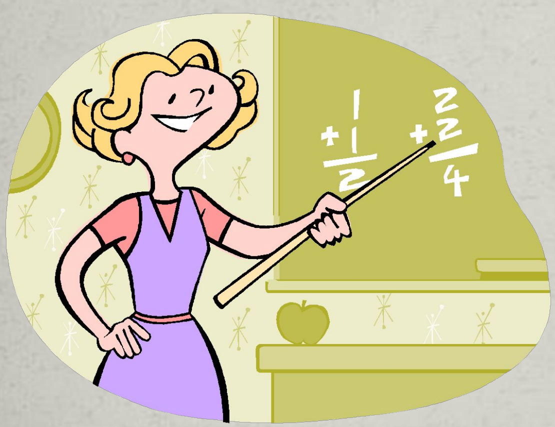
Степенная

функция



Работу выполнила
Травкина Анжела, ученица 10 класса
МОУ «Средняя школа №50 города Макеевки»

Степенная функция

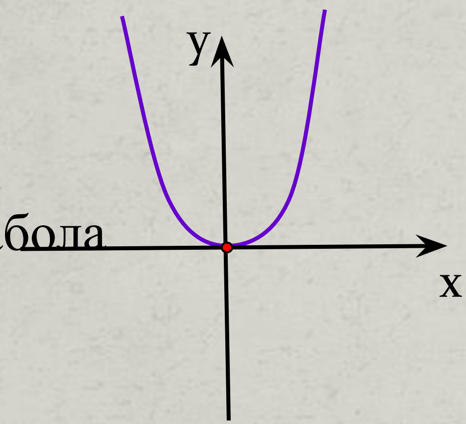
Степенная функция – это функция вида $y=x^n$, где n - заданное действительное число.

