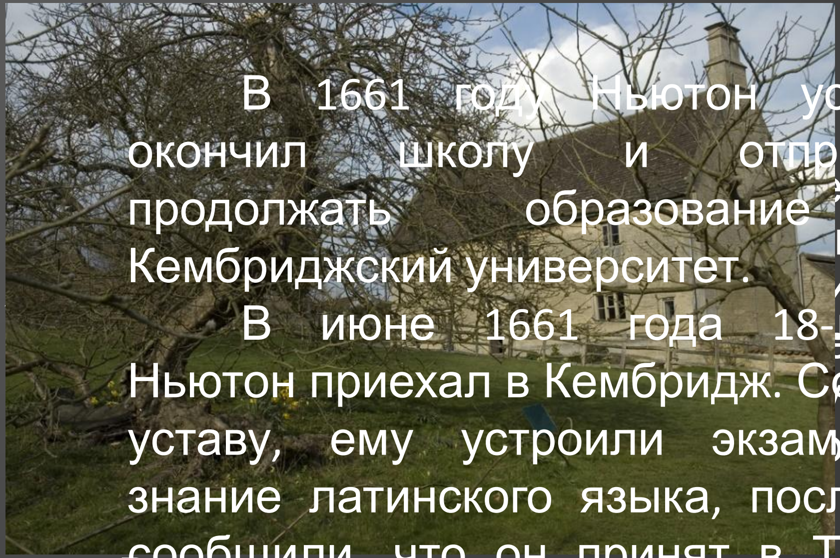
Внеклассное мероприятие Математические работы Исаака Ньютона

Выполнил работу:

