

Иррациональные уравнения

Цель:

- Решить уравнение нестандартным методом.

Уравнение

$$\sqrt{x-4\sqrt{x-4}} + \sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}} = 1$$

Решение

$$\sqrt{x-4}\sqrt{x-4} + \sqrt{x+5-6\sqrt{x-4}} = 1$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-4})^2 - 2*\sqrt{x-4}*2 + 2^2} + \sqrt{(\sqrt{x-4})^2 - 2*\sqrt{x-4}*3 + 3^2} = 1$$

$$\sqrt{(\sqrt{x-4}-2)^2} + \sqrt{(\sqrt{x-4}-3)^2} = 1$$

Пусть $t = \sqrt{x-4}$ ($t > 0$), тогда

Найдем нули подмодульного выражения

$$t-2=0$$

$$t-3=0$$

$$t=2$$

$$t=3$$

Эти нули разобьют числовую прямую на три промежутка, в которых модули имеют свои знаки





$$x < 2$$

$$|t - 2| = 2 - t, \quad |t - 3| = 3 - t$$

$$2 - t = 3 - t = 1$$

$$5 - 2t = 1$$

$$-2t = -4$$

$t = 2$, не удовлетворяет условию $t < 2$, решений нет.

$$2 \leq x \leq 3$$

$$|t-2| = t-2$$

$$|t-3| = 3-t$$

$$t-2+3-t=1$$

1=1 – верно

$2 \leq x \leq 3$ - решение

$$x > 3$$

$$|t-2| = t-2$$

$$|t-3| = t-3$$

$$t-2+t-3=1$$

$$2t=6$$

$t=3$ – не удовлетворяет условию $t>3$,
решений нет

$$2 \leq \sqrt{x-4} \leq 3$$

$$4 \leq x-4 \leq 9$$

$$8 \leq x \leq 13$$

Ответ: $8 \leq x \leq 13$

Заключение

- Цель достигнута.
- Уравнение решено методом выделения полного квадрата двучлена.

Выделение квадрата двучлена.

Хоть и самый длинный, но самый увлекательный метод.

Охватывает сразу несколько областей математики.

Этот метод понравится всем тем, кто привык искать сложные пути решений.