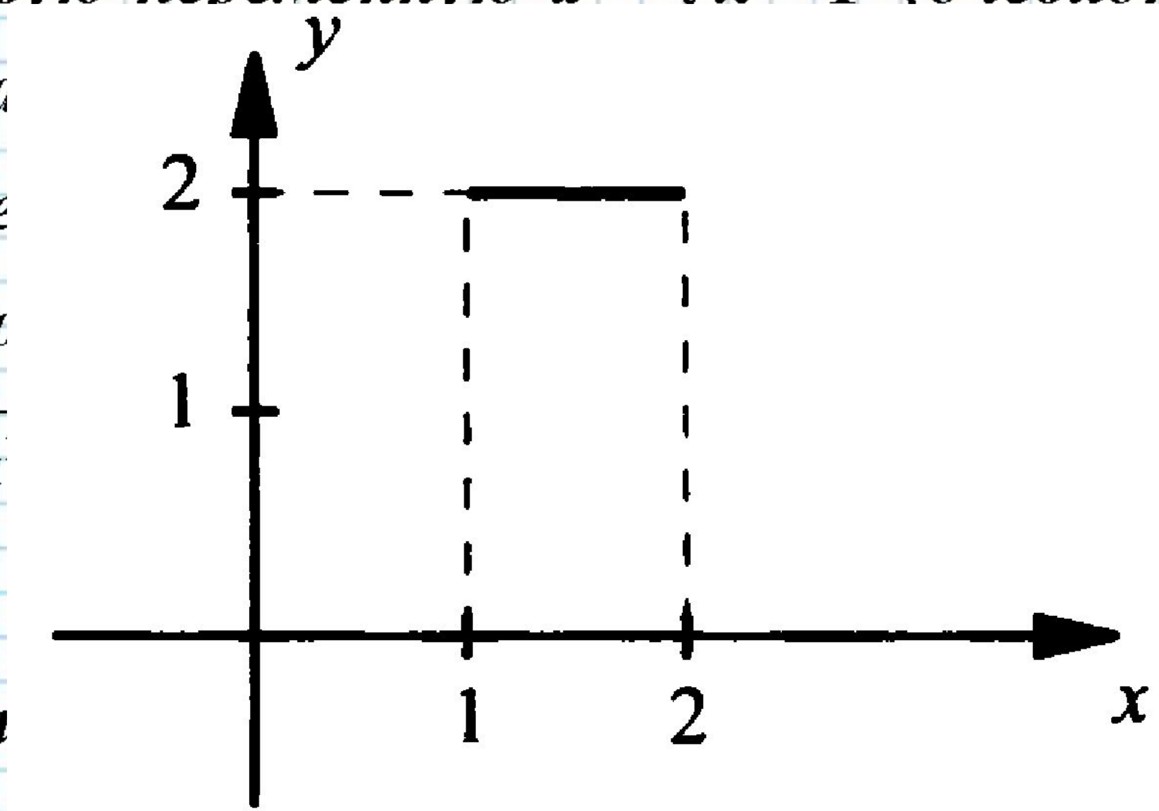
этого раве... *ну* $x=$

$=a^2+1$. *По*... *выраже –*

ние $y=\sqrt{a}$... $\sqrt{(a-1)^2}=$

$=|a+1|+|a$... *я в этом*

выражени... *величина*



$x-1$ *принимает значения* $0\le x-1\le 1$, *и величина* $a=$

$=\sqrt{x-1}$ *имеет значения* $0\le a\le 1$. *Тогда* $y=a+1-$

$-(a-1)=2$. *Строим эту прямую на отрезке* $x\in[1;2]$.

Практическая часть урока.

§ 16, № 30(а); 31(а,г), 33(б); 34; 37.

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

№ 30. *а)* $|0,2x-2| = 3,6 \Rightarrow \left|0,2\left(x-10\right)\right| = 3,6 \Rightarrow$

$\Rightarrow 0,2|x-10| = 3,6 \Rightarrow |x-10| = 18 \Rightarrow x_1 = -8,\ x_2 = 28.$

№ 31. *а)* $\dfrac{\sqrt{x^2-4x+4}}{x-2} = \dfrac{\sqrt{\left(x-2\right)^2}}{x-2} = \dfrac{|x-2|}{x-2} = \pm 1;$

г) $\dfrac{\sqrt{x^2-12x+36}}{x-6} = \dfrac{\sqrt{\left(x-6\right)^2}}{x-6} = \dfrac{|x-6|}{x-6} = \pm 1.$

№ 33. б) $\sqrt{\left(4-2\sqrt{3}\right)^2}-\sqrt{\left(5-2\sqrt{3}\right)^2}=\left|4-2\sqrt{3}\right|-$

