

Решение неравенств методом интервалов



Устная работа:

1. Разложить на множители:

$$x^2 - 1$$

$$x^2 - 121$$

$$3x - 48$$

$$x^2 - 5x + 6$$

2. Найти нули функции:

а) $y = x - 6$ б) $y = x + 5$

в) $y = x^2 - 9$ г) $y = (x - 4)(x + 3)$

д) $y = x(x - 10)$

е) $y = x^2 - 2x + 1$

Актуализация опорных знаний

Решить неравенства:

1) $2x - 3(x - 7) < 3$ 1 часть

2) $7x - x^2 < 0$ 1 часть

3) $(x - 3)(x + 7)(x - 11) > 0$

Проблема!

Не умеем решать неравенства вида:

$$(x-a)(x-b)\dots(x-n)<0 \quad (x-a)(x-b)\dots(x-n)>0$$

Используется метод интервалов.

Наша задача:

Научиться решать неравенства
методом интервалов.

Пример 1. Решить неравенство: $(x - 2)(x + 6) > 0$
Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

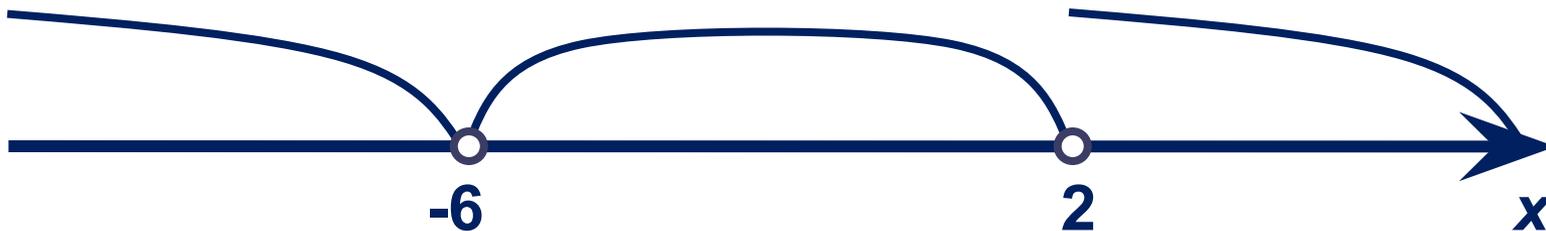
$$(x - 2)(x + 6) = 0$$

$$x - 2 = 0 \text{ или } x + 6 = 0$$

$$x_1 = 2; \quad x_2 = -6$$

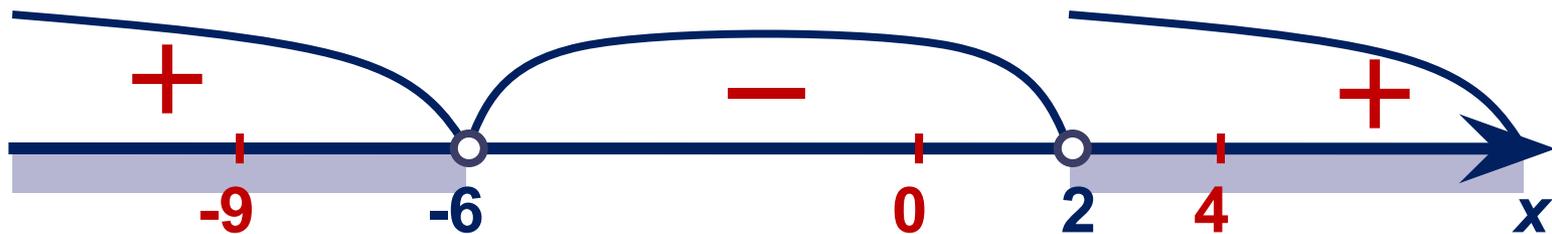
Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $(x - 2)(x + 6)$ на каждом из полученных промежутков:





$$1). (x - 2)(x + 6) = (-9 - 2)(-9 + 6) > 0$$

$$2). (x - 2)(x + 6) = (0 - 2)(0 + 6) < 0$$

$$3). (x - 2)(x + 6) = (4 - 2)(4 + 6) > 0$$

Т.к. по условию $(x - 2)(x + 6) > 0$, то решением является множество $x \in (-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$

Ответ: $(-\infty; -6) \cup (2; +\infty)$.

№325 (a, B)

Пример 2. Решить неравенство: $2x^2 - 3x + 1 < 0$

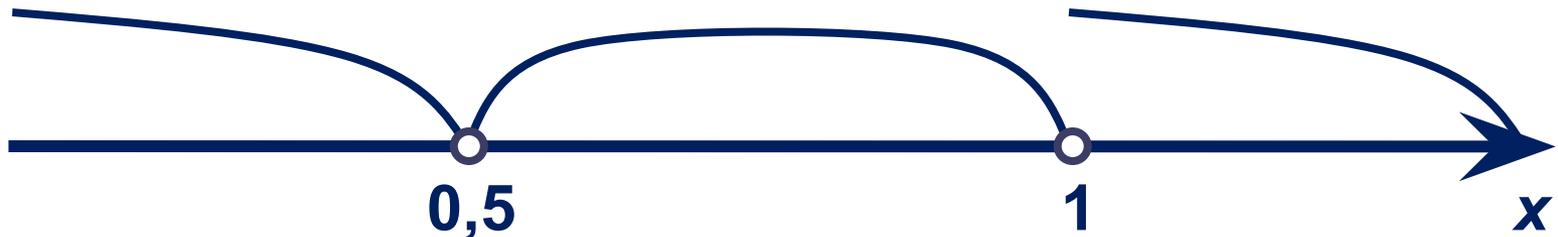
Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

$$2x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x_1 = 1; \quad x_2 = 0,5$$

