МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

ПОНЯТИЕ МНОЖЕСТВА И ОПЕРАЦИИ НАД НИМИ

- Понятие множества является одним из основных понятий математики и поэтому не определяется через другие.

Множества принято обозначать прописными буквами латинского алфавита: A, B, C, …, Z.

Множество, не содержащее ни одного объекта, называется пустым и обозначается так: Ø

Объекты, из которых образованно множество, называются элементами.

Элементы множества принято обозначать строчными буквами латинского алфавита: a, b, c, …, z.

Множества бывают конечными (множество дней в неделе, месяцев в году) и бесконечными (множество натуральных чисел, точек на прямой)

СТАНДАРТНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ ЧИСЛОВЫХ МНОЖЕСТВ

- N – множество всех натуральных чисел
- Z - множество всех целых чисел
- Q – множество всех рациональных чисел
- J – множество всех иррациональных чисел
- R – множество всех действительных чисел

Способы задания множеств

- 1. Способом перечисления всех его элементов.

Например, если множество А состоит из чисел 1,3,5,7 и 9, то мы зададим это множество, т.к. все его элементы оказались перечисленными. При этом используется следующая запись: {1,3,5,7,9}

Такая форма задания множеств применяется в том случае, когда оно имеет небольшое количество элементов.

- 2. Через характеристическое свойство его элементов

Характеристическое свойство – это такое свойство, которым обладает каждый элемент, принадлежащий множеству, и не обладает ни один элемент, который ему не принадлежит.

Например, множество A={1,3,5,7,9} можно задать через характеристическое свойство – множество однозначных, нечетных натуральных чисел.

Так множества обычно задают в том случае, когда множество содержит большое количество элементов или множество бесконечно.

СИМВОЛИЧЕСКАЯ ФОРМА ЗАДАНИЯ МНОЖЕСТВ

А – это множество всех натуральных чисел, больших 3 и меньших 10 можно записать таким образом:

- $A = \{ x | x \in N , 3 < x < 10\}$

А
это
множество
всех
натуральных
чисел
больших
меньших

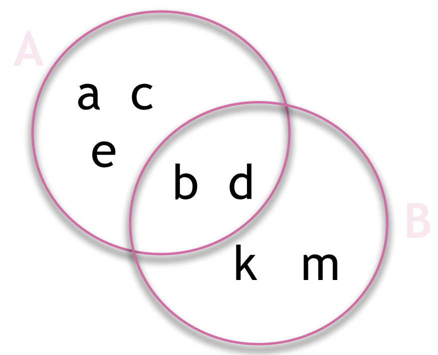
ОТНОШЕНИЯ МЕЖДУ МНОЖЕСТВАМИ

- I. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}
  B={b, d, k, m}

Эти множества имеют общие элементы. В этом случае говорят, что множества пересекаются.

Множества А и В называются пересекающимися, если они имеют общие элементы.

Отношения между множествами наглядно представляют с помощью особых чертежей, называемых кругами Эллера.

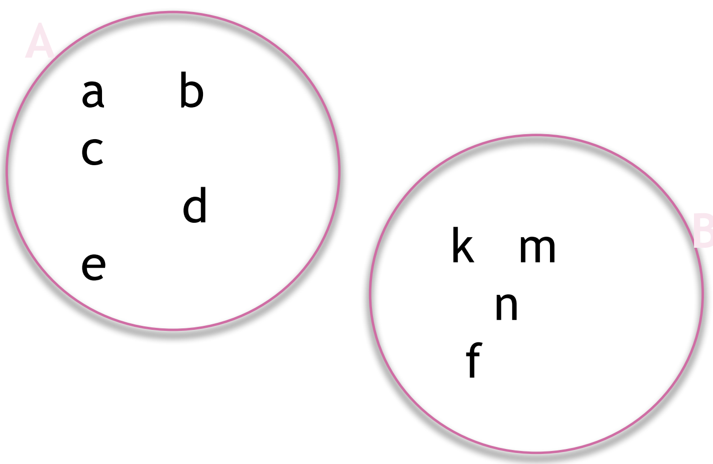


- II. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}

  B={k, m, n, f}

Множества не имеют общих элементов. В этом случае говорят, что множества не пересекаются.