$-\left|5-2\sqrt{3}\right|=4-2\sqrt{3}-5+2\sqrt{3}=-1.$

$$\boxed{\sqrt{x^2}=|x|}$$

№ 34. а) *при* $x<0;\ \dfrac{1-x-x+x}{3x(x-1)}=\dfrac{-x+1}{3x(x-1)}=-\dfrac{1}{3x};$

б) *при* $0<x<1;\ \dfrac{1-x+x+x}{3x(x-1)}=\dfrac{x+1}{3x(x-1)};$

в) *при* $x>1;\ \dfrac{x-1+x+x}{3x(x-1)}=\dfrac{3x-1}{3x(x-1)};$

г) *при* $\dfrac{1}{2}\le x\le\dfrac{3}{4};\ \dfrac{1-x+x+x}{3x(x-1)}=\dfrac{1+x}{3x(x-1)}.$

$$\boxed{\sqrt{x^2} = |x|}$$

№ 37. $\sqrt{x^2-4x+4}+\sqrt{x^2+2x+1}-2\sqrt{x^2-10x+25}=$

$\sqrt{(x-2)^2}+\sqrt{(x+1)^2}-2\sqrt{(x-5)^2}=|x-2|+|x-1|-$

$-2|x-5|$; а) *при* $x<-1$; $-(x-2)-(x+1)+2(x-5)=$

$=-x+2-x-1+2x-10=-9$; б) *при* $-1<x<2$;

$-(x-2)+(x+1)+2(x-5)=-x+2+x+1+2x-10=$

$=2x-7$; в) *при* $2<x<5$; $(x-2)+(x+1)+2(x-5)=$

$x-2+x+1+2x-10=4x-11$; г) *при* $x>5$;

$(x-2)+(x+1)-2(x-5)=x-2+x+1-2x+10=9.$

Вариант 1. **Самостоятельная работа.** **Вариант 2.**

1. Вынесите множитель из – под знака корня:

$$\boxed{\sqrt{x^2}=|x|}$$

Вариант 1.

а) $\sqrt{180}$; б) $\frac{3}{7}\sqrt{147}$;

в) $\sqrt{\frac{5a^6}{49}}$, при $a \le 0$.

Вариант 2.

а) $\sqrt{175}$; б) $\frac{5}{6}\sqrt{180}$;

в) $\sqrt{\frac{7a^{10}}{36}}$, при $a \le 0$.

2. Внесите множитель под знак корня:

Вариант 1.

а) $3\sqrt{7}$; б) $\frac{1}{4}\sqrt{48a}$;

в) $a^5\sqrt{6}$, при $a \le 0$.

Вариант 2.

а) $4\sqrt{6}$; б) $\frac{1}{6}\sqrt{108a}$;

в) $a^3\sqrt{5}$, при $a \le 0$.

3. Сравните значения выражений

Вариант 1.

$\frac{6}{5}\sqrt{2}$ и $2\sqrt{\frac{19}{25}}$.

Вариант 2.

$\frac{3}{4}\sqrt{17}$ и $9\sqrt{\frac{1}{8}}$.

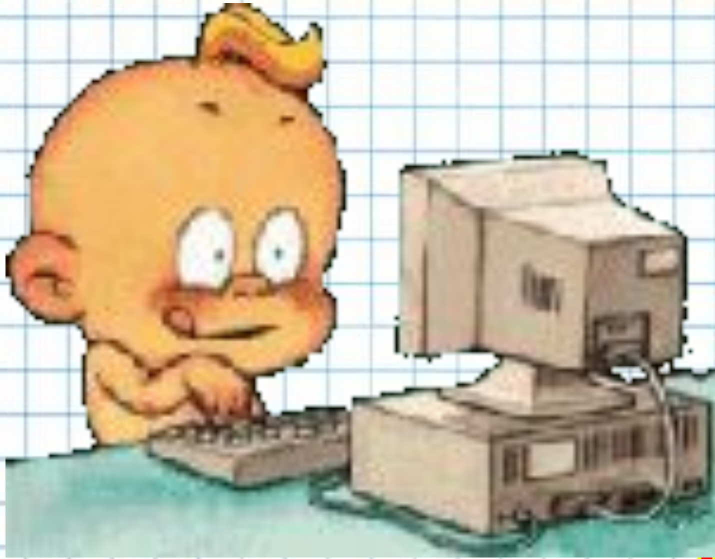
4. Упростите выражение

Вариант 1.

$$\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{a}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}}.$$

