

# **ДОКЛАД НА ТЕМУ «РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ GEOGEBRA»**

**ХОВАЛЫГ Б.Л.- УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ МБОУ  
ЭЭРБЕКСКОЙ СОШ КЫЗЫЛСКОГО КОЖУУНА РТ.**

При решении уравнений и систем уравнений с параметрами очень удобен и нагляден графический метод решения, особенно с использованием среды GeoGebra.

На уроках математики при изучении уравнений с параметрами использование динамической математики развивает зрительное и пространственное мышление учеников.

А для подготовки учащихся к ОГЭ (23-е задание части 2) и ЕГЭ (18-е задание части 2) можно использовать графический метод решения.

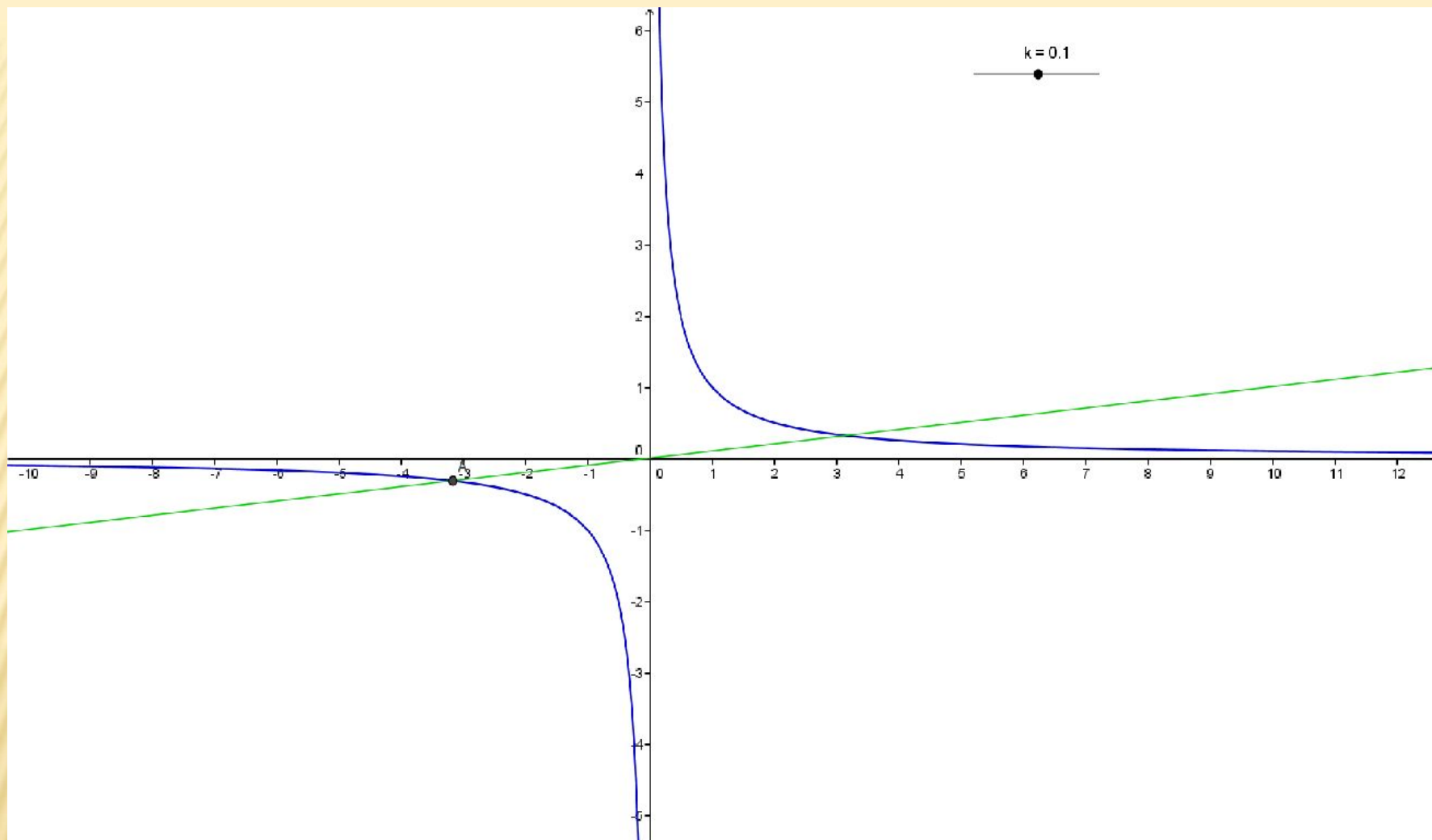
Рассмотрим примеры из открытого текста КИМ-ов ОГЭ 2016 года под редакцией И.В. Яценко.