Множества A и B называются непересекающимися, если они не имеют общих элементов



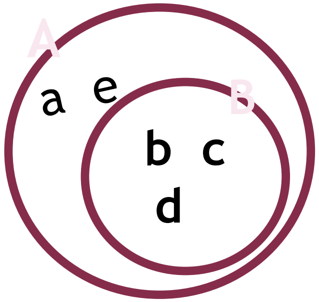
- III. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}

  B={b, c, d}

Эти множества называются пересекающимися, и, кроме того, каждый элемент множества В являются элементом множества А.

В этом случае говорят, что множество В является подмножеством множества А и пишут: $B \subset A$

- ✔ Множество В называется подмножеством множества А, если каждый элемент множества В является также элементом множества А.
- ✔ Пустое множество является подмножеством любого множества. $\varnothing \subset A$
- ✔ Любое множество является подмножеством самого себя. $A \subset A$

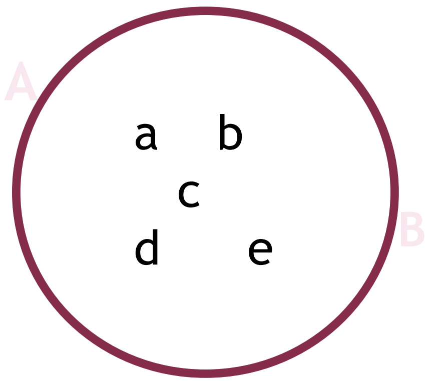


- IV. Рассмотрим 2 множества: A={a, b, c, d, e}
  B={c, d, a, b, e}

Эти множества пересекаются, причем каждый элемент множества A является элементом множества B (A ⊂ B), и наоборот, каждый элемент множества B является элементом множества A (B ⊂ A).

В этом случае говорят, что множества равны и пишут: A = B.

Множества A и B называются равными, если A ⊂ B и B ⊂ A



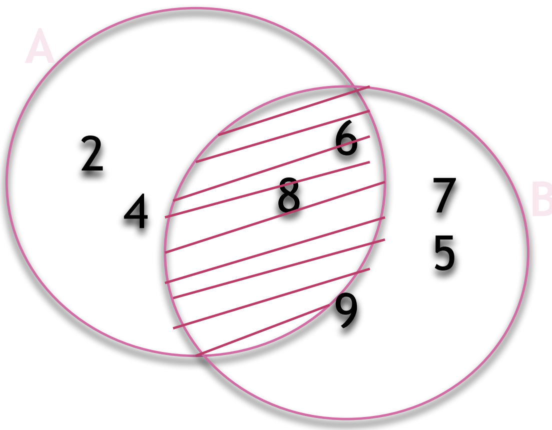
Операции над множествами

I. Пересечение множеств

Пересечением множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и множеству B.

A={2,4,6,8}
B={5,6,7,8,9}

C=A⋂B
C={6,8}

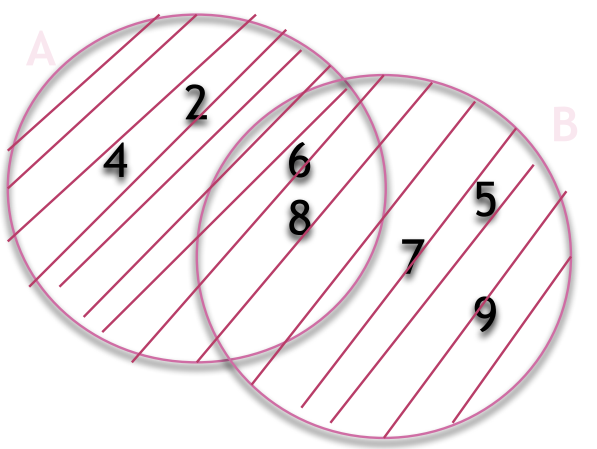


II. Объединение множеств

Объединением множеств А и В называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству А или множеству В.

А={2,4,6,8}
В={5,6,7,8,9}

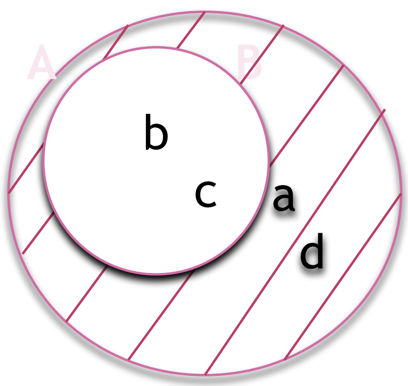
$C = A \cup B$
С={2,4,5,6,7,8,9}



III. Вычитание множеств

Разностью множеств A и B называется множество, содержащее те и только те элементы, которые принадлежат множеству A и не принадлежат множеству B.