Частные случаи степенной функции

$y=x^2$

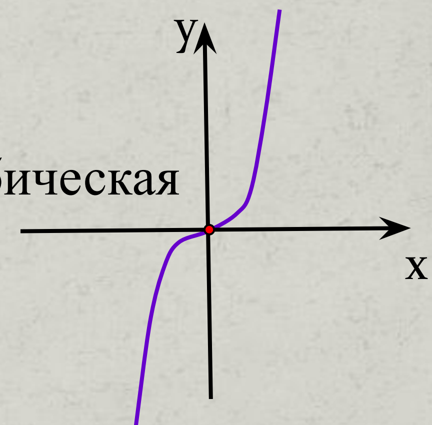
Парабола

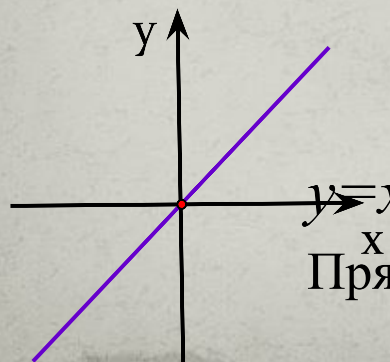
парабола



$y=x^3$

Кубическая



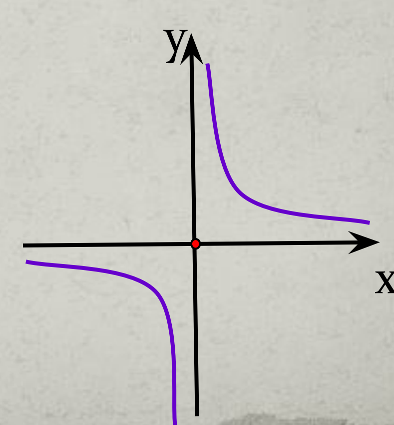


$y=x$

Прямая

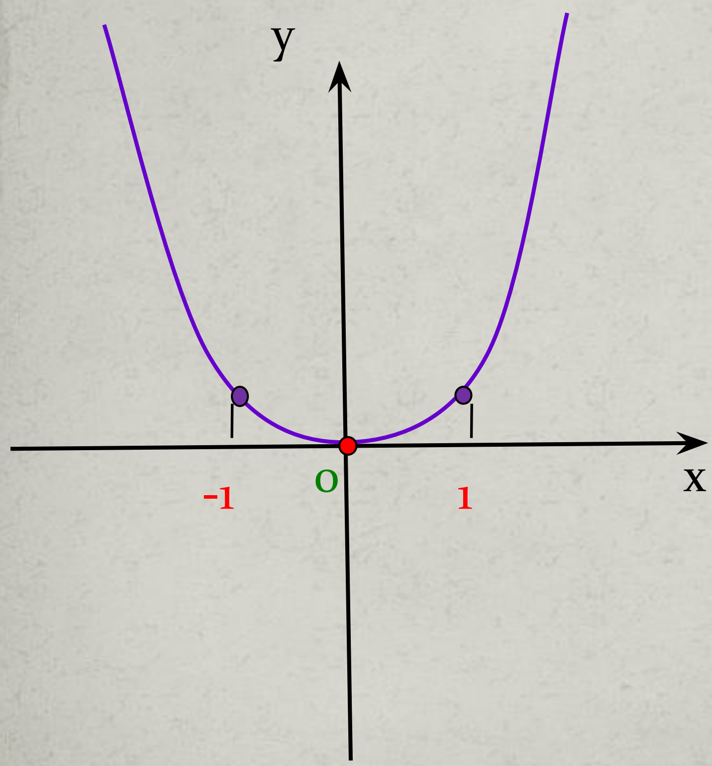
$y=\frac{1}{x}$

Гипербола



Степенная функция с натуральным показателем

Первый случай: $n = 2k,\ k \in N$



n – четное натуральное число

<u>1. Область определения:</u> **R**

<u>2. Область значения:</u> **[0;+∞]**

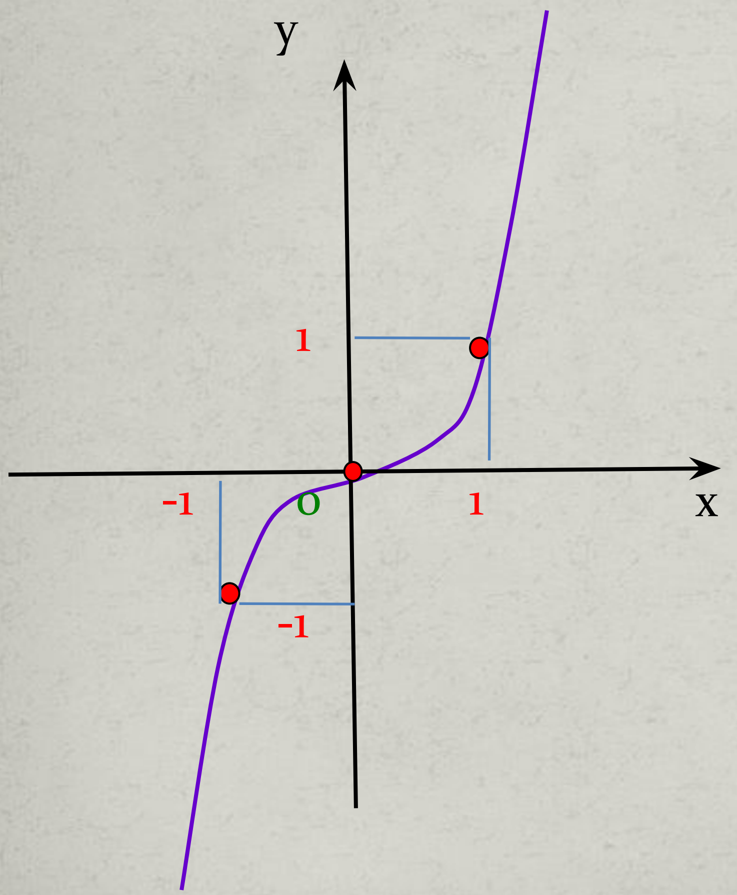
<u>3. Нули функции:</u> **x=0**

<u>4. Промежутки знакопостоянства:</u>
y>0 на каждом из промежутков (-∞;0) и (0;+∞)

<u>5. Четность:</u> **функция четная**

<u>6. Возрастание/убывание:</u> **функция убывает на промежутке (-∞;0], возрастает на промежутке [0;+∞)**

Второй случай: n=2k+1, k ϵ N



***n* – нечетное натуральное число**

<u>1. Область определения:</u> R

<u>2. Область значения:</u> R

<u>3. Нули функции:</u> x=0

<u>4. Промежутки знакопостоянства:</u>
y<0 на промежутке (-∞;0), y>0 на промежутке (0;+∞)

<u>5. Четность:</u> функция нечетная

<u>6. Возрастание/убывание:</u> функция возрастающая

Степенная функция с целым показателем

n **– четное отрицательное число**

Первый случай n= -2k, k ϵ N.

