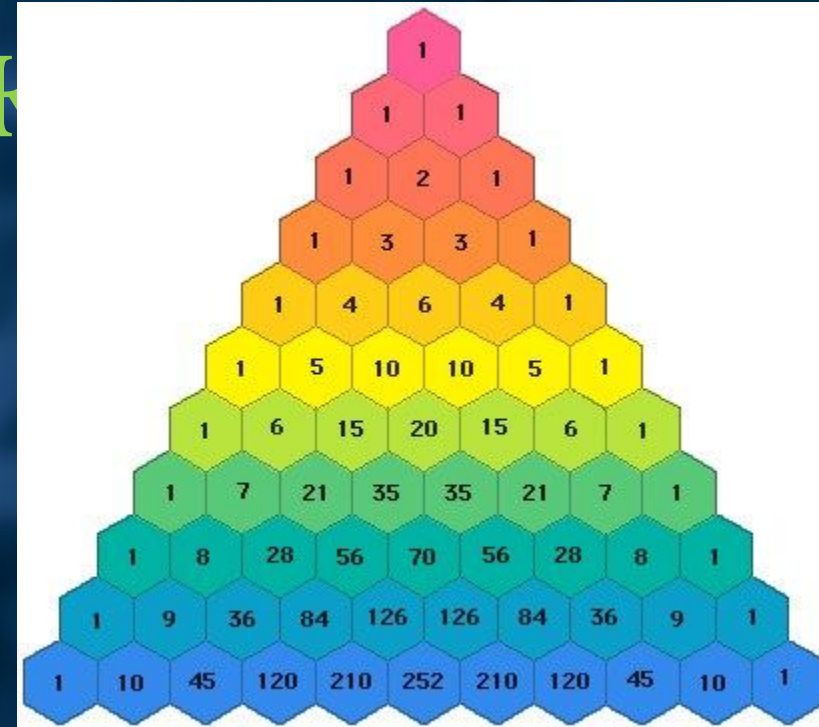


Треугольник Паскаля



Подготовила
ученица 11-Б класса
ГБОУ Гимназия №5
Копылова Анна
2016г.

Учитель: Мотуз Т.В.



*Когда я читаю Паскаля, Мне
кажется,
что я читаю себя.*

Стендаль

Блез Паскаль (1623 - 1662)



Паскаль умер, когда ему было 39 лет, но, несмотря на столь короткую жизнь, он вошел в историю как выдающийся математик, физик, философ и писатель.

Его именем благодарными потомками названы единица давления (паскаль) и получивший чрезвычайно широкое распространение язык программирования.

Он является одним из создателей математического анализа, проективной геометрии, теории вероятностей, гидростатики, создателем механического счетного

Треугольник Паскаля - это просто бесконечная числовая таблица "треугольной формы", в которой на вершине и по боковым сторонам стоят единицы, каждое из остальных чисел равно сумме двух чисел, стоящих над ним слева и справа в предшествующей строке. Таблица обладает симметрией относительно оси, проходящей через его вершину.