$A \setminus B = \{x \mid x \in A$ и $x \notin B\}$



Дополнением множества B до множества A называется множество, содержащее те и только те элементы множества A, которые не принадлежат множеству B.

Декартово произведение множеств

- Упорядоченную пару, образованную из элементов множеств A и B принято записывать, используя круглые скобки (a, b).
- Элемент a называют первой координатой (компонентой) пары, а элемент b – второй координатой (компонентой) пары.
- Декартовым произведением множеств A и B называется множество всех пар, первая компонента которых принадлежит множеству A, а вторая компонента принадлежит множеству B.

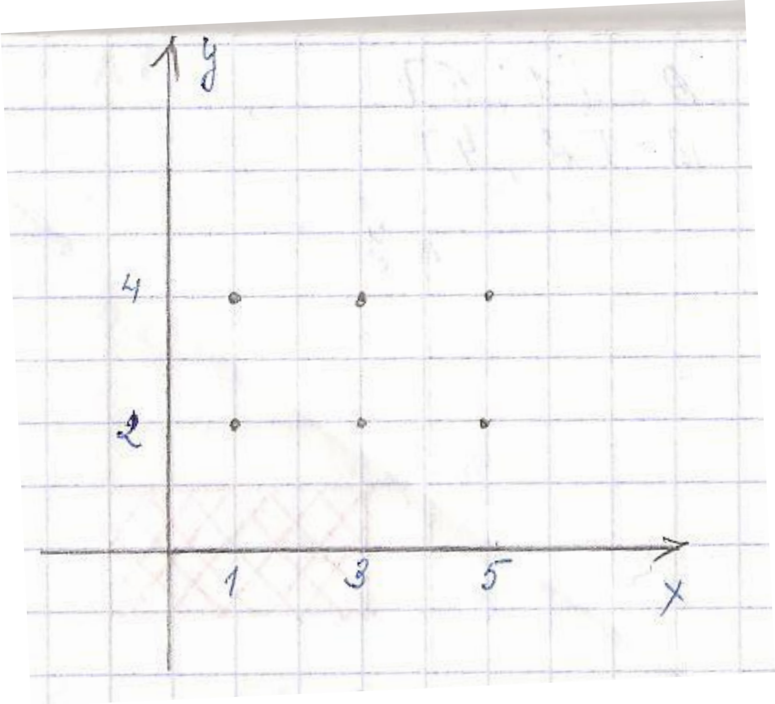
$$A \times B = \{ (x; y) \mid x \in A, y \in B \}$$

ПРИМЕР 1

A={1,3,5}

B={2,4}

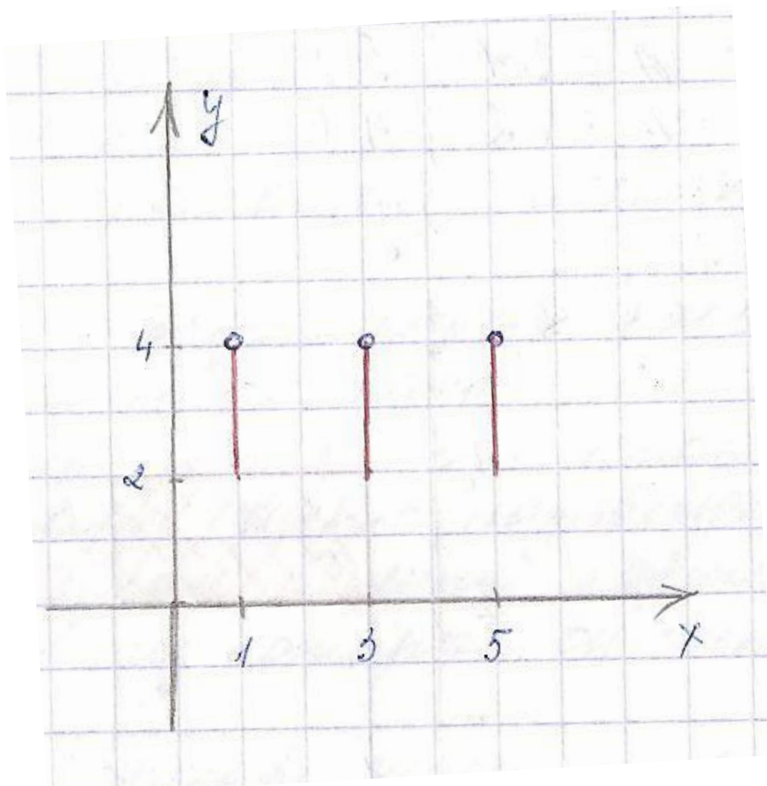
A·B={(1;2), (1;4), (3;2), (3;4), (5;2), (5;4)}