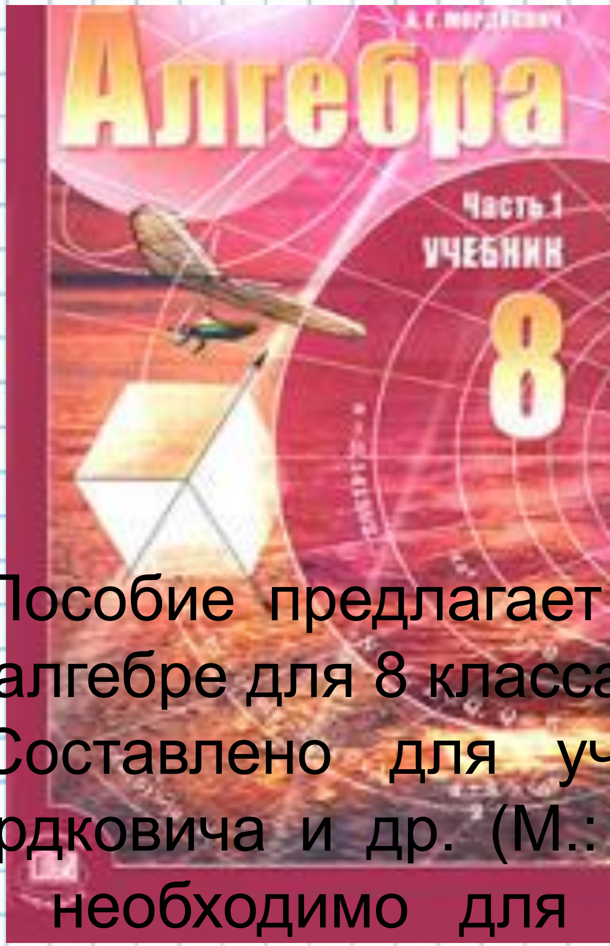
Вариант 2.

$$\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{ab}}+\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{bc}}.$$



Спасибо за урок!

Алгебра. 8 класс. Поурочные планы по учебнику Мордковича А.Г. и др.



Пособие предлагает полный комплект поурочных планов по алгебре для 8 класса общеобразовательных учреждений.

Составлено для учебно-методического комплекта А.Г. Мордковича и др. (М.: Мнемозина). Издание содержит все, что необходимо для качественной подготовки к урокам: подробные поурочные планы, методические советы и рекомендации, творческие задания, самостоятельные, контрольные и зачетные работы с подробным разбором.

№ 3. *в*) $\left|\sqrt{8}-4\right|=-\left(\sqrt{8}-4\right)=4-\sqrt{8};$

г) $\left|\sqrt{5}-2\right|=\sqrt{5}-2.$

№ 7. *в*) *при* $a=\sqrt{3}-1,\ \sqrt{3}-\left|\sqrt{3}-1\right|+1=\sqrt{3}-\left(\sqrt{3}-1\right)=1;$

г) *при* $a=\sqrt{3}-2,\ \left|\sqrt{3}-2\right|-\sqrt{3}=2-\sqrt{3}-\sqrt{3}=2-2\sqrt{3}.$