учитель математики

Киричевский Алексей Ростиславович

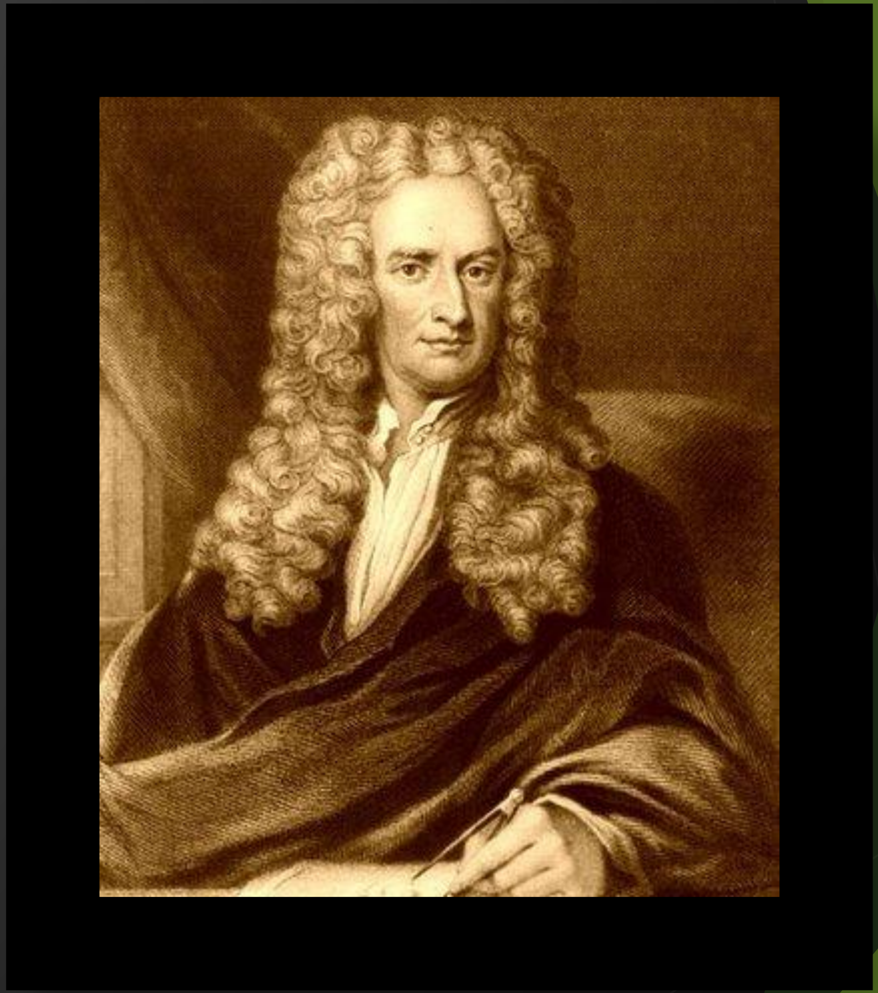
О И. Ньютоне



В 1661 году Ньютон успешно окончил школу и отправился продолжать образование в Кембриджский университет.

В июне 1661 года 18-летний Ньютон приехал в Кембридж. Согласно уставу, ему устроили экзамен на знание латинского языка, после чего сообщили, что он принят в Тринити-колледж (Колледж святой Троицы)

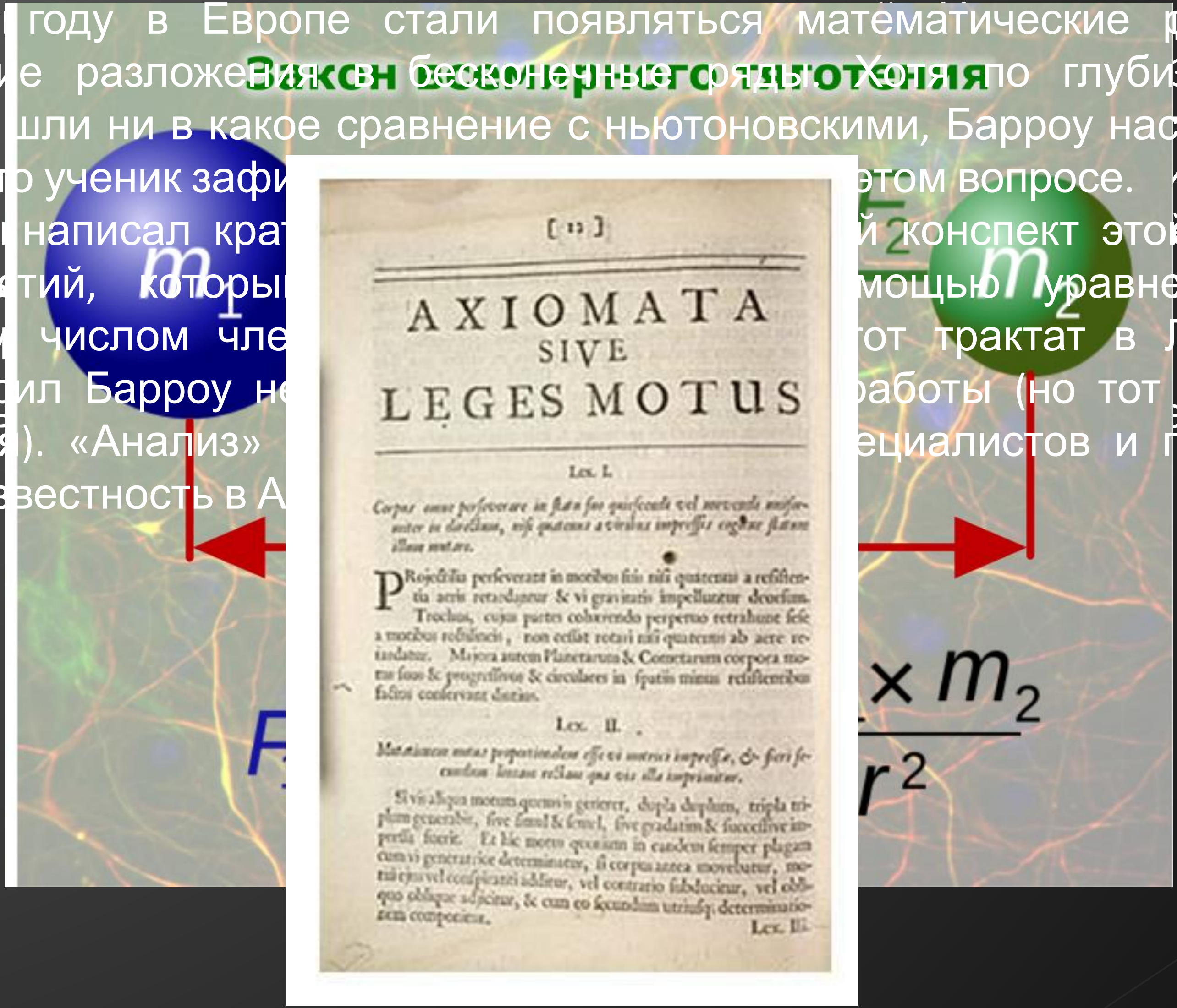
деревне
Мальчик
зненным,
ить. И всё
Исааком в
ения под
знаком
ровье в
а отдали
у школу в
рка.
ые
нна
ась
по
ела
тим
и
ных
механизмов.