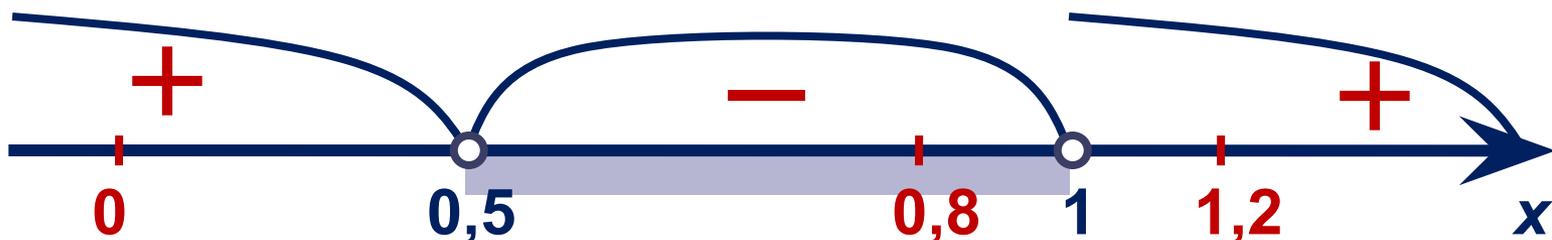
Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $2x^2 - 3x + 1$ на каждом из полученных промежутков:





1). $2x^2 - 3x + 1 = 2 \cdot 0^2 - 3 \cdot 0 + 1 > 0$

2). $2x^2 - 3x + 1 = 2 \cdot 0,8^2 - 3 \cdot 0,8 + 1 < 0$

3). $2x^2 - 3x + 1 = 2 \cdot 1,2^2 - 3 \cdot 1,2 + 1 > 0$

Т.к. по условию $2x^2 - 3x + 1 < 0$, то решением является множество $x \in (0,5; 1)$

Ответ: $(0,5; 1)$.

Пример 3. Решить неравенство: $-x^2 + x + 12 \geq 0$

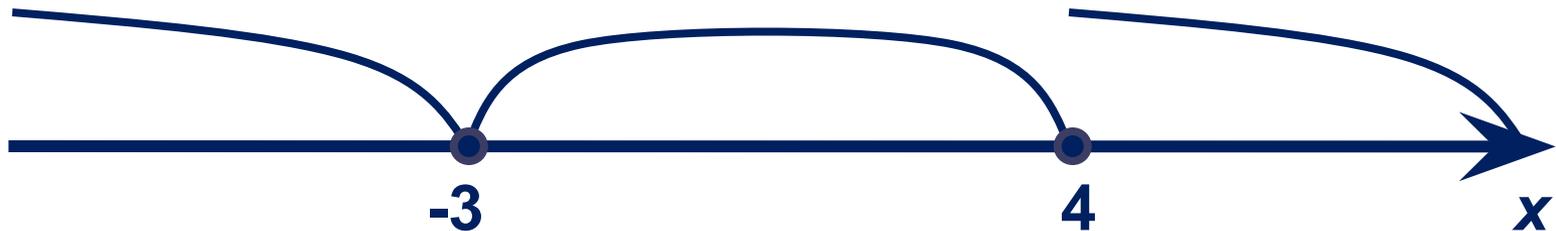
Найдём корни квадратного трехчлена из уравнения:

$$-x^2 + x + 12 = 0$$

$$x_1 = 4; \quad x_2 = -3$$

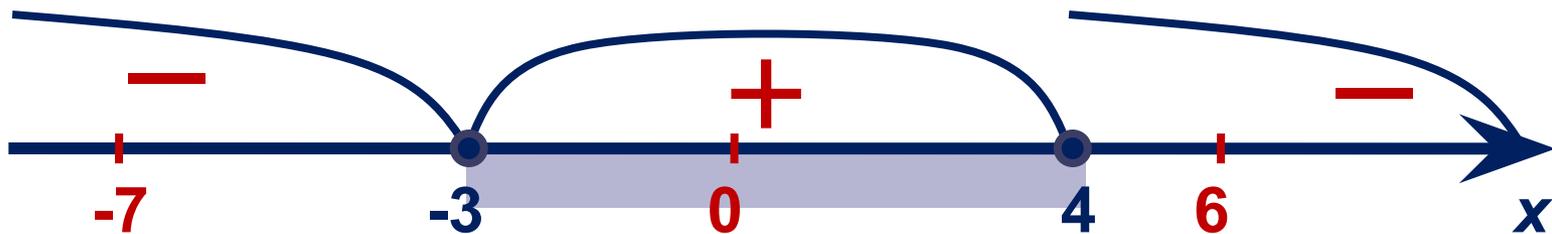
Отметим эти корни на числовой прямой:

Получим три промежутка:



Определим знаки $-x^2 + x + 12$ на каждом из полученных промежутков:





1). $-x^2 + x + 12 = -(-7)^2 + (-7) + 12 < 0$

2). $-x^2 + x + 12 = -0^2 + 0 + 12 > 0$

3). $-x^2 + x + 12 = -6^2 + 6 + 12 < 0$

Т.к. по условию $-x^2 + x + 12 \geq 0$, то решением является множество $x \in [-3; 4]$

Ответ: $[-3; 4]$.

Домашнее задание
№325(б,г), №324(задача)