№ 9. $y = |x|.$

а) при $x = 5;\ 0;\ -2{,}5 \Rightarrow$

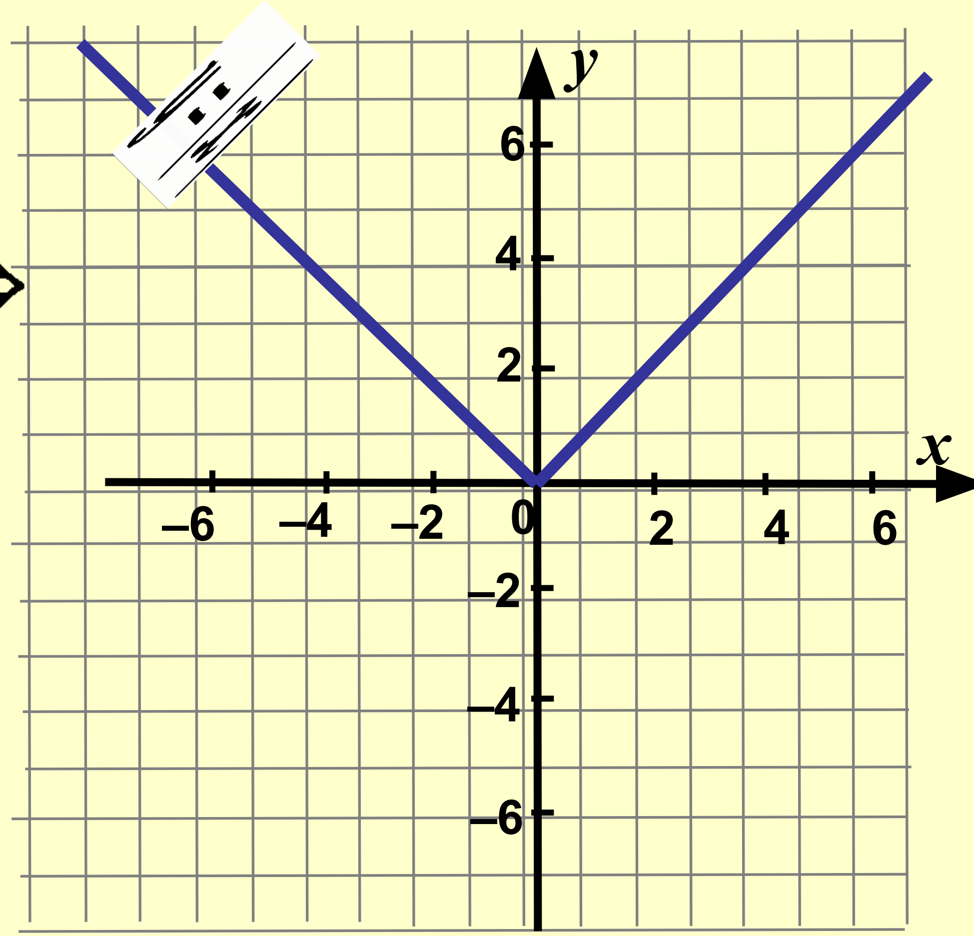
$y = 5;\ 0;\ -2{,}5;$

б) если $y = 7;\ 3;\ 1 \Rightarrow$

$x = \pm 7;\ \pm 3;\ \pm 1;$

в) если $x \in [-4; -1]$,

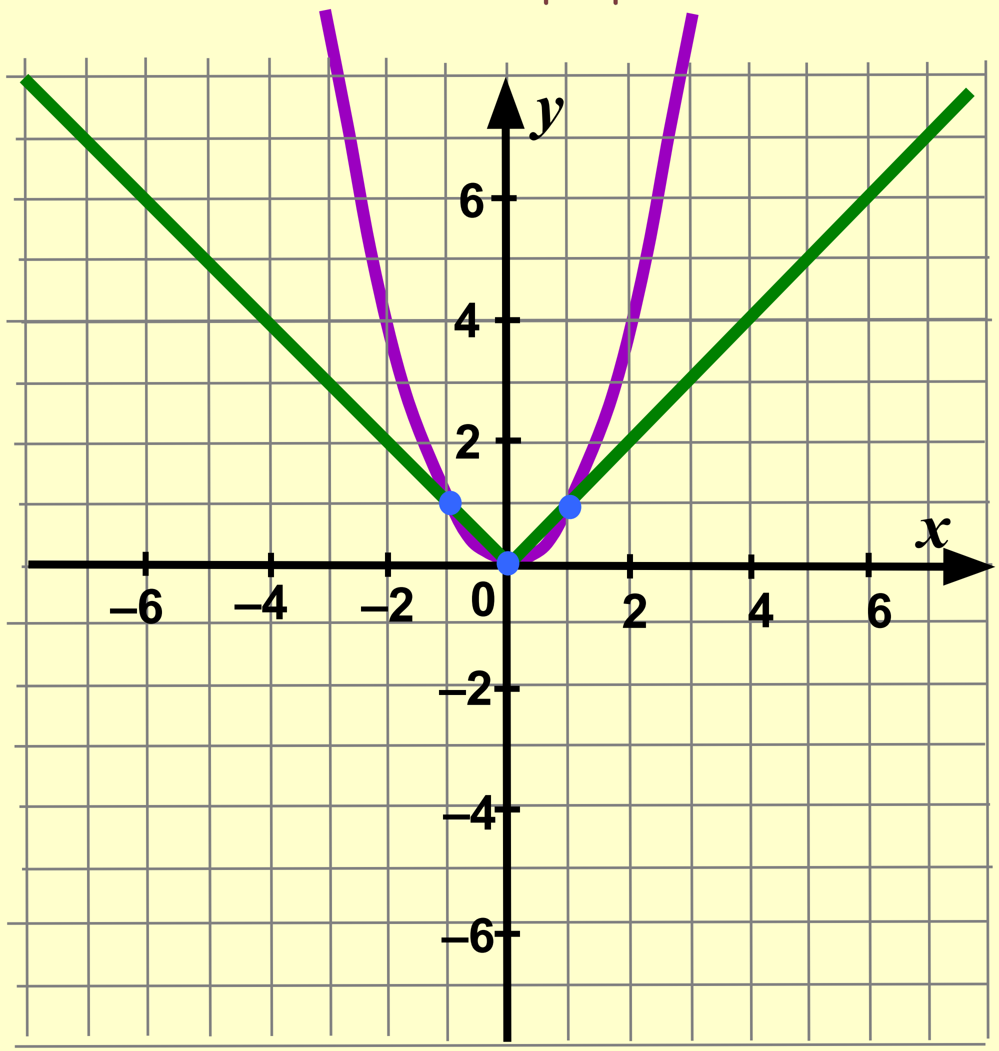
то $y_{\min} = 1,\ y_{max} = 4;$



г) функция убывает при $x \in (-\infty; 0]$,

возрастает при $x \in [0; +\infty)$.