1. Область определения: (-∞;0) U (0;+∞)

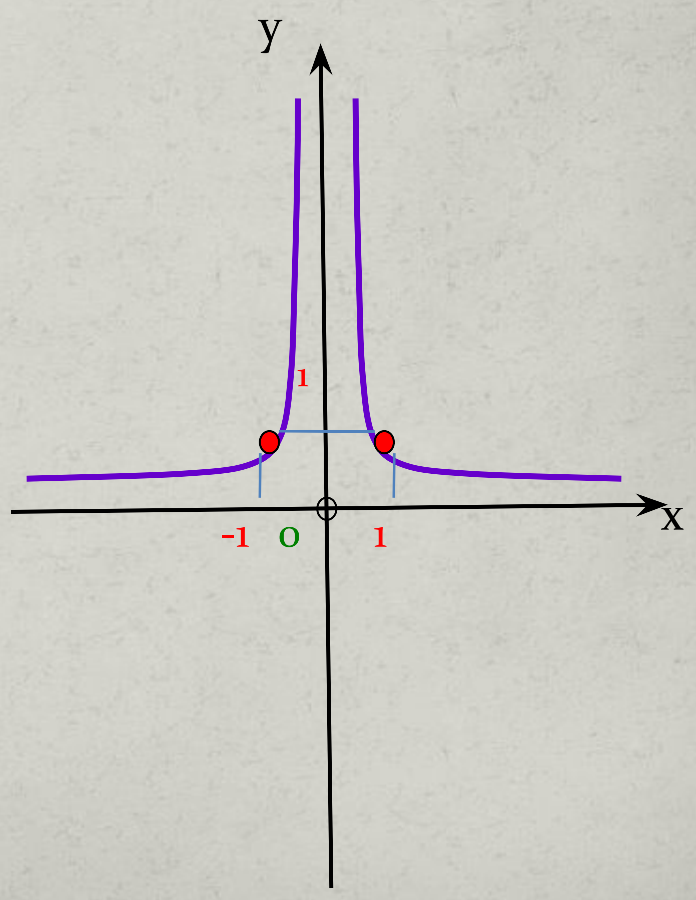
2. Область значения: (0;+∞)

3. Нули функции: −

4. Промежутки знакопостоянства:
y>0 на каждом из промежутков (-∞;0) и (0;+∞)

5. Четность: функция четная

6. Возрастание/убывание: функция возрастает на промежутке (-∞;0), убывает на промежутке (0;+∞)



_n_ – нечетное отрицательное число

Второй случай: $n = -(2k+1),\ k \in N$

1. Область определения: (-∞;0) U (0;+∞)

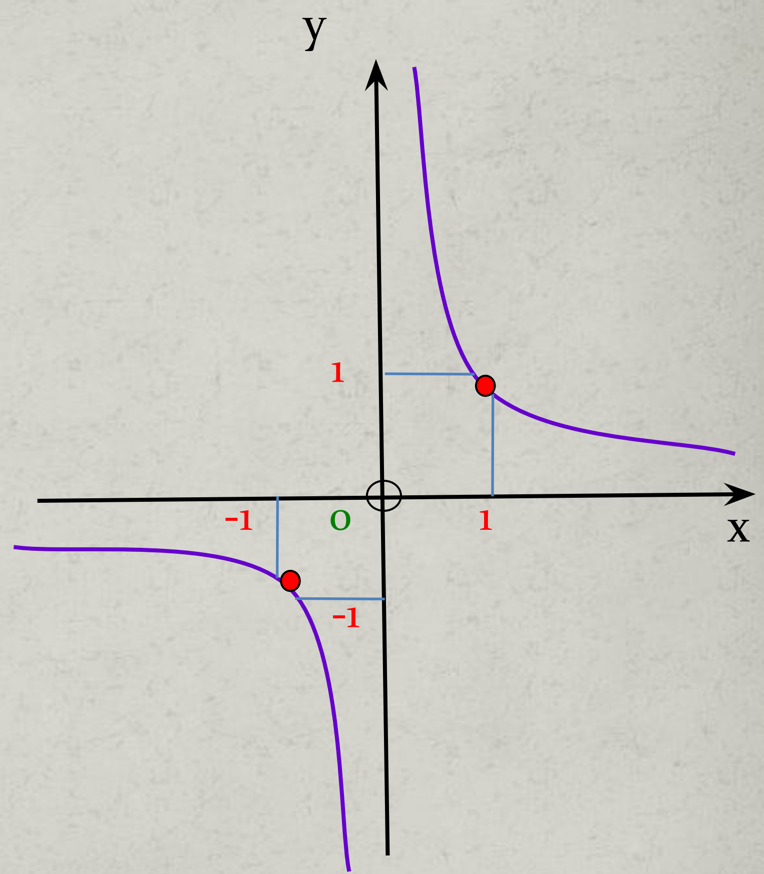
2. Область значения: (-∞;0) U (0;+∞)

