

# Внеклассное мероприятие Математические работы Исаака Ньютона

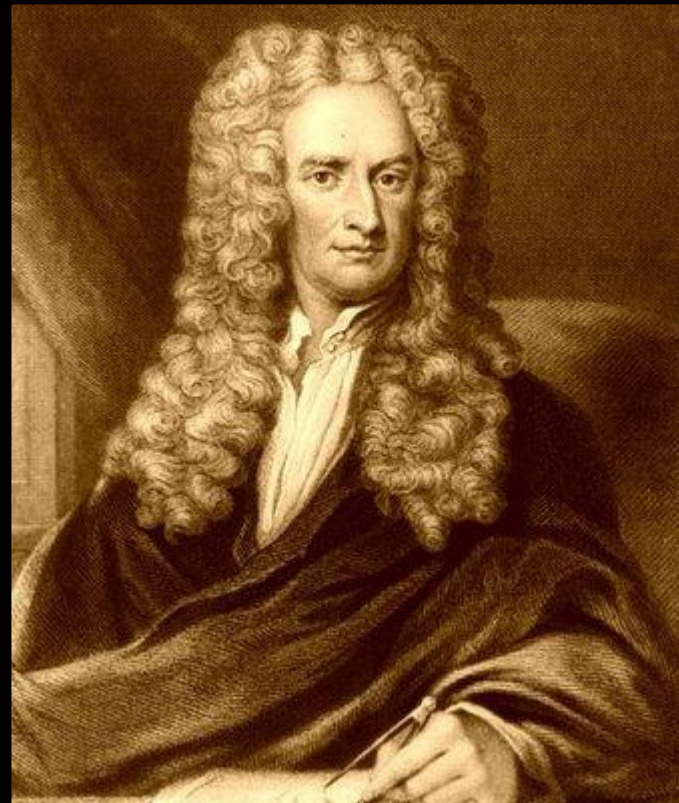
Выполнил работу:  
учитель математики  
Киричевский Алексей Ростиславович

# О И. Ньютоне

В 1661 году Ньютон успешно окончил школу и отправился продолжать образование в Кембриджский университет.

В июне 1661 года 18-летний Ньютон приехал в Кембридж. Согласно уставу, ему устроили экзамены на знание латинского языка, после чего

сообщили, что он принят в Тринити-колледж (Колледж святой Троицы).



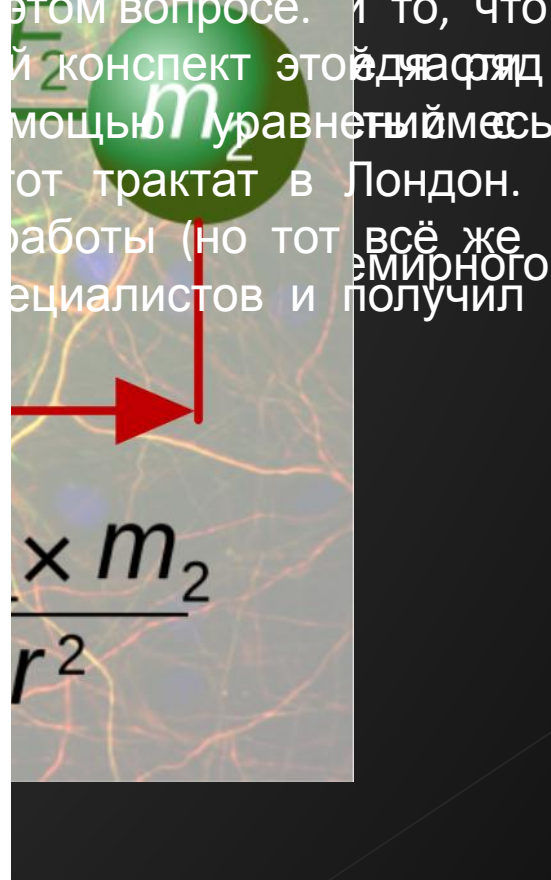
механизмов.

# Начало научной известности

В 1687 году в Европе стали появляться математические работы, в которых были рассмотрены разложения в бесконечные ряды. Хотя по глубине знаний Барроу не шли ни в какое сравнение с ньютоновскими, Барроу настаивал на том, что его работы не являются учебником. Впоследствии он написал краткий курс математики, который в 1705 году вышел в свет. Число  $m_1$  Ньютона просил Барроу не проговаривать. «Анализ» получил некоторую известность в Англии.

Викон бесконечного ряда

Хотя по глубине знаний Барроу не шли ни в какое сравнение с ньютоновскими, Барроу настаивал на том, что его работы не являются учебником. Впоследствии он написал краткий курс математики, который в 1705 году вышел в свет. Число  $m_2$  Ньютона просил Барроу не проговаривать. «Анализ» получил некоторую известность в Англии.