№ 16. *в)* $|x| = x^2.$



Ответ : $x = 0,\ x = -1,\ x = 1.$

№ 20. $f(x)=\begin{cases}|x|, \text{ если } x<1,\\ \sqrt{x}, \text{ если } x\ge 1.\end{cases}$

а) $f(4)=2,\ f(-1)=1,$

$f(0)=0;$

б) см. рисунок;

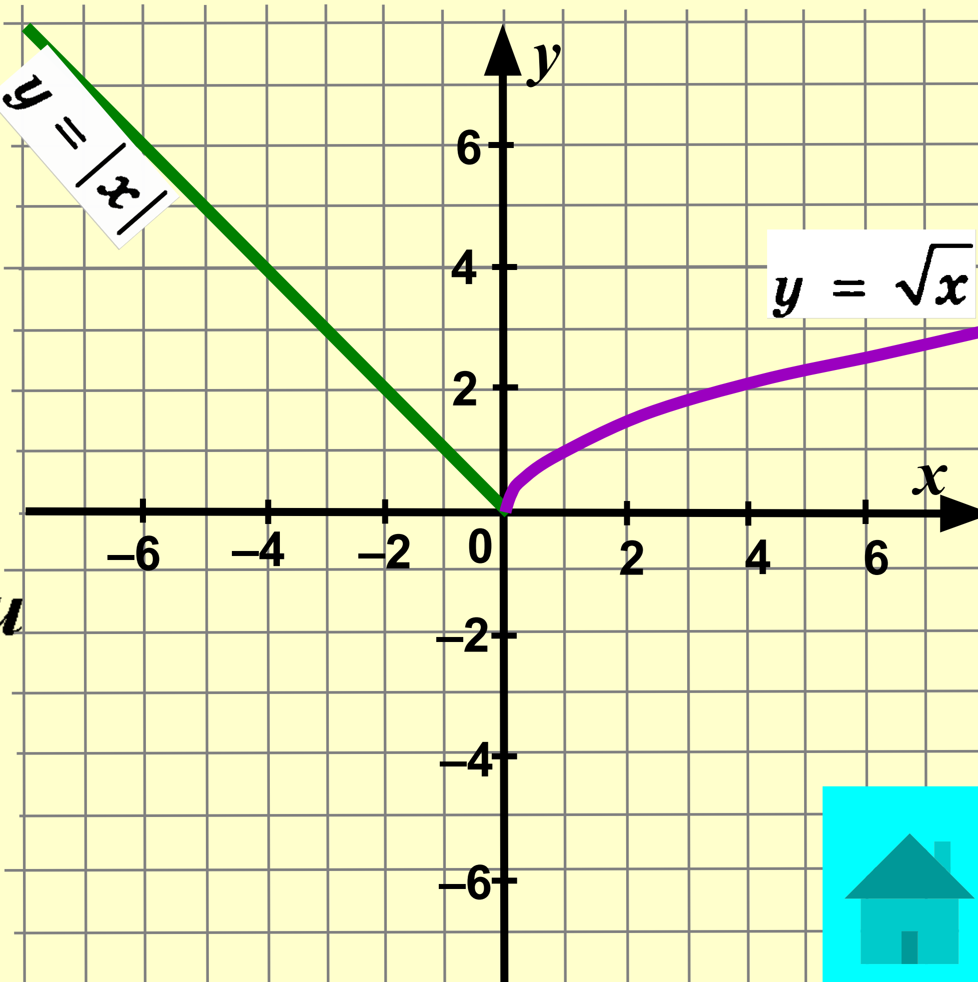
в) $D(f)=(-\infty;+\infty),$

$E(f)=[0;+\infty);$

$f(x)$ возрастает при

$x\in[0;+\infty)$, убывает

при $x\in(-\infty;0)$.