3. Нули функции: −

4. Промежутки знакопостоянства:
y<0 на промежутке (-∞;0), y>0 на промежутке (0;+∞)

5. Четность: функция нечетная

6. Возрастание/убывание: функция убывает на каждом из промежутков (-∞;0) и (0;+∞)



Функция $y = \sqrt[n]{x}$

n **– нечетное натуральное число,** ***n>1***

1. Область определения: R

2. Область значения: R

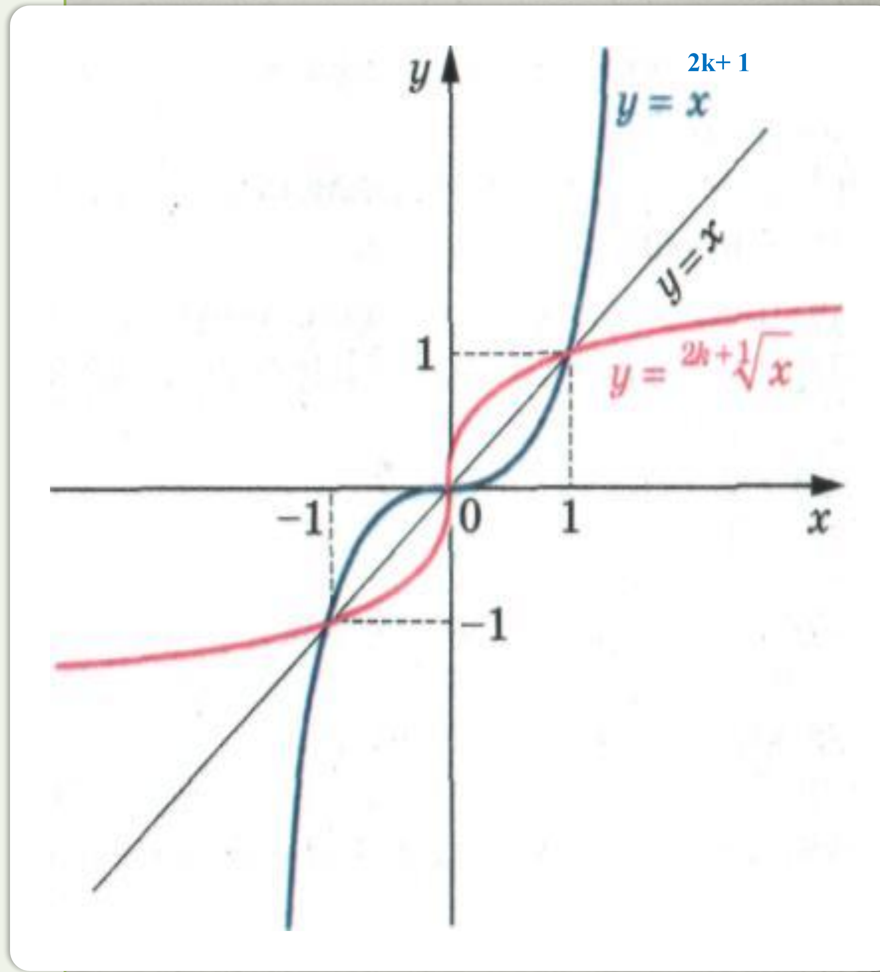
3. Нули функции: x=0

4. Промежутки знакопостоянства:
y<0 на промежутке (-∞;0),

y>0 на промежутке (0;+∞)

