Открытый обобщающий урок в 9 классе

«Уравнения с одной переменной и методы их решения»

Учитель математики:
Маланичева Татьяна Александровна

«Уравнение - это золотой ключ, открывающий все математические сезамы».

Станислав Коваль

Цель нашего урока:

Повторить виды уравнений с одной переменной и закрепить умения и навыки решения уравнений различными способами.

Виды уравнений с одной переменной

- Рациональные уравнения
  - Целые уравнения
    - Линейные уравнения
    - Квадратные уравнения
      - Неполные
      - Приведённые
      - Биквадратные
    - Уравнения третьей степени
  - Дробные рациональные уравнения

Задание 1:

№1. $\frac{6-x}{3x^2-12} - \frac{2}{x-2} = 1$

№2. $x^3 - 16x = 0;$

№3. $\frac{2x}{15+x} = 3.$

№4. $x^4 - 7x^2 + 12 = 0;$

№5. $x^3 + 3x^2 - 2x - 6 = 0;$

№6. $2 - 3(x + 2) = 5 - 2x;$

№7. $\frac{x-4}{3} + \frac{x}{2} = 5;$

№8. $x^2 - 8x + 7 = 0;$

№9. $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60.$

№10. $25 - 100x^2 = 0$

№1. $\dfrac{6-x}{3x^2-12} - \dfrac{2}{x-2} = 1$

Решение: $\dfrac{6-x}{3(x^2-4)} - \dfrac{2}{x-2} = 1$ $\dfrac{6-x}{3(x-2)(x+2)} - \dfrac{2}{x-2} = 1$

ОДЗ: $3(x-2)(x+2) \neq 0$

$x - 2 \neq 0$ и $x+2 \neq 0$

$x \neq 2$ $x \neq -2$

$(6-x) - 2 \cdot 3(x + 2) = 3(x^2 - 4)$,

$6 - x - 6x - 12 = 3x^2 - 12$,

$-3x^2 - 7x + 6 = 0$,

$3x^2 + 7x - 6 = 0$,

$D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 49 + 72 = 121 > 0$, 2 корня

$x_1 = \dfrac{-7-11}{6} = -3$, $x_2 = \dfrac{-7+11}{6} = \dfrac{4}{6} = \dfrac{2}{3}$.

корень уравнения

корень уравнения

Ответ : -3; $\dfrac{2}{3}$.

№2. $x^3 - 16x = 0$

Решение: *Разложим левую часть уравнения на множители*

$x(x^2 - 16)=0,$

$x(x - 4)(x + 4) = 0,$

$x = 0$ или $x - 4 = 0$ или $x + 4 = 0$

$x = 4$ $\qquad x = -4$

Ответ: -4; 0; 4.

№3. $\dfrac{2x}{15+x}=3.$

Решение:

ОЗ: 15+x

$$\frac{2x}{15+x}(15+x)=3(15+x),$$

2x = 45 + 3x,

2x – 3x = 45,

-x = 45,

x = -45.

Если x = -45, то 15+(-45)= -30≠0, значит x = -45 – корень уравнения.

Ответ : - 45.

№4. $x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

Решение:

Решение:

$x^4 - 7x^2 + 12 = 0$

Пусть $x^2 = t$, $t > 0$, тогда

$t^2 - 7t + 12 = 0$,

По теореме обратной теореме Виета

$t_1 + t_2 = 7$,

$t_1 \cdot t_2 = 12$,

$t_1 = 3$; $t_2 = 4$.

$x^2 = 3$ или $x^2 = 4$

$x_1 = -\sqrt{3}$, $x_3 = -2$,

$x_2 = \sqrt{3}$ $x_4 = 2$.

Ответ : $-\sqrt{3}$; $\sqrt{3}$; -2; 2.

№5. $x^3 + 3x^2 – 2x – 6 = 0$

Решение: *Воспользуемся методом группировки*

$(x^3 + 3x^2) – (2x + 6) = 0,$

$x^2 (x + 3) – 2(x + 3) = 0,$

$(x + 3)(x^2 - 2)=0,$

$x + 3 =0$ или $x^2 - 2=0$

$x = -3 \qquad x^2 = 2$

$x = \pm\sqrt{2}$

Ответ: $-3; -\sqrt{2}; \sqrt{2}.$

№6. $2 - 3(x + 2) = 5 - 2x$;

Решение: $2 - 3x - 6 = 5 - 2x$,

$-3x + 2x = 6 - 2 + 6$,

$-x = 10$,

$x = -10$.

Ответ: $x = -10$.