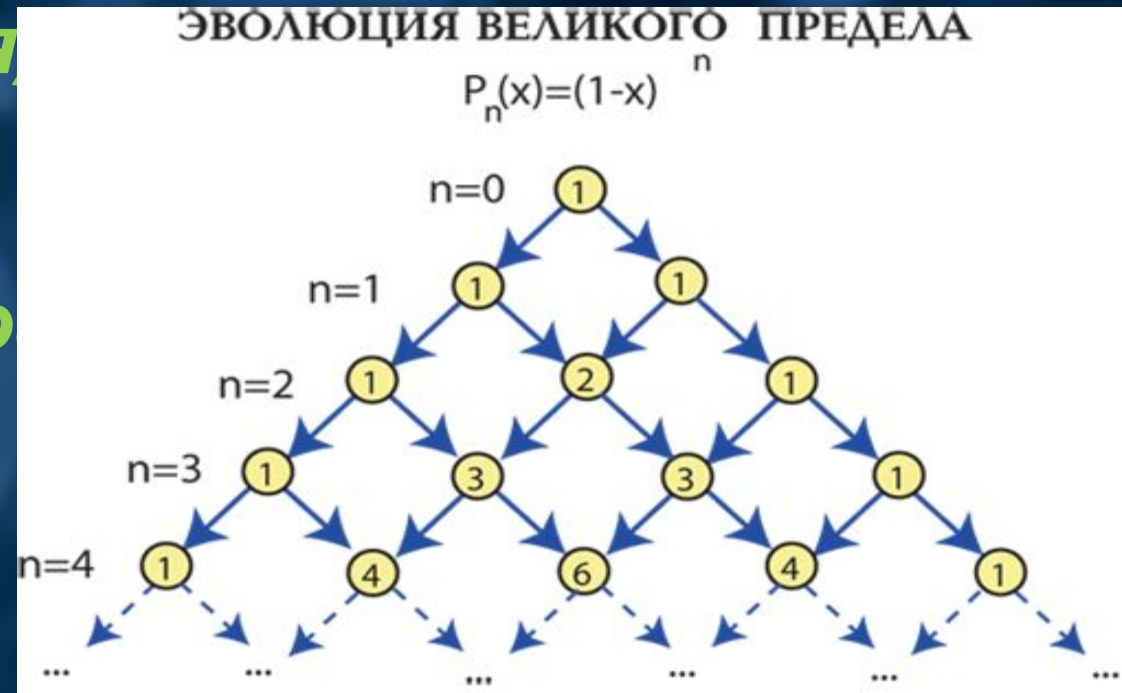
		Числа										Строки
						1						0
	натуральные			1		1						1
	треугольные		1		2		1					2
			1	3		3		1				3
		1	4	6		4	1					4
		1	5	10	10	5	1					5
1		6	15	20	15	6	1					6

Свойства треугольника Паскаля

Свойства строк:

