

Системы уравнений
как математические модели
реальных ситуаций



Задача № 1.

Расстояние между двумя пристанями равно 90 км. Это расстояние по течению реки катер проходит за 3 часа, а против течения – за 4,5 часа. Найдите скорость катера и скорость течения реки.



Задача № 1.

Расстояние между двумя пристанями равно 90 км. Это расстояние по течению реки катер проходит за 3 часа, а против течения – за 4,5 часа. Найдите скорость катера и скорость течения реки.

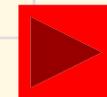
1 этап. Пусть x км/ч – собственная скорость катера, y км/ч – скорость течения реки.

Составим систему уравнений:
$$\begin{cases} 3(x + y) = 90 \\ 4,5(x - y) = 90 \end{cases}$$

2 этап. (метод алгебраического сложения)

$$\begin{cases} x + y = 30 \\ x - y = 20 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 30 - x \\ 2x = 50 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 5 \\ x = 25 \end{cases}$$

3 этап. Ответ: скорость катера – 25 км/ч, скорость течения реки – 5 км/ч.



Задача № 2.

Имеются два сплава меди со свинцом. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?



Задача № 2.

Имеются два сплава меди со свинцом. Один сплав содержит 15% меди, а другой 65%. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получилось 200г сплава, содержащего 30% меди?

I этап. Пусть первого сплава взяли x г и второго – y г.

$$\begin{array}{c} \text{М} \\ 15\% \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} + \begin{array}{c} \text{С} \\ 65\% \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array} = \begin{array}{c} \text{М} \quad \text{С} \\ 30\% \end{array} \begin{array}{|c|} \hline \\ \hline \end{array}$$

$x(\text{г}) \qquad y(\text{г}) \qquad 200(\text{г})$

II этап. (метод подстановки)

$$\begin{cases} x + y = 200 \\ 0,15x + 0,65y = 0,3 \cdot 200 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 140 \\ y = 60 \end{cases}$$

III этап. Ответ: 140г меди и 60г свинца.



Задача № 3.

Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?



Задача № 3.

Два оператора, работая вместе, могут набрать текст газеты объявлений за 8 ч. Если первый оператор будет работать 3 ч, а второй 12 ч, то они выполнят только 75% всей работы. За какое время может набрать весь текст каждый оператор, работая отдельно?

Ютап. Пусть первый оператор может выполнить данную работу за x часов, а второй за y часов. За один час первый оператор выполняет $\frac{1}{x}$ часть всей работы, а второй $\frac{1}{y}$. Составим систему уравнений.

Пэтап. (метод алгебраического сложения)

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = \frac{1}{4} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8} \\ \frac{3}{y} = \frac{1}{8} \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{24} = \frac{1}{8} \\ y=24 \end{cases} \quad \begin{cases} x=12 \\ y=24 \end{cases}$$

Шэтап. Ответ: первый оператор за 12 ч, второй оператор за 24 ч.



Домашнее задание

1. Имеется руда из двух пластов с содержанием меди 6% и 11%. Сколько «бедной» руды надо взять, чтобы получить при смешивании с «богатой» 20 т руды с содержанием меди 8%?
2. «Потом отец Федор подошел к комоду и вынул из конфетной коробки 50 рублей трехрублевками и пятирублевками. В коробке оставалось еще 20 рублей». Сколько трех- и пятирублевок отец Федор взял и сколько оставил? Ну, а чтобы обеспечить единственность решения, добавим условие: отец Федор взял с собой большую часть трехрублевок и большую часть пятирублевок. Теперь найдите решение.
3. «Купец купил 138 аршин черного и синего сукна за 540 руб. Спрашивается, сколько аршин купил он того и другого сукна, если синее стоило 5 руб. за аршин, а черное 3 руб.?»
Определите, из каких произведений 2 и 3 задачи?

«Все науки настолько связаны
между собою, что легче изучать
их все сразу, нежели какую-либо
одну из них в отдельности от
всех прочих».

Рене Декарт