5. Четность: функция нечетная

6. Возрастание/убывание: функция возрастающая



Функция $y = \sqrt[n]{x}$

n **– четное натуральное число**

1. Область определения: [0;+∞]

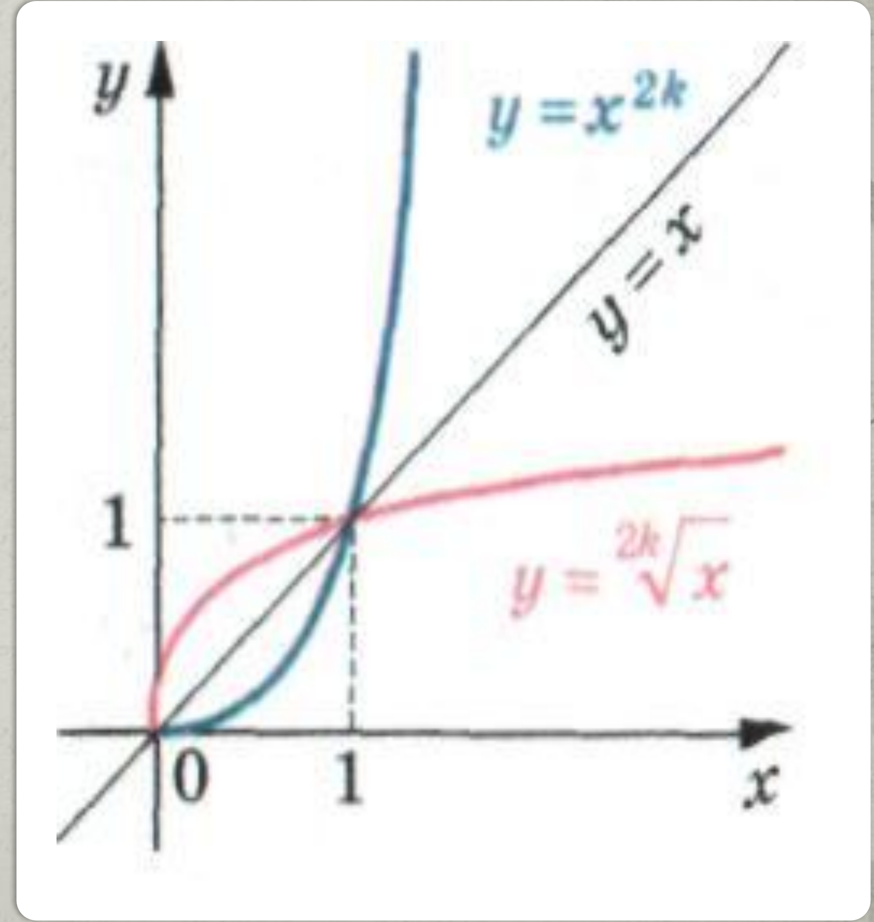
2. Область значения: [0;+∞]

3. Нули функции: x=0

4. Промежутки знакопостоянства:
y>0 на промежутке (0;+∞)