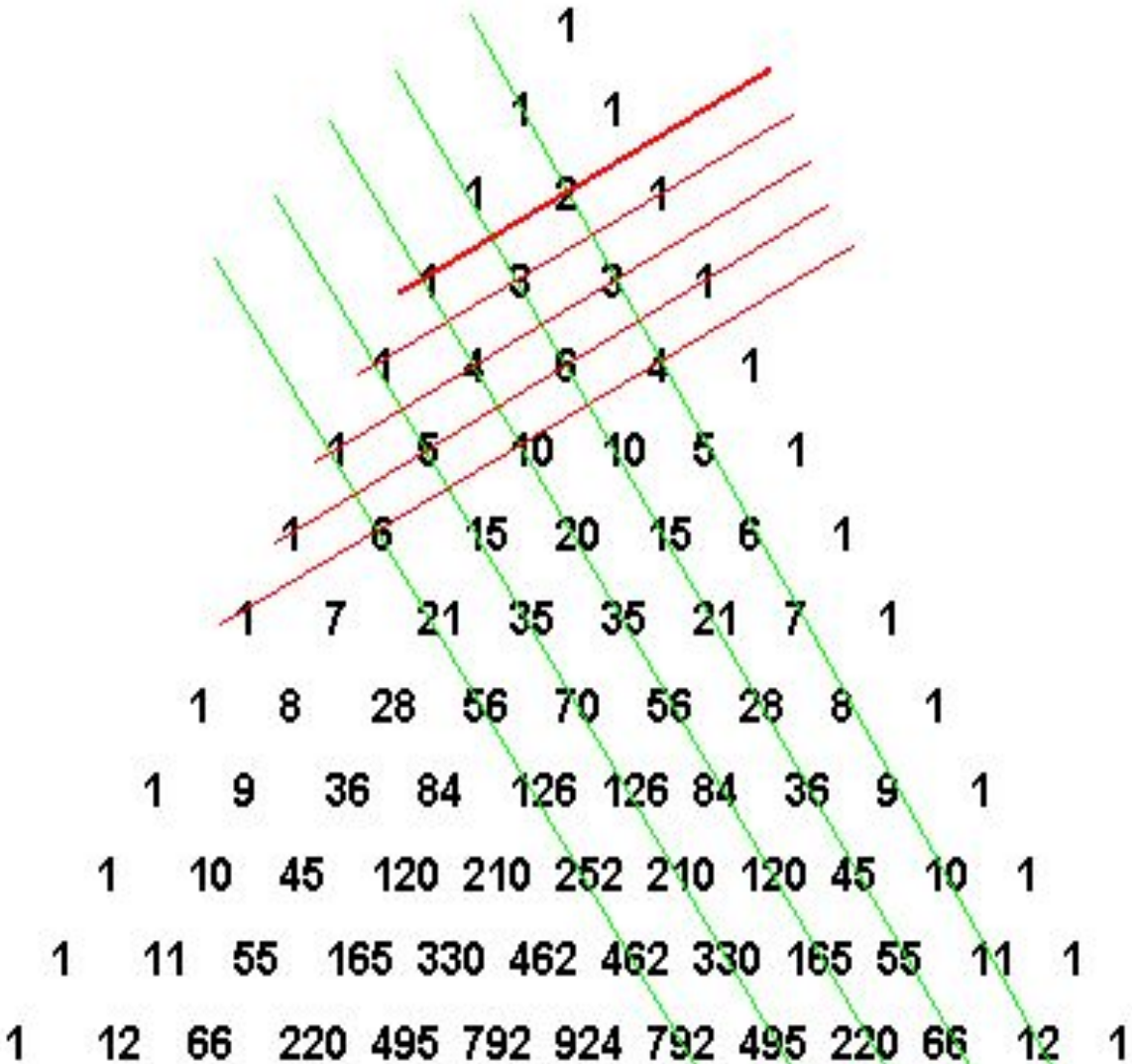
Сумма чисел n -й строки Паскаля равна 2^n (потому что при переходе от каждой строки к следующей сумма членов удваивается, а для нулевой строки она равна $2^0=1$) Все строки Паскаля симметричны (потому что при переходе от каждой строки к следующей свойство симметричности сохраняется, симметрична).

Каждый член строки Паскаля с номером n тогда и только тогда делится на k , когда k - простое число, а n - степень этого простого числа.



Треугольные числа:

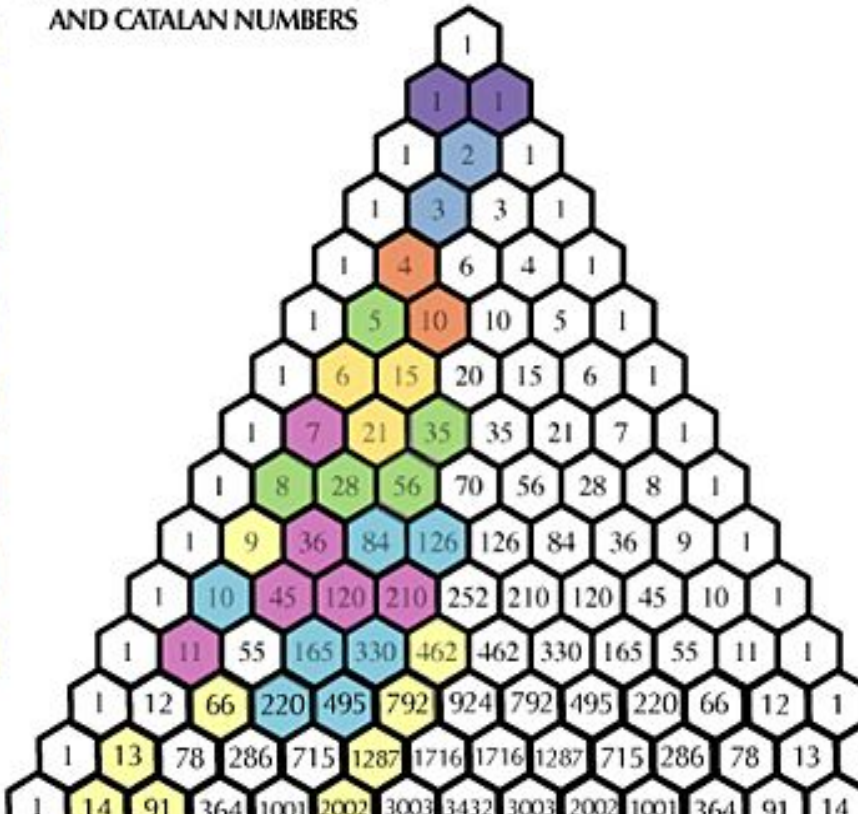
Вдоль диагоналей, параллельных сторонам треугольника, выстроены треугольные, тетраэдрические и другие числа. Треугольные числа указывают количество шаров или других предметов, уложенных в виде треугольника (эти числа образуют следующую последовательность: 1, 3, 6, 10, 15, 21, ..., в которой 1- первое треугольное число, 3- второе треугольное число, 6- третье и т. д. до n -го, которое показывает, сколько членов