Начало научной известности

В 1669 году в Европе стали появляться математические работы, использующие разложения в бесконечные ряды. Хотя по глубине эти открытия не шли ни в какое сравнение с ньютоновскими, Барроу настоял на том, чтобы его ученик зафи … этом вопросе. Ньютон написал крат … й конспект этой части своих открытий, которы … помощью уравнений с бесконечным числом чле … тот трактат в Лондон. Ньютон просил Барроу не … работы (но тот всё же проговорился). «Анализ» … ециалистов и получил некоторую известность в А…

Но самы … семирного тяготения.



[12]

AXIOMATA
SIVE
LEGES MOTUS

Lex. I.

Lex. II.

Lex. III.

Труды «математического начала»

Деятельность Исаака Ньютона была комплексной – он работал одновременно в нескольких областях знания. Важным этапом деятельности Ньютона стали его математические открытия, которые позволили улучшить систему расчета в рамках других дисциплин. Важным открытием Ньютона стала основна

Она поз ие обратно интегральном

Труды «математического начала»

По признанию самого Исаака Ньютона его самое выдающее открытие в жизни — дифференциальные уравнения. Ньютон при создании исчисления «флюксий» и «флюент» ставил две задачи: по данному соотношению между флюентами определить соотношение между флюксиями; по данному уравнению, содержащему флюксии, найти соотношение между флюентами. С современной точки зрения, первая из этих задач (вычисление по функциям их производных) относится к дифференциальному исчислению, а вторая составляет содержание теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачу нахождения неопределённого интеграла $F(x)$ функции $f(x)$ Ньютон рассматривал просто как частный случай его второй задачи. Такой подход был для Ньютона как создателя основ математического естествознания вполне оправданным: в очень большом числе случаев законы природы, управляющие теми или иными процессами, выражаются в форме дифференциальных уравнений, а расчёт течения этих процессов сводится к решению дифференциального уравнения.

Труды «математического начала»

Теорема. $(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^n b^n =$

$= \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k$. Эта формула называется биномом Ньютона.

Первое доказательство (индукцией по n).

$n = 1$. Утверждение очевидно: $(a + b)^1 = C_1^0 a^1 + C_1^1 b^1 = a + b$.

Пусть утверждение верно для $n - 1$. Докажем его для n.

$$(a + b)^n = (a + b)\cdot(a + b)^{n-1} = (a + b)\cdot \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-1-k} b^k =$$

$$= \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-k} b^k + \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-(k+1)} b^{k+1} \overset{k+1=s}{=} \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-k} b^k + \sum_{s=1}^{n} C_{n-1}^{s-1} a^{n-s} b^s =$$

$$= a^n + \sum_{k=1}^{n-1} (C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}) a^{n-k} b^k + b^n \overset{\text{из утв.1.3, а,в}}{=} \sum_{k=0}^{n} C_n^k a^{n-k} b^k .$$

Труды «математического начала»

Также важную практическую роль сыграл метод Ньютона по извлечению корней из уравнений, который значительно упростил подобные вычисления.

