Иррациональные уравнения

Цель:

- Решить уравнение нестандартным методом.

Уравнение

$$\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}}=1$$

Решение

$$\sqrt{x-4\sqrt{x-4}}+\sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}}=1$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-4})^2-2*\sqrt{x-4}*2+2^2}+\sqrt{(\sqrt{x-4})^2-2*\sqrt{x-4}*3+3^2}=1$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2)}+\sqrt{(\sqrt{x-4}-3)^2}=1$$

Пусть =t (t>0), тогда

Найдем нули подмодульного выражения

t-2=0 t-3=0

t=2 t-3

Эти нули разобьют числовую прямую на три промежутка, в которых модули имеют свои знаки

$x<2$

$|t-2| = 2-t,\quad |t-3| = 3-t$

$2-t=3-t=1$

$5-2t=1$

$-2t=-4$

$t=2$, не удовлетворяет условию $t<2$, решений нет.

$$2 \le x \le 3$$

$$|t-2| = t-2$$

$$|t-3| = 3-t$$

t-2+3-t=1

1=1 – верно

$2 \le x \le 3$ - решение

x>3

$$|t-2| = t-2$$

$$|t-3| = t-3$$

t-2+t-3=1

2t=6

t=3 – не удовлетворяет условию t>3, решений нет

$$2 \le \sqrt{x-4} \le 3$$

$$4 \le x-4 \le 9$$

$$8 \le x \le 13$$

Ответ: $8 \le x \le 13$

Заключение

- Цель достигнута.
- Уравнение решено методом выделения полного квадрата двучлена.

Выделение квадрата двучлена.

Хоть и самый длинный, но самый увлекательный метод.

Охватывает сразу несколько областей математики.

Этот метод понравится всем тем, кто привык искать сложные пути решений.