5. Четность: функция ни четная, ни нечетная

6. Возрастание/убывание: функция возрастающая

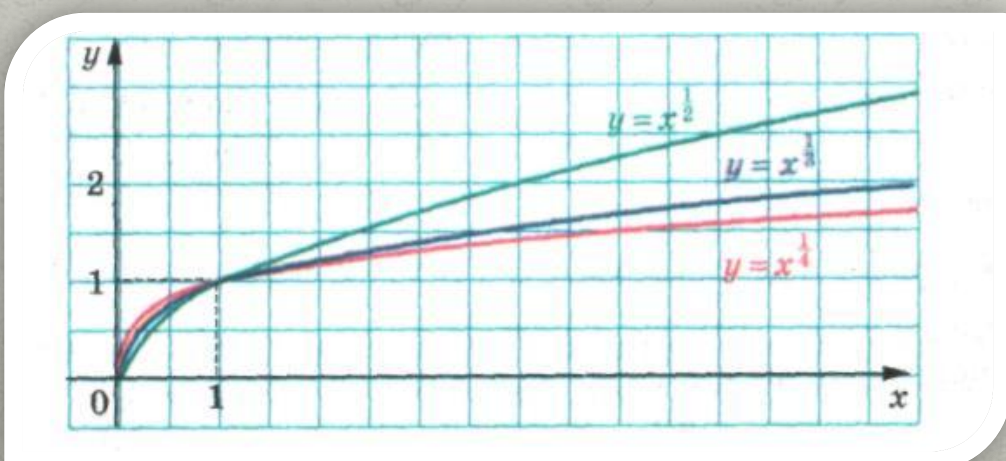


Степень с рациональным показателем

<u>Определение:</u> Степенью положительного числа a с рациональным показателем r, поданным в виде $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$, $n > 1$, называют число $\sqrt[n]{a^m}$, то есть

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

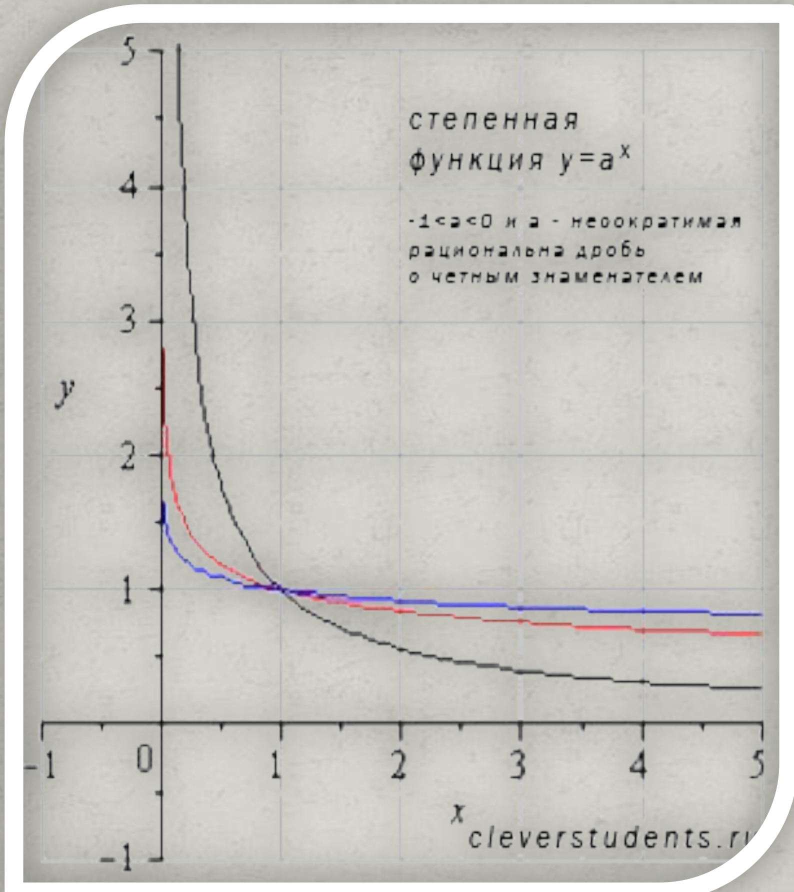
Функцию, которую можно задать формулой $y=x^r$, $r \in Q$, называют степенной функцией с рациональным показателем.



изображены

$$y = x^{\frac{1}{2}}, y = x^{\frac{1}{3}}, y = x^{\frac{1}{4}}$$

Степень с отрицательным дробным показателем



Рассмотрим функцию $y = x^{-r}$, где r – положительная несократимая дробь.

Свойства этой функции:

1) Область определения $(0; +\infty)$.

2) Функция ни четная, ни нечетная.