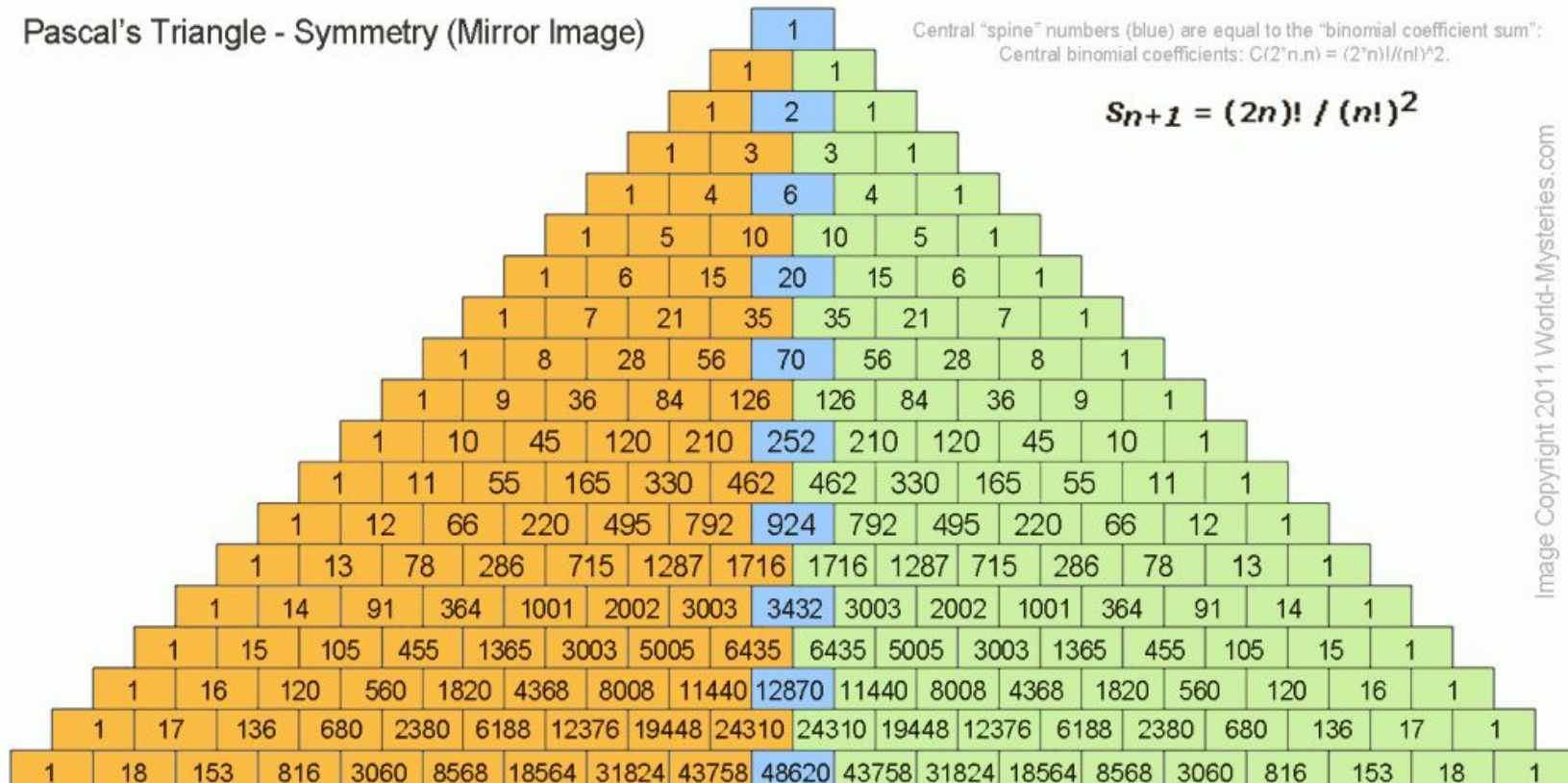
Тетраэдрические числа:

Члены последовательности 1, 4, 10, 20, 36, 56, ... называются пирамидальными, или, более точно, тетраэдрическими числами: 1- первое тетраэдрическое число, 4- второе, 10- третье и т. д. до n -го. Эти числа показывают, сколько шаров может быть уложено в виде треугольной пирамиды (тетраэдра)

RELATION PASCAL TRIANGLE AND CATALAN NUMBERS



Pascal's Triangle - Symmetry (Mirror Image)



Central "spine" numbers (blue) are equal to the "binomial coefficient sum":
Central binomial coefficients: $C(2^n, n) = (2^n)! / (n!)^2$.

$$S_{n+1} = (2n)! / (n!)^2$$

Числа Фибоначчи:

В 1228 году выдающийся итальянский математик Леонардо из Пизы, более известный сейчас под именем Фибоначчи, написал свою знаменитую "Книгу об абаке". Одна из задач этой книги - задача о размножении кроликов - приводила к последовательности чисел 1,1,2,3,5,8,13,21..., в которой каждый член, начиная с третьего, представляет собой сумму двух предыдущих членов. Эта последовательность носит название ряда Фибоначчи, члены ряда Фибоначчи называют числами Фибоначчи. Обозначая n -е число Фибоначчи через:

$$u_1=1, u_2=1, u_{n+2}=u_n+u_{n+1} \text{ при } n \geq 1.$$

Биномиальные коэффициенты:

Числа, стоящие по горизонтальным строкам, являются биномиальными коэффициентами. Строка с номером n состоит из коэффициентов разложения бинома $(1+x)^n$. Покажем это при помощи операции Паскаля. Но сначала представим, как биномиальные коэффициенты

определяются

Возьмем бином $1+x$ и начнем возводить его в степени $0, 1, 2, 3$ и т. д., располагая получающиеся при этом многочлены по возрастающим степеням x . Мы получим

1. $(1+x)^0=1,$
 2. $(1+x)^1=1+x,$
 3. $(1+x)^2=(1+x)(1+x)=1+2x+x^2,$
 4. $(1+x)^3=1+3x+3x^2+x^3$
- и т. д.

$$(1+x)^n = \binom{n}{0} + \binom{n}{1}x + \binom{n}{2}x^2 + \dots + \binom{n}{n}x^n,$$