№ 24. в) $|x+0,75|=3,75 \Rightarrow x+0,75=\pm 3,75 \Rightarrow$

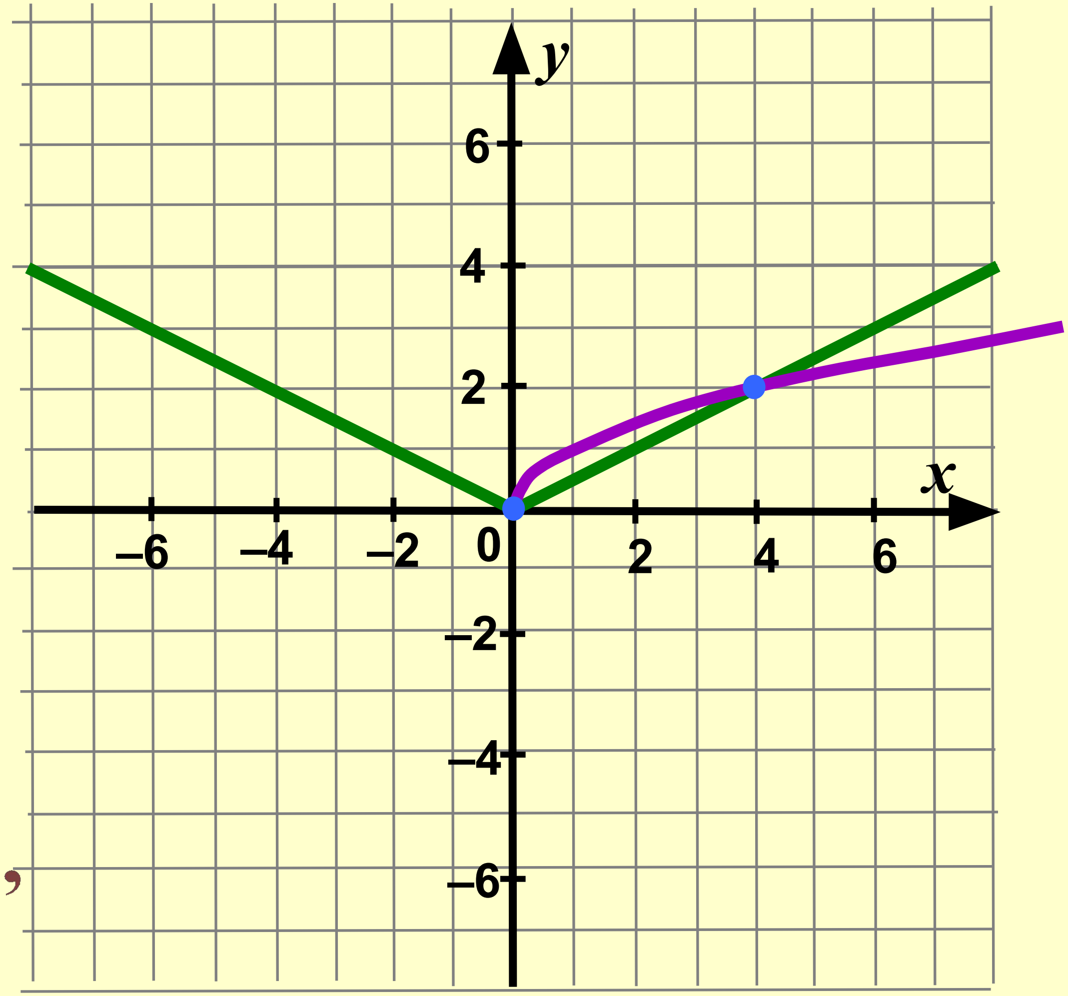
$\Rightarrow x_1=3,\ x_2=-4,5;$

г) $\left|x-\frac{2}{3}\right|=\frac{1}{3} \Rightarrow$

$x-\frac{2}{3}=\pm\frac{1}{3} \Rightarrow$

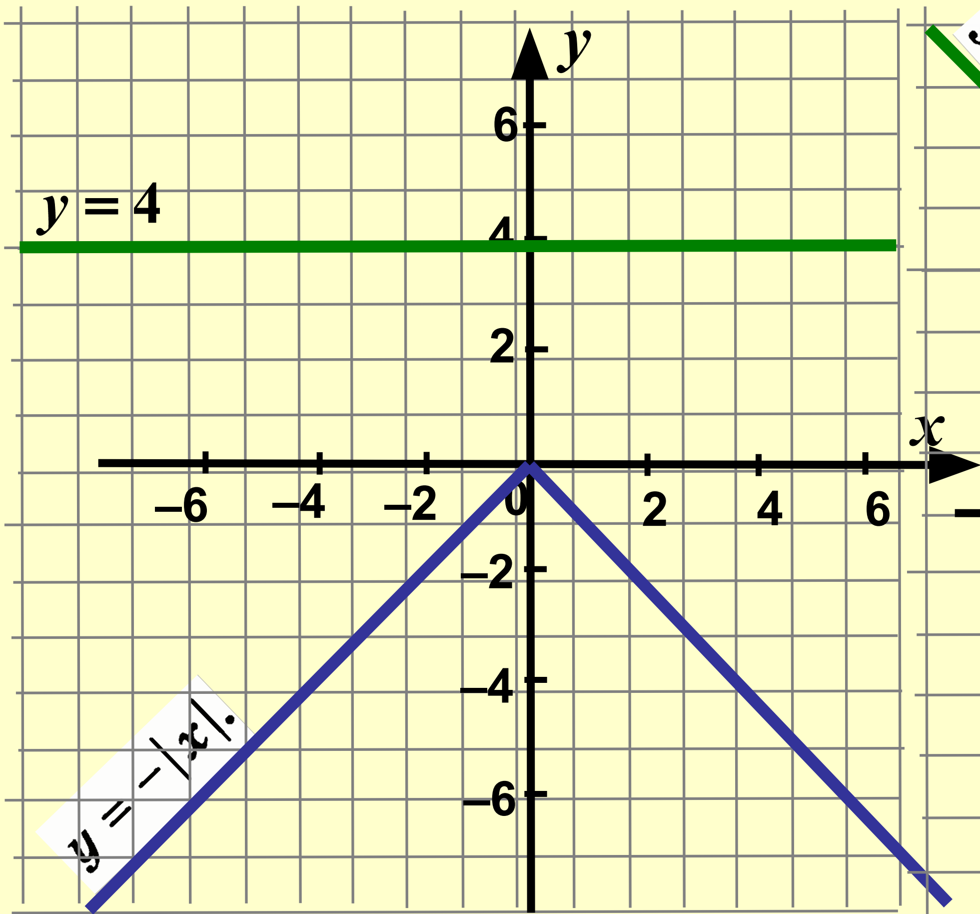
$\Rightarrow x_1=1,\ x_2=\frac{1}{3}.$

№ 39. б) $\begin{cases} y=\frac{1}{2}|x|, \\ y=\sqrt{x}. \end{cases}$



Ответ : $(0;0),\ (4;2).$

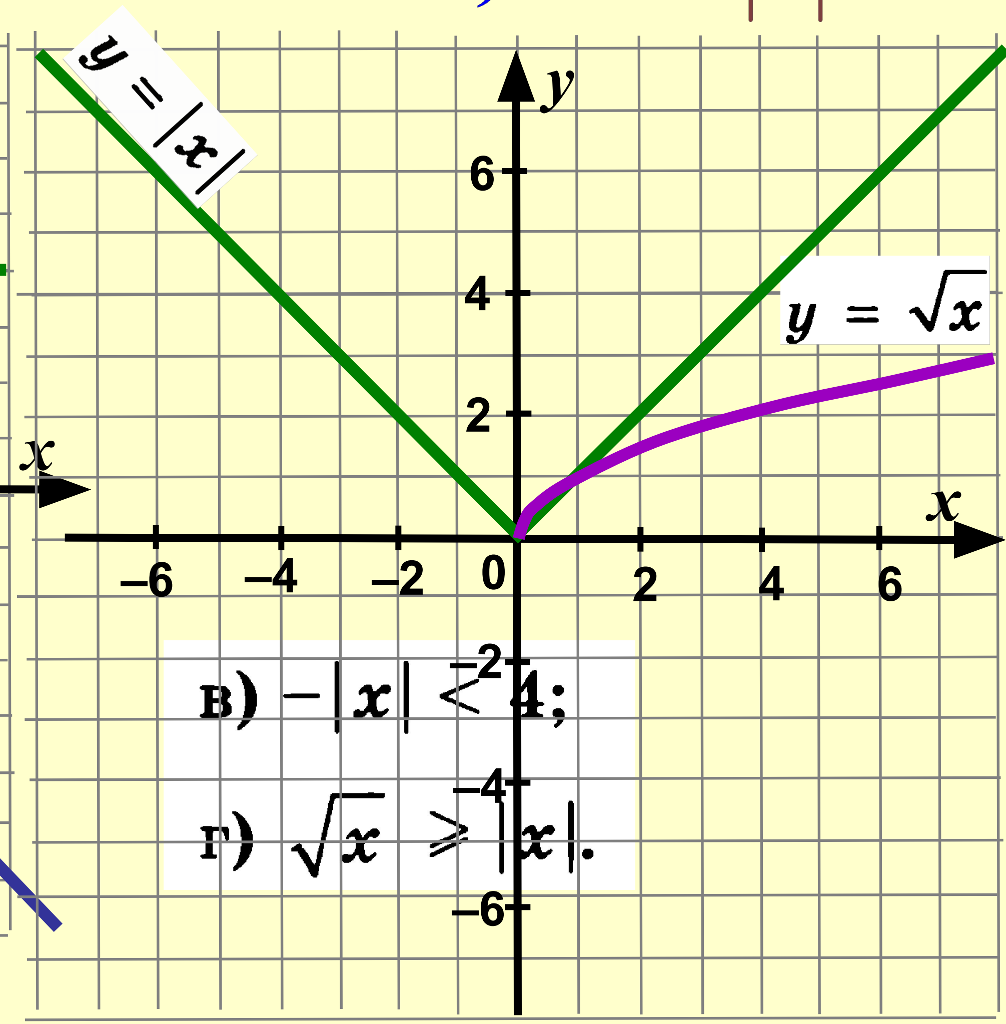
№ 40. *в*) $-|x| < 4.$



$-\infty < x < +\infty.$

Ответ : $x \in (-\infty; -\infty).$

№ 40. *г*) $\sqrt{x} \geq |x|.$