3) Функция $y = x^{-r}$ убывает на $(0; +\infty)$

$$y = x^{-\frac{1}{4}}, y = x^{-\frac{1}{8}}, y = x^{-\frac{5}{6}}$$

Свойства степени с рациональным показателем

1. **<u>Произведение степеней.</u>** *Для любого a>0 и любых рациональных чисел p и q выполняется равенство:*

$$\boxed{a^p \times a^q = a^{p+q}}$$

<u>Следствие.</u> Для любого a>0 и любого рационального числа p выполняется равенство

$$\boxed{a^{-p} = \frac{1}{a^p}}$$

2. **<u>Частное степеней.</u>** *Для любого a>0 и любых рациональных чисел p и q выполняется равенство:*

$$\boxed{a^p \div a^q = a^{p-q}}$$

3. Степень степени. *Для любого a>0 и любых рациональных чисел p и q выполняется равенство:*

$$(a^p)^q = a^{pq}$$

4. Степень произведения и степень дроби. *Для любого a>0 и b >0 и любого рационального числа p выполняются равенства*

$$(ab)^p = a^p b^p$$

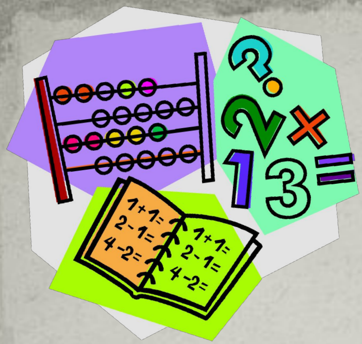
$$\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$$

Корень n-ой степени

<u>Определение:</u> Корнем n –ой степени из числа *a*, где *n* ϵ N, *n* >1, называют такое число, n –ая степень которого равна *a*.

<u>Примечание:</u>

- если n –четное натуральное число, то при *a*<0 корень n –ой степени из числа *a* не существует; при *a*=0 корень n –ой степени из числа *a* равен 0; при *a*>0 существуют два противоположные числа, которые являются корнями n –ой степени из числа *a*.
- если n –нечетное натуральное число, больше 1, то корень n –ой степени из любого числа существует, при чем только один.



Арифметический корень n-ой степени

<u>Определение:</u> Арифметическим корнем n –ой степени из неотрицательного числа *a*, где n ϵ N, n >1, называют такое неотрицательное число, n –ая степень которого равна *a*.

<u>Примечание:</u>

Для любого неотрицательного числа *a* имеет место следующее: $\sqrt[n]{a} \geq 0$ и

выполняется равенство $(\sqrt[n]{a})^n = a$

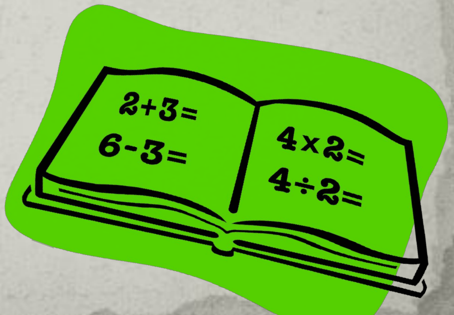
Свойства корня n-ой степени

<u>1. Корень из степени.</u> *Для любого a ϵ R и k ϵ N выполняются равенства:*

$$\sqrt[2k+1]{a^{2k+1}} = a \qquad \sqrt[2k]{a^{2k}} = |a|$$

<u>2. Корень из произведения.</u> *Если a≥0 и b≥0, n ϵ N, n>1, то*

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$



3. Корень из дроби. *Если a≥0 и b>0, n ϵ N, n>1, то*

$$\boxed{\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}}$$

4. Степень корня. *Если a≥0, n ϵ N, k ϵ N n>1, то*

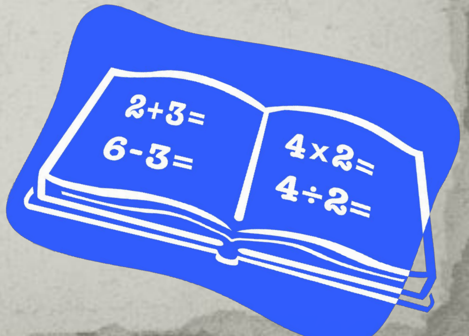
$$\boxed{\sqrt[n]{a^k}=\left(\sqrt[n]{a}\right)^k}$$

5. Корень из корня. *Если a≥0, n ϵ N, k ϵ N n>1, k>1 то*

$$\boxed{\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}}=\sqrt[nk]{a}}$$

6. *Если a≥0, n ϵ N, k ϵ N n>1, то*

$$\boxed{\sqrt[n\cdot k]{a^k}=\sqrt[n]{a}}$$



Примеры:

1. Найдем значение выражения $\sqrt[3]{64\cdot 8}$

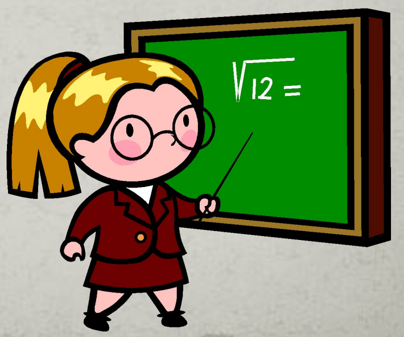
$$\boxed{\sqrt[3]{64\cdot 8} = \sqrt[3]{64}\cdot\sqrt[3]{8} = 4\cdot 2 = 8}$$

2. Найдем значение выражения $\sqrt[4]{81\cdot 256}$

$$\boxed{\sqrt[4]{81\cdot 256} = \sqrt[4]{81}\cdot\sqrt[4]{256} = 3\cdot 4 = 12}$$

3. Найдем значение выражения $\sqrt[4]{16\cdot 81}$

$$\boxed{\sqrt[4]{16\cdot 81} = \sqrt[4]{16}\cdot\sqrt[4]{81} = 2\cdot 3 = 6}$$



Примеры:

1. Упростим выражение: $\sqrt{\sqrt[3]{6}}$

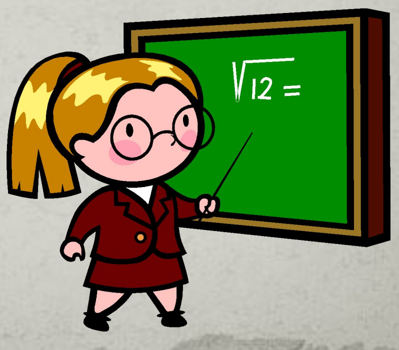
$$\sqrt{\sqrt[3]{6}} = \sqrt[2\cdot 3]{6} = \sqrt[6]{6}$$

2. Упростим выражение: $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$

$$\sqrt[3]{\sqrt{2}} = \sqrt[3\cdot 2]{2} = \sqrt[6]{2}$$

3. Упростим выражение: $\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}}$

$$\sqrt[4]{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[4\cdot 3]{3} = \sqrt[12]{3}$$



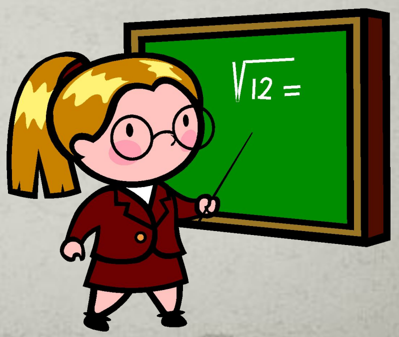
Примеры:

1. Упростим выражение: $\sqrt[4]{\dfrac{81}{625}}$

$$\sqrt[4]{\frac{81}{625}}=\frac{\sqrt[4]{81}}{\sqrt[4]{625}}=\frac{3}{5}$$

2. Упростим выражение: $\sqrt[3]{2\dfrac{10}{27}}$

$$\sqrt[3]{2\frac{10}{27}}=\sqrt[3]{\frac{64}{27}}=\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{27}}=\frac{4}{3}=1\frac{1}{3}$$



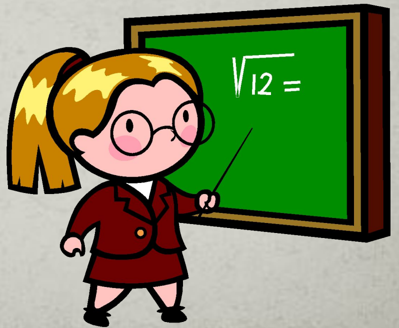
Примеры:

1. Упростим выражение: $\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}}$

$$\sqrt[3]{2\cdot\sqrt{2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^2\cdot 2}} = \sqrt[3]{\sqrt{2^3}} = \sqrt[6]{2^3} = \sqrt{2}$$

2. Упростим выражение: $\sqrt[6]{7^4}$

$$\sqrt[6]{7^4} = \sqrt[3]{\sqrt[2]{7^4}} = \sqrt[3]{7^2} = \sqrt[3]{49}$$



Картинки для презентации взяты из открытых источников Интернета