№7. $\frac{x-4}{3} + \frac{x}{2} = 5;$

Решение: $\frac{x-4}{3} + \frac{x}{2} = 5; \quad \Big| \cdot 6$

$2(x - 4) + 3x = 30;$

$2x – 8 + 3x = 30;$

$5x = 38;$

$x = 7{,}6.$

Ответ: $x = 7{,}6.$

№8. $x^2 - 8x + 7 = 0$

Решение: по теореме обратной теореме Виета: $x_1 + x_2 = 8$,

$x_1 \bullet x_2 = 7$.

$x_1 = 1$, $x_2 = 7$.

Ответ: 1;7.

№9. $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$

Решение: $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) = -60$,

Пусть $x^2 + 4x = t$, тогда

$t(t - 17) = -60$,

$t^2 - 17t + 60 = 0$,

По теореме обратной теореме Виета:

$t_1 + t_2 = 17$,

$t_1 \cdot t_2 = 60$,

$t_1 = 5$; $t_2 = 12$.

$x^2 + 4x = 5$	или	$x^2 + 4x = 12$
$x^2 + 4x - 5 = 0$		$x^2 + 4x - 12 = 0$

По теореме обратной теореме Виета:

$x_1 + x_2 = -4$,	$x_1 + x_2 = -4$,
$x_1 \cdot x_2 = -5$,	$x_1 \cdot x_2 = -12$,
$x_1 = -5$; $x_2 = 1$,	$x_3 = -6$; $x_4 = 2$

Ответ : -6; -5; 1; 2.