Метод Ньютона, алгоритм Ньютона (также известный как метод касательных) — это итерационный численный метод нахождения корня (нуля) заданной функции. Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Метод обладает квадратичной сходимостью. Модификацией метода является метод хорд и касательных. Также метод Ньютона может быть использован для решения задач оптимизации, в которых требуется определить нуль первой производной либо градиента в случае многомерного пространства.

Описание метода

Обоснование

Чтобы численно решить уравнение $f(x) = 0$ методом простой итерации, его необходимо привести к эквивалентному уравнению $x = \varphi(x)$, где φ — сжимающее отображение.

Для наилучшей сходимости метода в точке очередного приближения x^* должно выполняться условие $\varphi'(x^*) = 0$. Решение данного уравнения ищут в виде $\varphi(x) = x + \alpha(x)f(x)$, тогда: $\varphi'(x^*) = 1 + \alpha'(x^*)f(x^*) + \alpha(x^*)f'(x^*) = 0$.

В предположении, что точка приближения «достаточно близка» к корню $\tilde{x}$, и что заданная функция непрерывна $(f(x^*) \approx f(\tilde{x}) = 0)$, окончательная формула для $\alpha(x)$ такова: $\alpha(x) = -\frac{1}{f'(x)}$.

С учётом этого функция $\varphi(x)$ определяется: $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$.

При некоторых условиях эта функция в окрестности корня осуществляет сжимающее отображение, и алгоритм нахождения численного решения уравнения $f(x) = 0$ сводится к итерационной процедуре вычисления:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

По теореме Банаха последовательность приближений стремится к корню уравнения $f(x) = 0$.

Труды «математического начала»

Геометрическая интерпритация

Тогда формула итеративного приближения x_n к x^* может быть выведена из геометрического смысла касательной следующим образом:

$f'(x_n) = tg\,\alpha_n = \Delta y/\Delta x = (f(x_n) - 0)/(x_n - x_{n+1}) = (0 - f(x_n))/(x_{n+1} - x_n)$,

где α_n — угол наклона касательной прямой $y(x) = f(x_n) + (x - x_n) \cdot tg\,\alpha_n$ к графику f в точке $(x_n; f(x_n))$.

Следовательно (в уравнении касательной прямой полагаем $y(x_{n+1}) = 0$ искомое выражение для x_{n+1} имеет вид : $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/(f'(x_n))$.

Если $x_{n+1} \in (a,b)$, то это значение можно использовать в качестве следующего приближения к x^*.

Если $x_{n+1} \notin (a,b)$, то имеет место «перелёт» (корень x^* лежит рядом с границей (a,b)). В этом случае надо (воспользовавшись идеей метода половинного деления) заменять x_{n+1} на $(x_n + x_{n+1})/2$ до тех пор, пока точка «не вернётся» в область поиска (a,b).

Основная идея метода заключается в следующем: задаётся начальное приближение вблизи предположительного корня, после чего строится касательная к графику исследуемой функции в точке приближения, для которой находится пересечение с осью абсцисс. Эта точка берётся в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута необходимая точность.