---

□ **Вариант 1. (23-е задание) Постройте график  $y = \frac{x-3}{x^2-3x}$  и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y=kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.**

□ **Решение:** Преобразуем выражение  $\frac{x-3}{x^2-3x} = \frac{1}{x}$  при условии, что  $x \neq 3$ . Построим график:





Приравняем  $1/x=1/3=3k$ . Отсюда находим  $k=1/9$ . Прямая  $y=kx$  имеет ровно одну общую точку при  $k=1/9$ , что приближённо равно  $0,1$ . Т.е. прямая должна пройти через точку с абсциссой  $3$ .

Ответ:  $k=1/9$ .

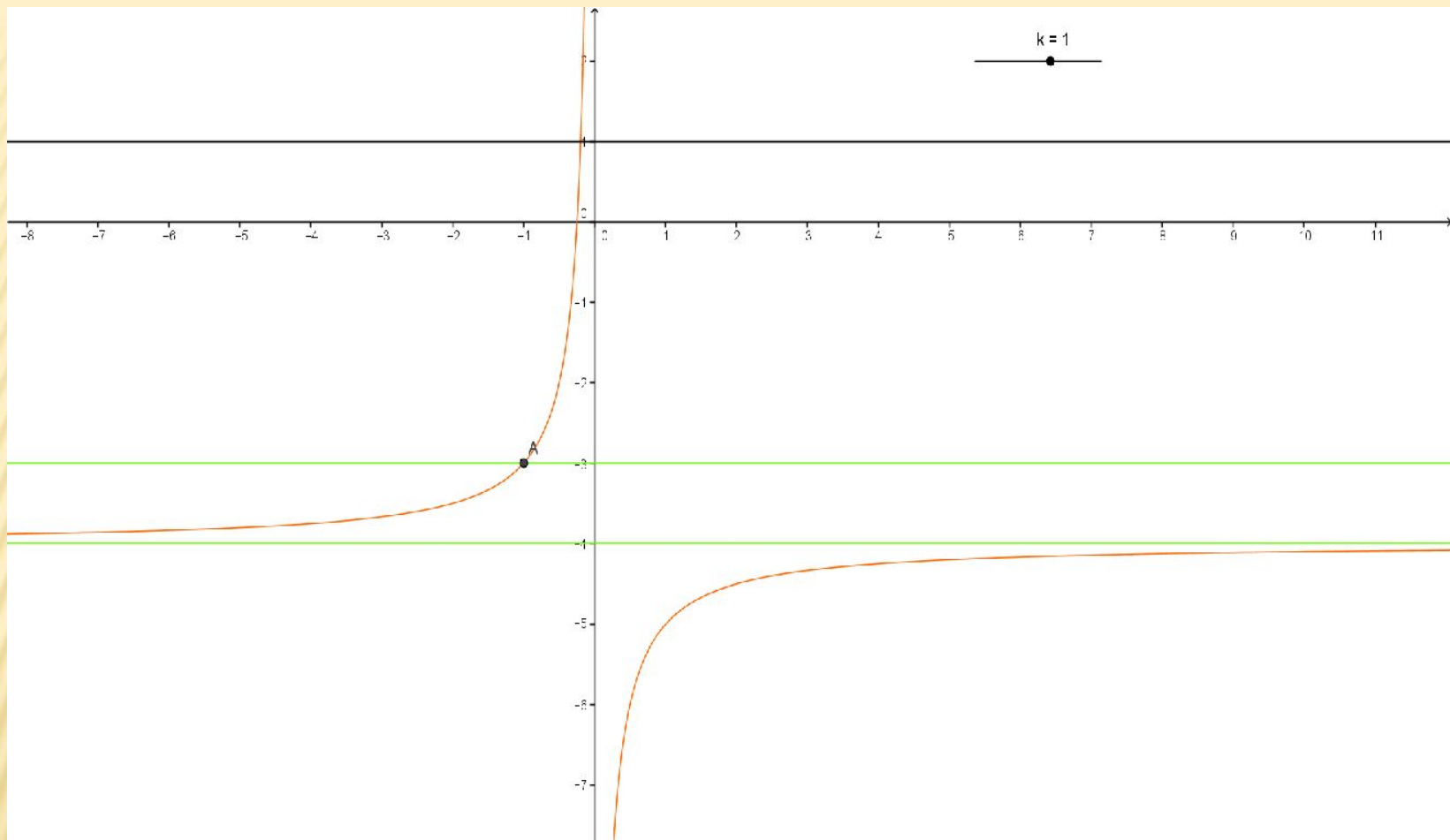
**Вариант 5. (23-е задание) Постройте график функции**

$$y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$$

**и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y=k$  не имеет с графиком общих точек.**

$-4 - \frac{x+1}{x^2+x} = -4 - \frac{1}{x}$  преобразуем выражение  
, при условии, что  $x \neq -1$ .

Построим график:



При  $x=-1$ ,  $y=-3$ , т.е. в этой точке функция имеет точку разрыва.

Изменяя значение параметра через ползунок мы убедимся, что при других значениях прямая и гипербола имеют общую точку.

Поэтому при  $k=-3$ ,  $k=-4$ , прямая  $y=k$  не имеет с графиком ни одной общей точки.

Ответ: -4; -3.