№10. $25-100x^2 = 0$

Решение: *Разложим левую часть уравнения на множители*

$(5 - 10x)(5 + 10x) = 0,$

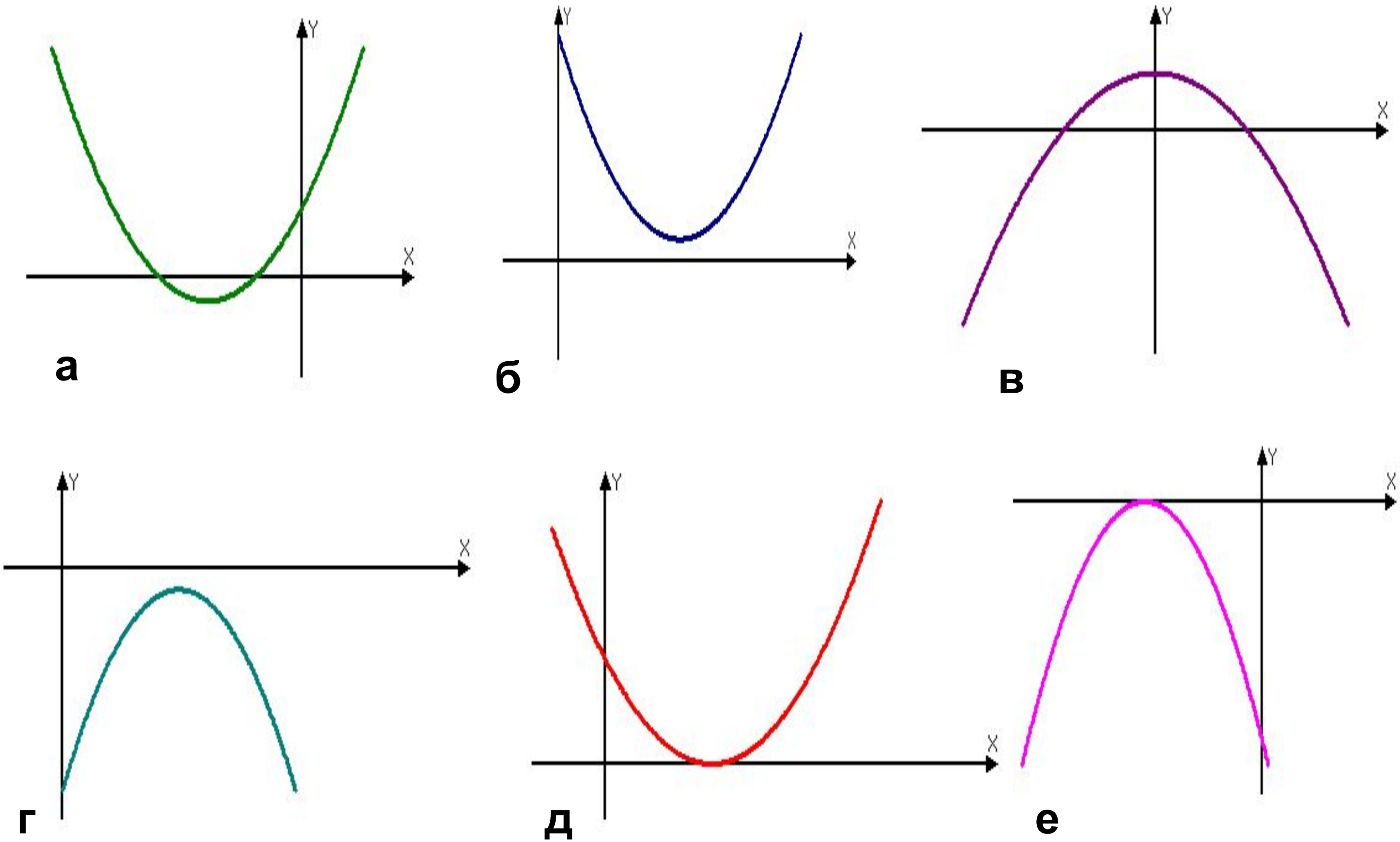
$5 - 10x = 0$ или $5 + 10x = 0$

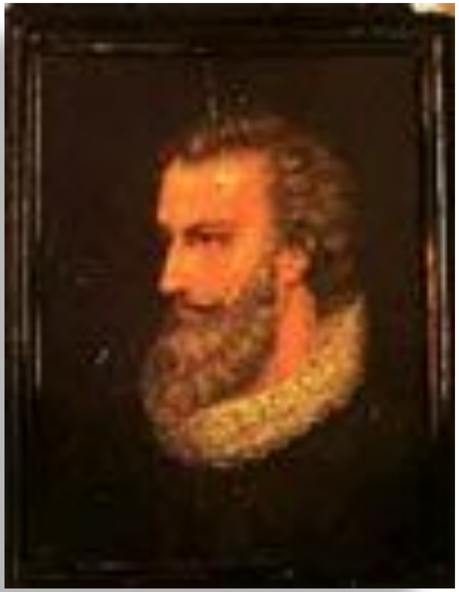
$-10x = -5$ $\qquad$ $10x = -5$

$x = 0{,}5$ $\qquad$ $x = -0{,}5$

Ответ: -0,5; 0,5.

Задание 3. Назовите число корней уравнения $ax^2+bx+c=0$ и знак коэффициента a, если график соответствующей квадратичной функции расположен следующим образом:





Франсуа Виет
1540 - 1603

Франсуа Виет (1540 -1603гг.) - французский математик. В 1591г. ввёл буквенные обозначения не только для неизвестных величин, но и для коэффициентов уравнений; благодаря этому стало впервые возможным выражение свойств уравнений и их корней общими формулами. Ему принадлежит установление единообразного приёма решения уравнений 2-й, 3-й и 4-й степеней. Среди открытий сам Виет особенно высоко ценил установление зависимости между корнями и коэффициентами уравнений. Для приближённого решения уравнений с численными коэффициентами Виет предложил метод, сходный с позднейшим методом Ньютона. В тригонометрии Виет дал полное решение задачи об определении всех элементов плоского или сферического треугольника по трём данным, нашёл важные разложения cos nx и sin nx по степеням cos x и sin x. Виет впервые рассмотрел бесконечные произведения.

Рене Декарт 1596 - 1659

Рене Декарт (1596-1659) - французский ученый. Его увлечением в основном была наука, больше всего он увлекался математикой, которая привлекла его достоверностью своих выводов. Декарт впервые ввел понятие переменной величины и функции. Двоякий образ переменной обусловил взаимопроникновение геометрии и алгебры, к которому стремился Декарт. Он ввел общепринятые теперь знаки для переменных и искомых величин (x, y, z, ...) и для буквенных коэфф. (a, b, c, ...). Записи формул алгебры почти не отличаются от современных. Большое значение для формулировок общих теорем алгебры имело запись уравнений, при которой в одной из частей стоит 0. Декарт положил начало исследованию свойств уравнений; сформулировал положение о том, что число действительных и комплексных корней уравнения равно его степени. Декарт сформулировал правило законов для определения числа положительных и отрицательных корней уравнения; доказал, что уравнение третьей степени разрешимо в квадратных радикалах и решается с помощью циркуля и линейки.

Выдающиеся итальянские математики XVIвека

Сципион дель- Ферро
(1465 -1526)

Фиоре Николо Тарталья
(ок. 1499 -1557)

Электронный справочник «Уравнения с одной переменной и способы их решений»

«Проверь себя»

Критерии оценок:

«3» - 2 уравнение

«4» - 3 уравнения

«5» - 4 уравнения

Решите уравнение:

Уровень А

№1. Укажите отрицательный корень уравнения $5x^2 + 7(x - 2) = 4x^2 - 14$.

Проверь себя!

№2. $2(11+2,5x)=12-6(x+2)$

Проверь себя!

