Приложение производной к решению прикладных задач

Выполнила
ученица 11 А класса
МАОУ лицея №29
Ровнова Екатерина

Что такое производная?

Определение. **Производной функции называется предел отношения приращения функции к приращению независимой переменной при произвольном стремлении этого приращения к нулю .**

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

С другой стороны, скоростью изменения функции в данной точке х называется предел средней скорости изменения функции.

Задача 1.

При действии на механическую колебательную систему гармонически изменяющейся внешней силы $F = F_0 \cdot \sin \omega t$ в ней устанавливаются вынужденные колебания с амплитудой: $A = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\beta^2\omega^2}}$,

где m – масса системы, ω_0 - собственная циклическая частота колебаний системы,

β - показатель затухания, характеризующий силу затухания среды. При какой частоте периодической внешней силы наступит резонанс, т.е. амплитуда станет максимальной?

Задача 2.

Материальная точка начинает движение по координатной прямой

по закону $s = 8 + 30t - 5t^2$. При каких значениях t $s'(t) = 0$, $s'(t)$ > 0?

Какой содержательный смысл имеют эти соотношения?

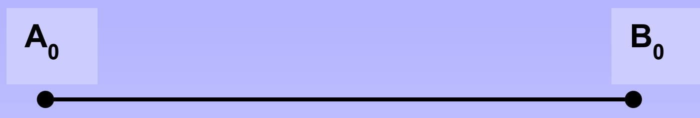
Задача 3.

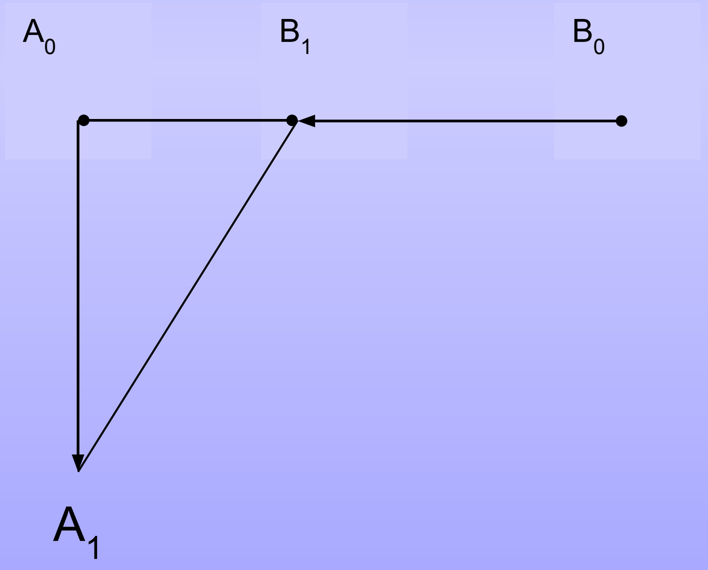
Бортовые огни малых судов можно различить в море на расстоянии до 1 мили. Корабль A идет на юг, делая 6 миль в час,

и в настоящее время находится в 5 милях от корабля B , который идет на запад со скоростью 7 миль в час.

Будут ли корабли друг от друга на расстоянии, достаточном для приема бортовых сигналов?

Задача 3.