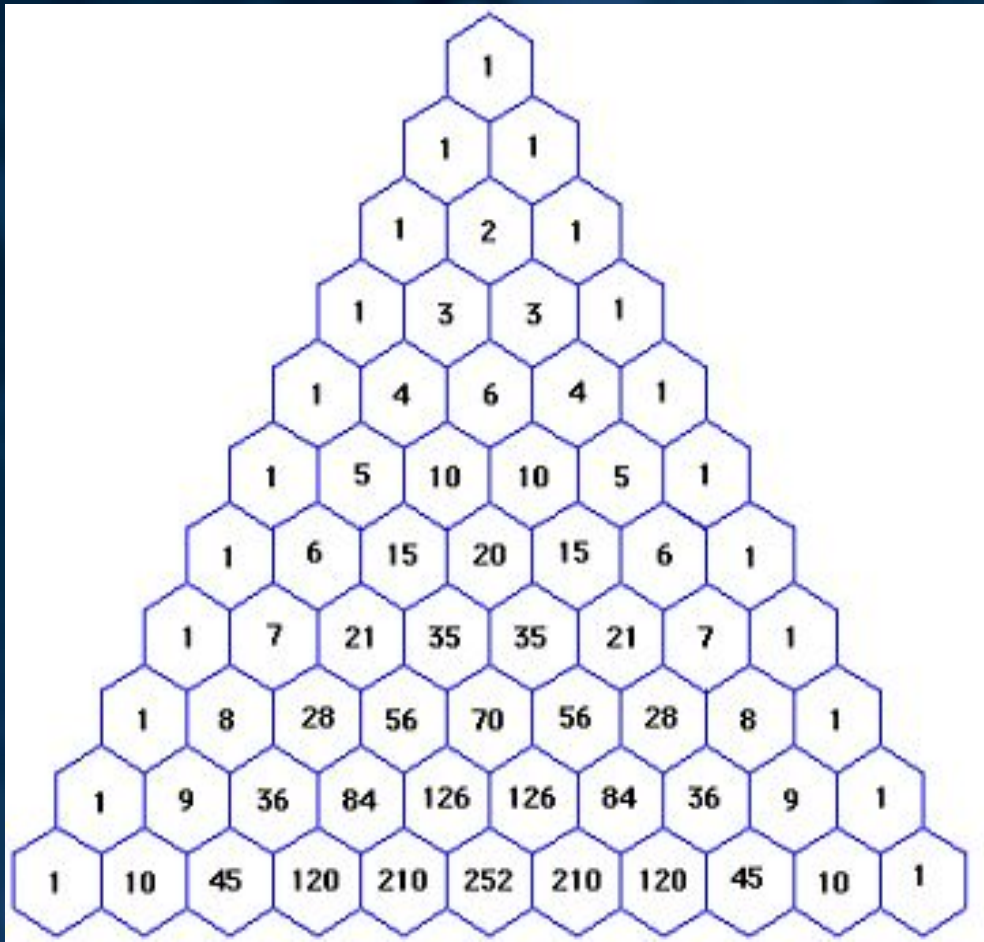
$$\begin{array}{cccc} & & \binom{0}{0}=1 & \\ & & & \binom{1}{0}=1 \\ & \binom{1}{0}=1 & & \binom{1}{1}=1 \\ & & \binom{2}{0}=1 & \binom{2}{1}=2 & \binom{2}{2}=1 \\ \binom{3}{0}=1 & \binom{3}{1}=3 & \binom{3}{2}=3 & \binom{3}{3}=1 \end{array}$$