№3. $$\frac{3x}{x-1}-\frac{2x}{x+2}=\frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}.$$

Проверь себя!

Уровень В

№4. $x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0.$

Проверь себя!

№5. $(x^2 - 7x + 13)^2 - (x - 3)(x - 4) = 1.$

Проверь себя!

Уровень А

Проверь себя!

№1. Укажите отрицательный корень уравнения

$5x^2 + 7(x - 2) = 4x^2 - 14$.

***Ответ:** $x = -7$.*

Уровень А

Проверь себя!

№1. Укажите отрицательный корень уравнения
$5x^2 + 7(x - 2) = 4x^2 - 14$.

Решение: $5x^2 + 7(x - 2) = 4x^2 - 14$,

$5x^2 + 7x - 14 = 4x^2 - 14$,

$5x^2 - 4x^2 + 7x - 14 + 14 = 0$,

$x^2 + 7x = 0$,

$x(x + 7) = 0$,

$x = 0$ или $x + 7 = 0$,

$x = -7$.

Ответ: $x = -7$.

Уровень А

Проверь себя!

№2.

$2(11+2{,}5x)=12-6(x+2)$

Ответ: $x = -2$.

Уровень А

Проверь себя!

№2.

2(11+2,5x)=12-6(x+2)

Решение:

22 + 5x = 12 – 6x – 12,

5x + 6x = 12 – 12 – 22,

11x = -22,

x = -2.

Ответ: x= -2.

Уровень А

Проверь себя!

№3. $$\frac{3x}{x-1}-\frac{2x}{x+2}=\frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}.$$

Ответ: -3.

Проверь себя!

Уровень А

№3. $\frac{3x}{x-1} - \frac{2x}{x+2} = \frac{3x-6}{(x-1)(x+2)}$.

Решение:

ОЗ: (x-1)(x+2)

$3x(x + 2) – 2x(x - 1)= 3x – 6,$

$3x^2 + 6x – 2x^2 + 2x -3x + 6 =0,$

$x^2 + 5x + 6 =0$

$D= 5^2 -4\cdot 6 = 1>0$, 2 корня.

$x_1= \frac{-5-1}{2} = -3,$

$x_2= \frac{-5+1}{2} = -2.$

Если $x_1= -3$, $(-3-1)(-3 + 2) = 4\neq 0$, значит $x_1= -3$ – корень уравнения.

Если $x_2= -2$, $(-2 + 1)(-2 + 2)=0$, значит $x_2= -2$ не является корнем уравнения.

Ответ : -3.

Уровень В

Проверь себя!

№4.

Ответ : -3; -2; 2.

Уровень В

Проверь себя!

№4.

Решение:

$x^3 + 3x^2 - 4x - 12 = 0,$

$(x^3 + 3x^2) - (4x + 12) = 0,$

$x^2(x + 3) - 4(x + 3) = 0,$

$(x + 3)(x^2 - 4) = 0,$

$x + 3 = 0$ или $x^2 - 4 = 0,$

$x_1 = -3$ $\quad$ $(x - 2)(x + 2) = 0,$

$x - 2 = 0$ или $x + 2 = 0$

$x_2 = 2$ $\quad$ $x_3 = -2$

Ответ : -3; -2; 2.

Уровень B

Проверь себя!

№5.

Ответ : 3; 4.

Уровень В

Проверь себя!

№5. Решение:

$(x^2 - 7x + 13)^2 – (x - 3)(x - 4) = 1,$

$(x^2 - 7x + 13)^2 – (x^2 - 7x + 12) = 1,$

$(x^2 - 7x + 13)^2 – (x^2 - 7x + 12) - 1 = 0,$

Пусть $x^2 - 7x + 13 = t$, тогда

$t^2 - (t – 1) - 1 = 0,$

$t^2 - t + 1 - 1 = 0,$

$t^2 - t = 0,$

$t(t - 1) = 0,$

$t = 0$ или $t - 1 = 0$

$t = 1.$

$x^2 - 7x + 13 = 0$

$D = 49 – 4 \cdot 13 = 49 – 52 = -3 < 0$

уравнение не имеет корней

или

$x^2 - 7x + 13 = 1$

$x^2 - 7x + 12 = 0$

По теореме обратной теореме Виета:

$x_1 + x_2 = 7,$

$x_1 \cdot x_2 = 12,$

$x_1 = 3;\ x_2 = 4.$

Ответ : 3; 4.

Посредством уравнений, теорем
Я уйму всяких разрешал проблем.

Чосер, английский поэт,
средние века.

Домашнее задание:

1) **Работа по карточкам**
2) ***Творческое задание.*** *Составить кроссворд по теме: «Уравнения с одной переменной и методы их решения»*