$0 \leq x \ll\leq 1.$

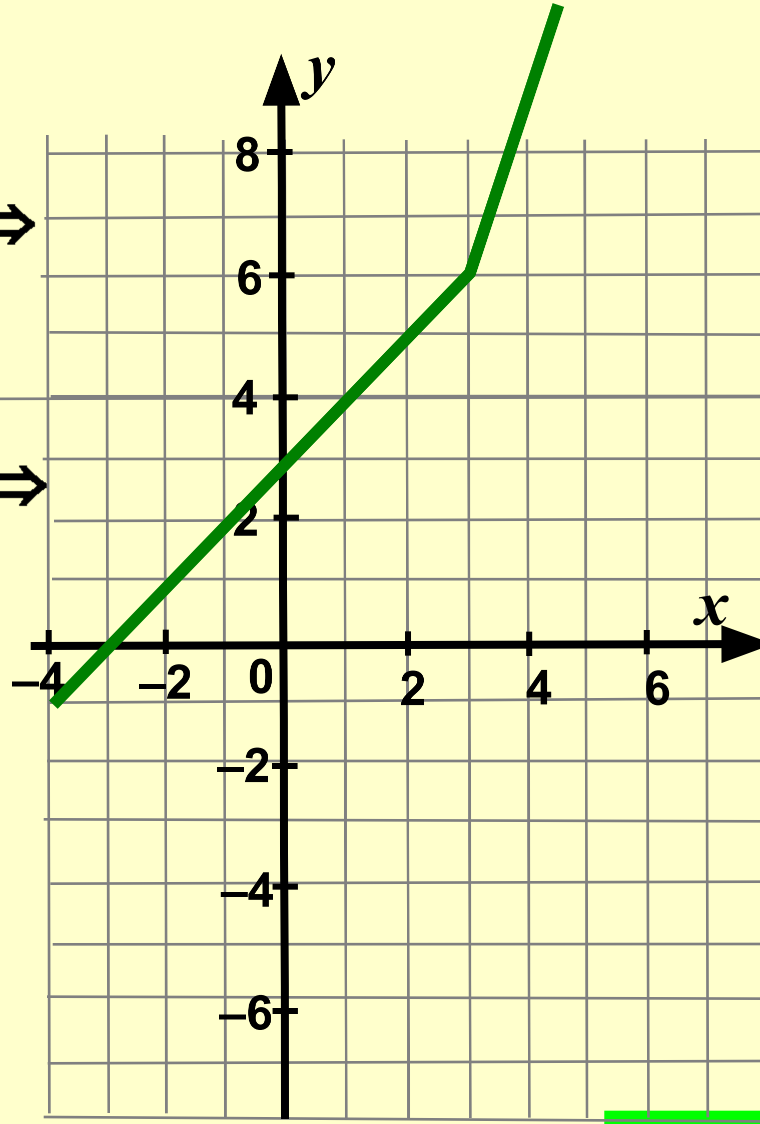
Ответ : $[0;1].$

№ 43. *г)* $y=\left|x-3\right|+2x.$

$$\left|x-3\right|=\begin{cases}x-3, \text{ если } x\ge 3,\\ -(x-3), \text{ если } x<3\end{cases}\Rightarrow$$

$$y=\begin{cases}(x-3)+2x, \text{ если } x\ge 3,\\ -(x-3)+2x, \text{ если } x<3\end{cases}\Rightarrow$$

$$y=\begin{cases}3x-3, \text{ если } x\ge 3,\\ x+3, \text{ если } x<3.\end{cases}$$



Если Вы желаете использовать эту презентацию, то заплатите 10 рублей и скачивайте её. Деньги можно переводить на карту VISA Classic, сбербанк 8611/7770, номер карты: 40817810710000878844/50 RUR или на Яндекс-деньги № кошелька 410013674405763.

Преподавание ведется по учебнику А.Г.Мордковича. Использовался материал: Алгебра. 9 класс. Поурочные планы по учебнику Мордковича А.Г. и др.

Наличие материала в презентациях предостаточно. Часть из него выносим на факультативные занятия, часть на дополнительные занятия.

Список имеющихся презентаций выложен на сайте http://infourok.ru/user/gavrilov-aleksandr-sergeevich в файле Список презентаций.doc. Правда я постоянно его пополняю. Желаю успехов в работе.

С уважением Гаврилов А.С.