Образовался треугольник Паскаля, каждый элемент которого

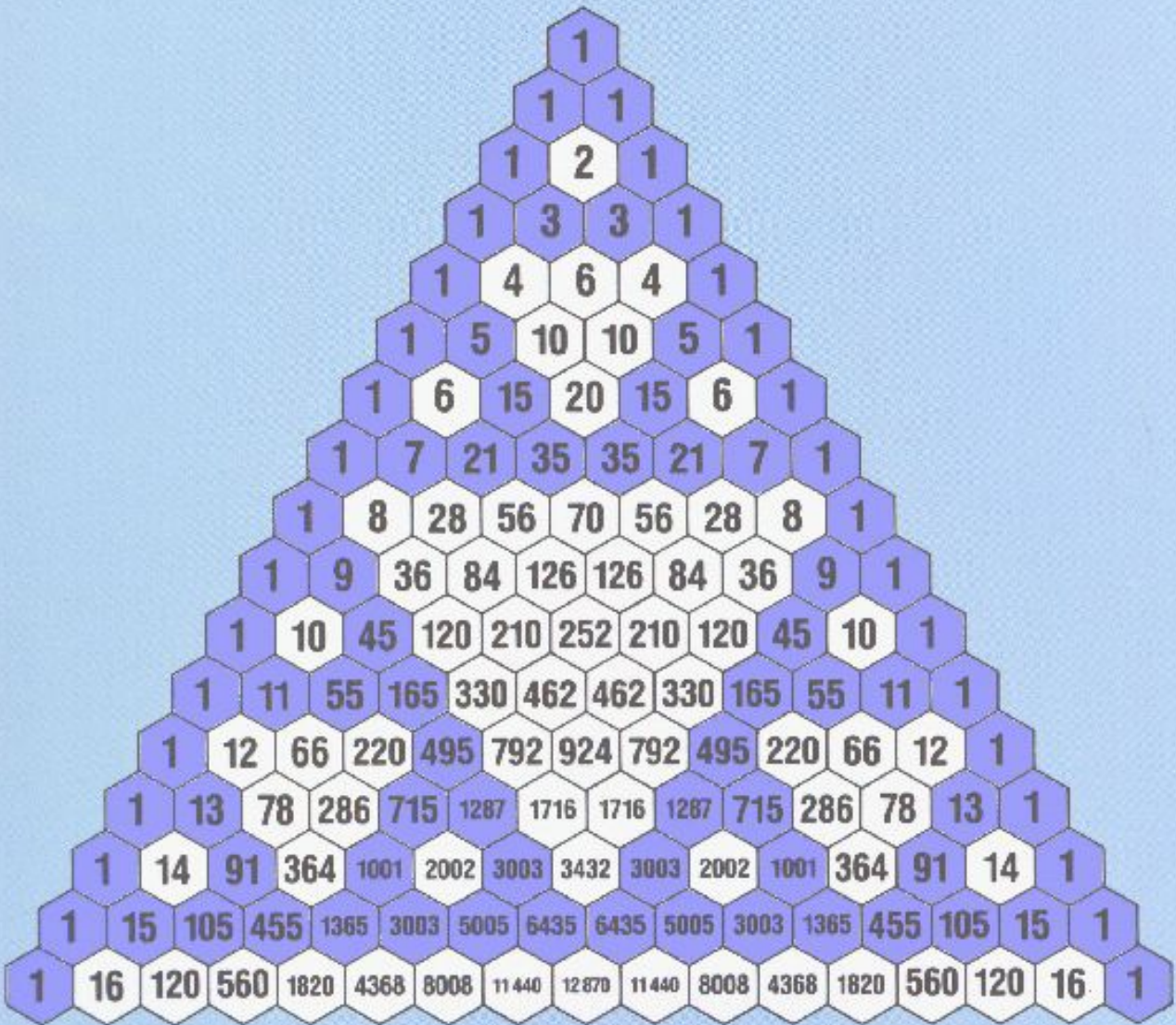
$$\binom{n}{k} = T_n^k.$$

Рассмотрим одну из задач Ферма, решенную Паскалем с помощью своей числовой таблицы:

Пусть до выигрыша всей встречи игроку А недостает двух партий, а игроку В - трех партий. Как справедливо разделить ставку, если игра прервана?



Паскаль складывает количество партий, недостающих игрокам, и берет строку таблицы, в которой количество членов равно найденной сумме, т.е. 5. Тогда доля игрока А будет равна сумме трех (по количеству партий, недостающих игроку В) первых членов пятой строки, а доля игрока В - сумме оставшихся двух чисел. Выпишем эту строку: 1,4,6,4,1. Доля игрока А равна $1+4+6=11$, а доля В - $1+4=5$



*Треугольник будет выпит
 На ура его даешь!
 Будь он хоть
 параллелепипед,
 Будь он куб, ядрена вошь.*

В.Высоцкий