# Труды «математического начала»

Деятельность Исаака Ньютона была комплексной – он работал одновременно в нескольких областях знания. Важным этапом деятельности Ньютона стали его математические открытия, которые позволили улучшить систему расчета в рамках других дисциплин. Важным открытием Ньютона стала основная теорема анализа.

Она позволила связать дифференциальное и интегральное исчисления.

и наоборот.

**Формула Ньютона-Лейбница**



1643—1727

$$S = F(b) - F(a)$$
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$


1646—1716

$$S = \int_a^b f(x) dx$$

# Труды «математического начала»

По признанию самого Исаака Ньютона его самое выдающее открытие в жизни — дифференциальные уравнения. Ньютон при создании исчисления «флюксий» и «флюент» ставил две задачи: по данному соотношению между флюентами определить соотношение между флюксиями; по данному уравнению, содержащему флюксии, найти соотношение между флюентами. С современной точки зрения, первая из этих задач (вычисление по функциям их производных) относится к дифференциальному исчислению, а вторая составляет содержание теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Задачу нахождения неопределённого интеграла  $F(x)$  функции  $f(x)$  Ньютон рассматривал просто как частный случай его второй задачи. Такой подход был для Ньютона как создателя основ математического естествознания вполне оправданным: в очень большом числе случаев законы природы, управляющие теми или иными процессами, выражаются в форме дифференциальных уравнений, а расчёт течения этих процессов сводится к решению дифференциального уравнения.

# Труды «математического начала»

**Теорема.**  $(a + b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^n b^n =$   
 $= \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k$ . Эта формула называется биномом Ньютона.

**Первое доказательство** (индукцией по  $n$ ).

$n = 1$ . Утверждение очевидно:  $(a + b)^1 = C_1^0 a^1 + C_1^1 b^1 = a + b$ .

Пусть утверждение верно для  $n - 1$ . Докажем его для  $n$ .

$$\begin{aligned}(a + b)^n &= (a + b) \cdot (a + b)^{n-1} = (a + b) \cdot \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-1-k} b^k = \\ &= \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-k} b^k + \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-(k+1)} b^{k+1} \stackrel{k+1=s}{=} \sum_{k=0}^{n-1} C_{n-1}^k a^{n-k} b^k + \sum_{s=1}^n C_{n-1}^{s-1} a^{n-s} b^s = \\ &= a^n + \sum_{k=1}^{n-1} (C_{n-1}^k + C_{n-1}^{k-1}) a^{n-k} b^k + b^n \stackrel{\text{из утв. 1.3, а, в}}{=} \sum_{k=0}^n C_n^k a^{n-k} b^k.\end{aligned}$$

# Труды «математического начала»

## Описание метода

Также важную практическую роль сыграл метод Ньютона по извлечению корней из уравнений, который значительно упростил подобные вычисления.

## Обоснование

Чтобы численно решить уравнение  $f(x) = 0$  методом простой итерации, его необходимо привести к эквивалентному уравнению  $x = \varphi(x)$ , где  $\varphi$  — сжимающее отображение. Метод Ньютона, алгоритм Ньютона (также известный как метод касательных) — это итерационный численный метод нахождения корня (нуля) заданной функции.

Поиск решения осуществляется путём построения последовательных приближений и основан на принципах простой итерации. Метод обладает для наилучшей сходимости метода в точке очередного приближения  $x^*$  должно выполняться условие  $\varphi'(x^*) = 0$ . Решение данного уравнения ищут в виде  $\varphi(x) = x + a(x)f(x)$ , тогда:  $\varphi'(x^*) = 1 + a(x^*)f'(x^*) = 0$ . Модификацией метода является метод хорд и касательных.

Также метод Ньютона может быть использован для решения задач оптимизации, в которых требуется определить нуль первой производной либо заданная функция непрерывна ( $f(x) \approx f'(x) = 0$ ), окончательная формула для  $\alpha(x)$  градиента в случае многомерного пространства. такова:  $\alpha(x) = -\frac{f(x)}{f'(x)}$ .

С учётом этого функция  $\varphi(x)$  определяется:  $\varphi(x) = x - \frac{f(x)}{f'(x)}$ .

При некоторых условиях эта функция в окрестности корня осуществляет сжимающее отображение, и алгоритм нахождения численного решения уравнения  $f(x) = 0$  сводится к итерационной процедуре вычисления:

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

По теореме Банаха последовательность приближений стремится к корню уравнения  $f(x) = 0$ .