1) вещественнозначная функция $f(x): (a,b) \to \mathbb{R}$ непрерывно дифференцируема на интервале (a,b);

2) существует искомая точка $x^* \in (a,b): f(x^*) = 0$;

3) существуют $C > 0$ и $\delta > 0$ такие, что $|f'(x)| \geq C$ для $x \in (a, x^* - \delta] \cup [x^* + \delta, b)$ и $f'(x) \neq 0$ для $x \in (x^* - \delta, x^*] \cup [x^*, x^* + \delta)$;

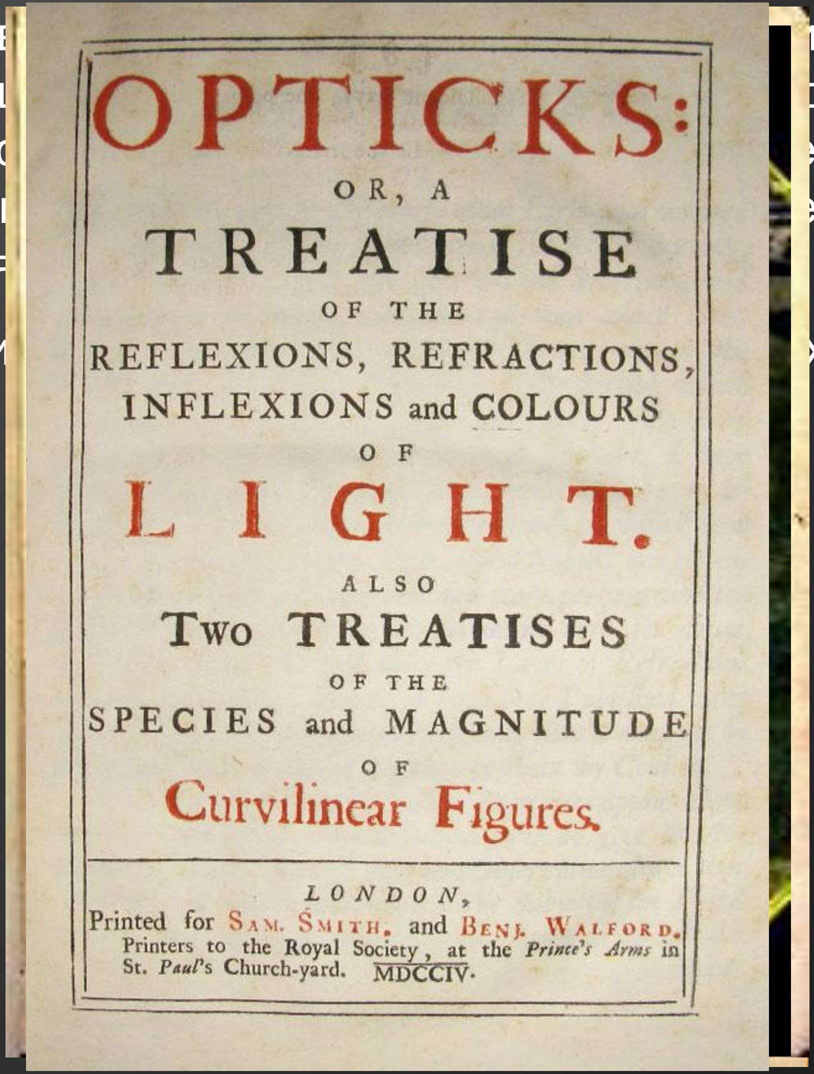
4) точка $x_n \in (a,b)$ такова, что $f(x_n) \neq 0$.

Итоги

Математические начала натуральной философии

Исаак Ньютон в … ия. Он открыл миру множество потрясаю… дставление о мире в целом. Его увлечени… ематики и заканчивая строением Вселенно… ельств человечеству. Так же интересовался…

Его работы были … х:



OPTICKS:

OR, A

TREATISE

OF THE

REFLEXIONS, REFRACTIONS, INFLEXIONS and COLOURS

OF

LIGHT.

ALSO

Two TREATISES

OF THE

SPECIES and MAGNITUDE

OF

Curvilinear Figures.

LONDON,

Printed for SAM. SMITH, and BENJ. WALFORD, Printers to the Royal Society, at the Prince's Arms in St. Paul's Church-yard. MDCCIV.

Благодарю

за

внимание…