ПРИМЕР 2

A={1,3,5}

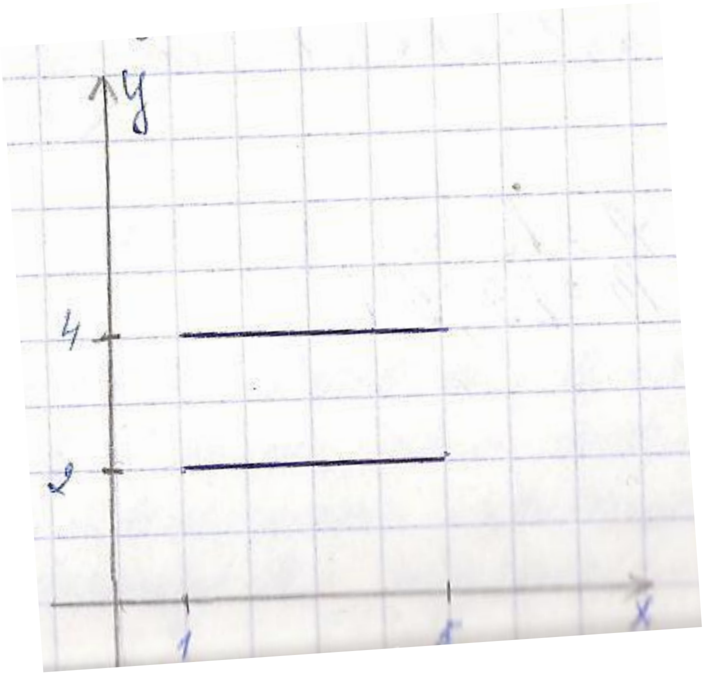
B=[2,4] или B={y|y Є R, 2≤y≤4}



ПРИМЕР 3

A=[1;5]

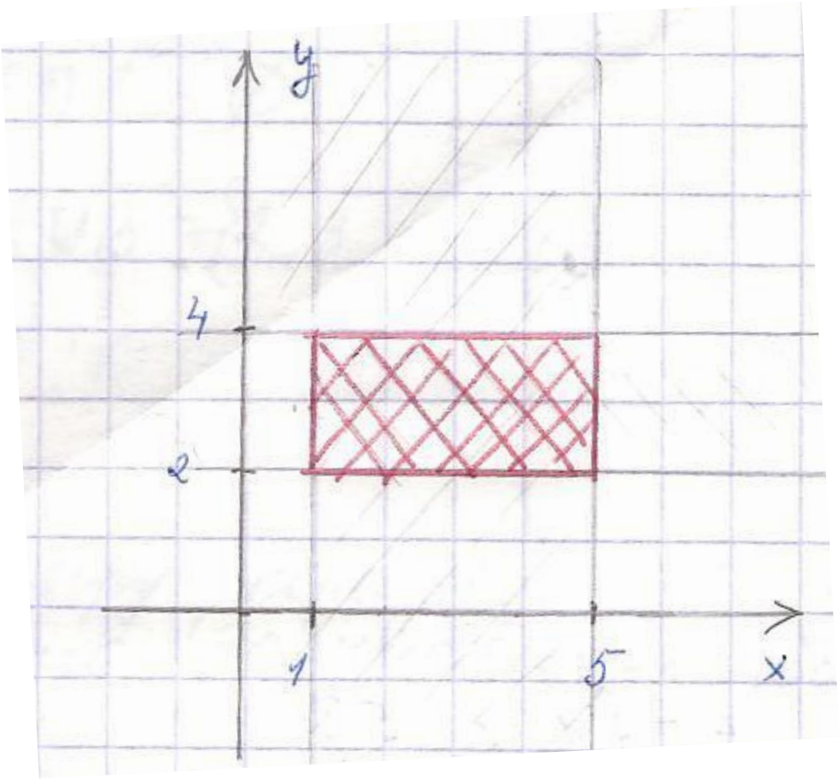
B={2,4}



ПРИМЕР 4

A=[1;5]

B=[2,4]



ПРИМЕР 5

A=[1;5)

B=(2,4]