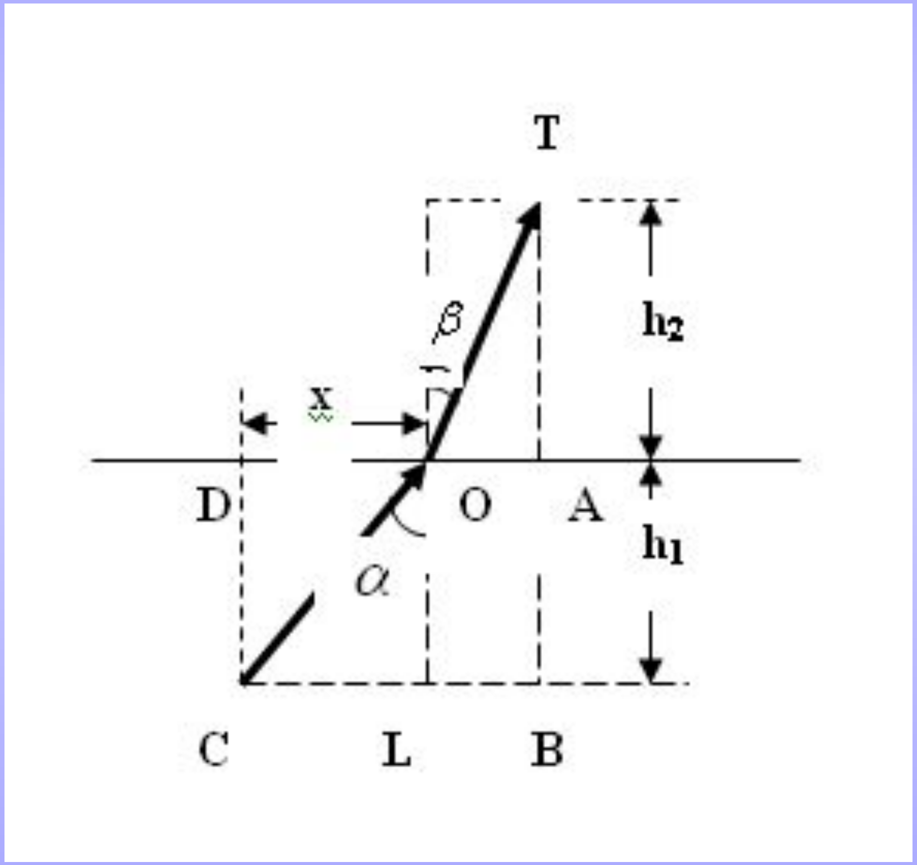


Задача 4.

Спасатель близи берега озера должен оказать помощь тонущему. Зная свою скорость движения по суше v и по воде u, он должен выбрать траекторию, при которой помощь подоспеет через минимальное время.

Какому условию должна отвечать эта траектория?

Задача 4.

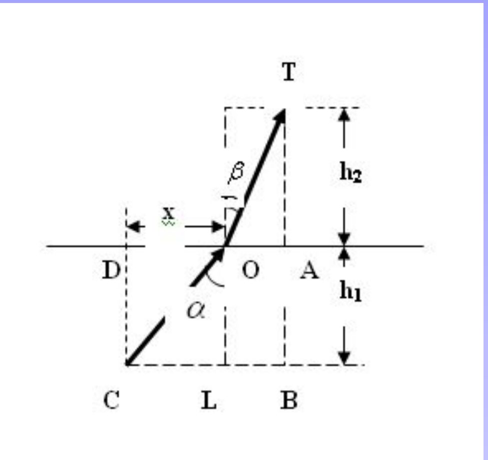


$$t_0 = \frac{CO}{v} + \frac{OT}{u}$$

$$t_0 = \frac{\sqrt{x^2 + h_1^2}}{v} + \frac{\sqrt{(l-x)^2 + h_2^2}}{u}$$

$$\frac{1}{v} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + h_1^2}} - \frac{1}{u} \cdot \frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2 + h_2^2}} = 0$$

Задача 4.



$$\frac{1}{v}\cdot\frac{x}{\sqrt{x^2+h_1^2}}-\frac{1}{u}\cdot\frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+h_2^2}}=0$$

$$\frac{x}{\sqrt{x^2+h_1^2}}=\sin\alpha$$

$$\frac{l-x}{\sqrt{(l-x)^2+h_2^2}}=\sin\beta$$

$$\frac{\sin\alpha}{v}=\frac{\sin\beta}{u}$$

или

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{v}{u}$$

Задача 5.

Функция спроса имеет вид $Q_D = 100 - 20p$, постоянные издержки *TFC (total fixed costs)* составляют 50 денежных единиц, а переменные издержки *TVC (total variable costs)* на производство единицы продукции –

2 денежные единицы.

Найти объём выпуска, максимизирующий прибыль монополиста.

Задача 5.

П=TR – TC,

где *TR = p*Q;* *TC = TFC + TVC.*

Найдём цену единицы продукции: *20p=100 – Q;*

p=5 – Q/20.

Тогда $П = (5 - Q/20)Q - (50 + 2Q) = - Q^2 + 60Q - 1000$

$\boldsymbol{П'(Q) = -2Q+60.}$

$-2Q+60 = 0$, $Q = 30$

При переходе через точку *Q = 30* функция *П(Q) меняет свой знак с плюса на минус*, следовательно, эта точка является *точкой максимума*, и в ней функция прибыли *достигает своего максимального значения*.

Таким образом, объём выпуска, максимизирующий прибыль, равен 30 единицам продукции.

Спасибо за внимание!