*Общие методы решения тригонометрических уравнений

* Среди уравнений, данных на слайде, выбрать те, которые решаются

* Заменой переменной;
* Разложением на множители;
* Делением на старшую степень синуса или косинуса, т. е. как однородные;
* Понижением степени;
* С помощью формул суммы или разности;
* Методом вспомогательного аргумента.
* С помощью формул произведения;

. $2\sin^2 x - 5\cos^2 x = 3\sin x \cos x$

2. $\sin^2 x + \cos^2 2x = 3/2.$

3. $\cos x \cdot \sin 7x = \cos 3x \cdot \sin 5x,$

4. $\sin^2 x - 2\sin x - 3 = 0,$

5. $\sqrt{2} \cos x - \sin x = 0,$

6. $\sin x + \sin 3x = \sin 5x - \sin x,$

7. $\sin x - \sin 2x + \sin 3x - \sin 4x = 0,$

8. $3\sin^2 x + 2\cos^2 x + 2 \cos x = 0,$

9. $\sin^2 x - \sqrt{3}/3 \sin 2x = \cos^2 x,$

10. $\sin x + \cos x = 1,$ 3

11. $\sin x + \sin^2 x + \cos x = 0$

Способ	Номер уравнения
Заменой переменной	4;8
Делением на старшую степень синуса или косинуса, т.е. как однородные	1;5;9
Понижением степени	2
С помощью формул суммы или разности	6;7
Методом вспомогательного угла (аргумента)	10
С помощью формул произведения	3
Методом универсальной подстановки	10
Разложение на множители	11

Уравнения	Способы							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$3\sin^2 x + \cos^2 x = 1 - \sin x \cos x$		+						+
$3\sin x + 5\cos x = 2$					+		+	
$\sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0$				+				+
$3\sin^2 x + \cos x = 1$	+							
Вариант №2								
$4\cos^2 x - \sin x \cos x - 1 = 0$		+						
$6\sin x - \cos x = 1.$					+		+	
$\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$				+				+
$4\cos^2 x - \sin x - 1 = 0$	+							

Домашнее задание.

* Выясните при каких значениях параметра а уравнения имеют решения:
* $\sin x + 2\cos x = a$,
* $\sin^2 x + 3\sin x \cos x - 2\cos^2 x = a$,
* $\sin 2x = -3a^2 + 6a - 4$

Домашнее задание.

* При каких значениях параметра а уравнения не имеют решений.
* $2tg^2x + 5tgx + a = 0,$
* $\sin^2 x - 2(a - 3)\sin x + a^2 - 6a + 5 = 0$

Приведением к квадратному и заменой переменной решаются уравнения 4, 8.

$\underline{\sin^2 x - 2\sin x – 3 = 0}$

пусть sinx = t,

тогда $t^2 + 2t – 3 = 0$,

где t = -3; 1.

Учитывая, что

lsinxl≤1,

а -3<-1,

имеем sinx = 1,

X =¶ /2+2¶n, n Є Z.

Ответ: ¶ /2+2¶n, n Є Z.

$\underline{3\sin^2 x + 2\cos^2 x + 2\cos x = 0}$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$,

значит,

$3 - 3\cos^2 x + 2\cos^2 x + 2\cos x = 0$,

$\cos^2 x - 2\cos x – 3 = 0$,

пусть cosx = t,

тогда $t^2 - 2t – 3 = 0$,

где t = 3; -1

3>1, ЗНАЧИТ,

cosx = -1,

X = ¶ + 2¶n, n Є Z.

Ответ: ¶ + 2¶n, n Є Z.

* Делением на старшую степень решаются уравнения 1, 5, 9.

* $\underline{2\sin^2 x - 5\cos^2 x = 3\sin x \cos x}$
* Разделив каждое слагаемое на $\cos^2 x$, получим.
* $2tg^2 x - 3tgx - 5 = 0$,
* Пусть $tgx = p$, тогда $2p^2 - 3p - 5 = 0$, где $p = 2{,}5; -1$,
* $tgx = 2{,}5$, $x = arctg2{,}5 + ¶n$, n Є Z;
* $tgx = -1$, $x = ¶/4 + ¶n$, n Є Z.
* Ответ: $arctg2{,}5 + ¶n$, n Є Z; $¶/4 + ¶n$, n Є Z.