# Труды «математического начала»

## Геометрическая интерпретация

Тогда формула итеративного приближения  $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$  может быть выведена также геометрически от смысла касательной следующим образом: касательная к графику исследуемой функции  $y=f(x)$  в точке  $(x_n, f(x_n))$ , (для которой  $f'(x_n) \neq 0$ ), пересекает ось абсцисс. Эта точка берётся в качестве следующего приближения. И так далее, пока не будет достигнута необходимая точность. В точке  $(x_n, f(x_n))$  угол наклона касательной прямой  $y - f(x_n) = f'(x_n)(x - x_n)$  к графику  $y=f(x)$  равен  $\alpha_n$ .

Следовательно (в уравнении касательной прямой полагаем  $y(x_{n+1})=0$ ) искомое выражение для  $x_{n+1}$  имеет вид:  $x_{n+1} = x_n - f(x_n)/f'(x_n)$ .  
1) вещественнозначная функция  $f(x): (a,b) \rightarrow \mathbb{R}$  непрерывно дифференцируема на интервале  $(a,b)$ , то это значение можно использовать в качестве следующего приближения к  $x^*$ .

2) существует искомая точка  $x^* \in (a,b): f(x^*) = 0$ .  
Если  $x_{n+1} \notin (a,b)$ , то имеет место «перелёт» (корень  $x^*$  лежит рядом с границей  $(a,b)$ ). В этом случае надо (воспользовавшись идеей метода половинного деления) и заменить  $x_n$  на  $(x_{n+1}, x_{n+1}^*)$  до тех пор, пока точка «не вернётся» в область поиска  $(a,b)$ .  
4) точка  $x_n \in (a,b)$  такова, что  $f(x_n) \neq 0$ .

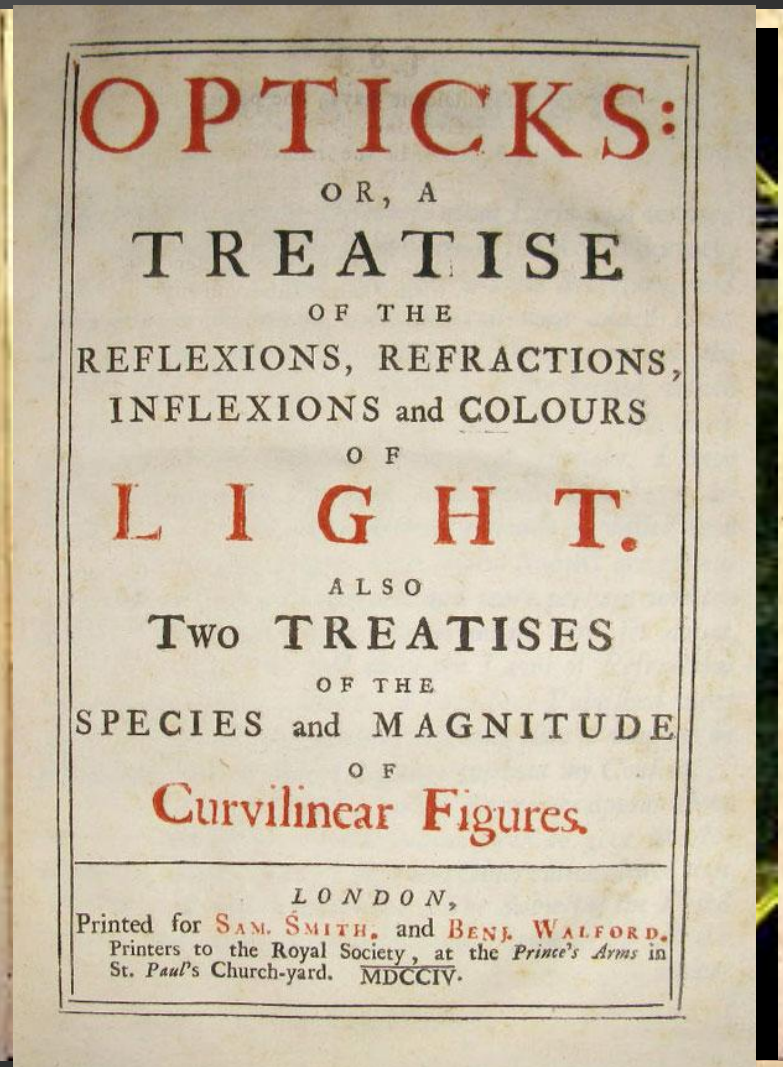


# Итоги

История философии  
История философии  
История философии

Исаак Ньютон в  
множество потрясаю  
целом. Его увлечени  
строением Вселенно  
Так же интересовался

Его работы были



ия. Он открыл миру  
дствление о мире в  
ематики и заканчивая  
ельств человечеству.

х:

Благодарю

за

внимание...