* **Делением на старшую степень решаются уравнения 1, 5, 9.**

* <u>√2 cosx – sinx = 0l: </u>cosx, cosx≠0,

tgx = √2, x = arctg√2 + ¶n, n Є Z

ответ: arctg√2 + ¶n, n Є Z

* Делением на старшую степень решаются уравнения 1, 5, 9.

* $\underline{\sin^2 x - \sqrt{3}/\ 3\sin 2x = \cos^2 x}$ l: $\cos^2 x$, $\cos x \neq 0$

  $tg^2 x - \sqrt{3}/3\ tg\ x - 1 = 0$,

$tgx = \sqrt{3}/6(1 \pm \sqrt{13})$,

$x = arctg\ \sqrt{3}/6(1 \pm \sqrt{13}) + \P n,\ n \in Z$;

ответ: $arctg\ \sqrt{3}/6(1 \pm \sqrt{13}) + \P n,\ n \in Z$

Понижение степени используют при решении уравнения 2.

* <u>$\sin^2 x + \cos^2 2x = 3/2$</u>

  $\sin^2 x + ½(1 + \cos x) = 3/2$,

  $2 \sin^2 x + 1 + \cos x - 3 = 0$,
* $2 - 2 \cos^2 x + 1 + \cos x - 3 = 0$,

  $2 \cos^2 x - \cos x = 0$,
* $\cos x(2 \cos x – 1) = 0$,
* $\cos x = 0$ или $\cos x = 1/2$
* X = ¶/2 + ¶n, n Є Z или X = ±¶/3 + 2¶n, n Є Z.
* Ответ: ±¶/3 + 2¶n, n Є Z; ¶/2 + ¶n, n Є Z.

С помощью формул суммы или разности решаются уравнения 6. 7.

- sinx + sin3x = sin5x – sinx
- 2 sin2x cosx - 2 sin2x cos3x = 0,

  sin2x (cosx - cos3x) = 0,
- $\sin^2 2x \sin x = 0$,
- sin2x = 0 или sinx = 0,
- X = ¶/2 n, n Є Z или X = ¶n, n Є Z.
- Объединив множества,
- получим, X = ¶/2 n, n Є Z
- Ответ: ¶/2 n, n Є Z

* **Методом вспомогательного аргумента, который состоит в преобразовании выражения asinx ± bcosx к виду √a^2 + b^2 sin(x±φ), где φ = b/√a^2 + b^2 решается уравнение 10.**

* <u>sinx + cosx = 1.</u>
* Учитывая, что a= 1, b = 1, получим уравнение
* √2 sin(x+φ) = 1, где φ = arcsin√2/2,
* sin(x+¶/4) = √2/2,
* x = -¶/4 + (-1) ¶/4+¶ n, n Є Z.
* Ответ: -¶/4 + (-1) ¶/4+¶ n, n Є Z.

Определить при каких значениях параметра а уравнения не имеют решений.

- x + 2x sinά - cos^2 ά + 2 sinά= 0,
- ά Є (-¶/2;¶/2)
- Уравнение не имеет решений,
- если 1/4D < 0, т. е. при условии
- sin^{2}ά + cos^2 ά + 2 sinά < 0,
- sinά > ½, откуда,
- учитывая условие
- ά Є (-¶/2;¶/2),
- получаем ά Є (¶/6;¶/2).

Определить при каких значениях параметра а уравнения не имеют решений.

- 2 sinx = (a + 1):(a – 3), a ≠ 3.
- Уравнение не имеет корней при условии l(a + 1):(a – 3)l>2.
- Так как l a + 1l >2l a – 3)l, то (a + 1 + 2a – 6)(a + 1 – 2a + 6)>0,
- А, отсюда, (3a – 5)(a – 7) < 0, поэтому, a Є (5/3;7).
- С учетом а ≠ 3, получим a Є (5/3;3)u(3;7).
- Ответ: a Є (5/3;3)u(3;7).