**Вариант 4. (23-е задание) Постройте график функции**

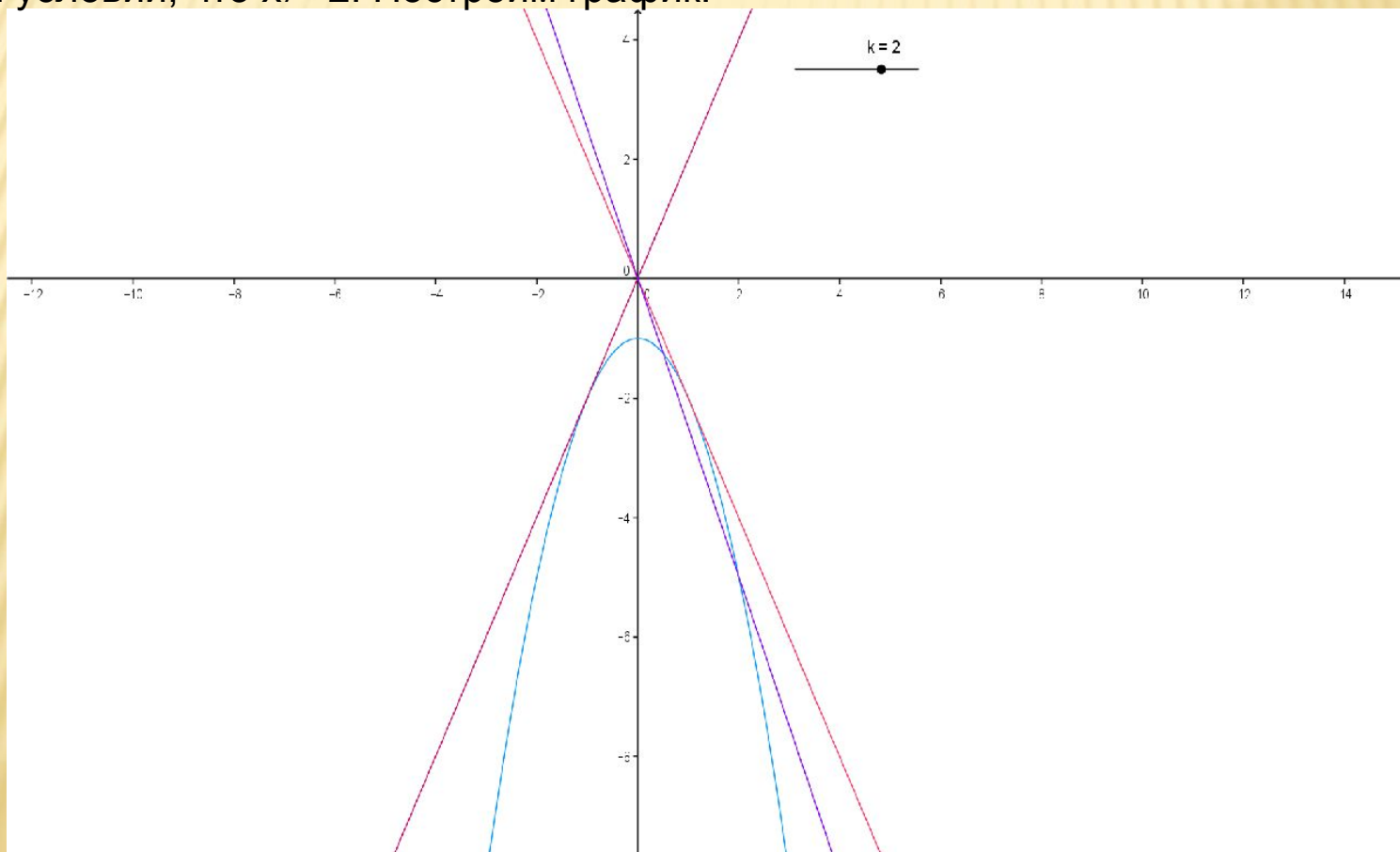
$$y = \frac{(x^2 + 1)(x + 2)}{-2 - x}$$

**и определите, при каких значениях  $k$  прямая  $y=kx$  имеет с графиком ровно одну общую точку.**

Решение: Преобразуем выражение

$$\frac{(x^2 + 1)(x + 2)}{-2 - x} = -x^2 - 1$$

при условии, что  $x \neq -2$ . Построим график:





Прямая  $y=kx$  имеет ровно одну общую точку, если она проходит через точку  $(-2;-5)$  или если уравнение

$$-x^2 - 1 = kx$$

имеет один корень. Дискриминант уравнения

$$x^2 + kx + 1 = 0 \quad \text{равен} \quad k^2 - 4 = 0$$

. Получаем, что  $k=-2$ ,  $k=2$ . Подставив вместо  $x=-2$ , получим  $k=2.5$ .

Ответ: 2,5; -2; 2.



Аналогично решаются очень много примеров из открытого текста КИМ-ов ОГЭ.

Примеры из открытого текста КИМ-ов ЕГЭ 2016 года под редакцией И.В. Яценко.

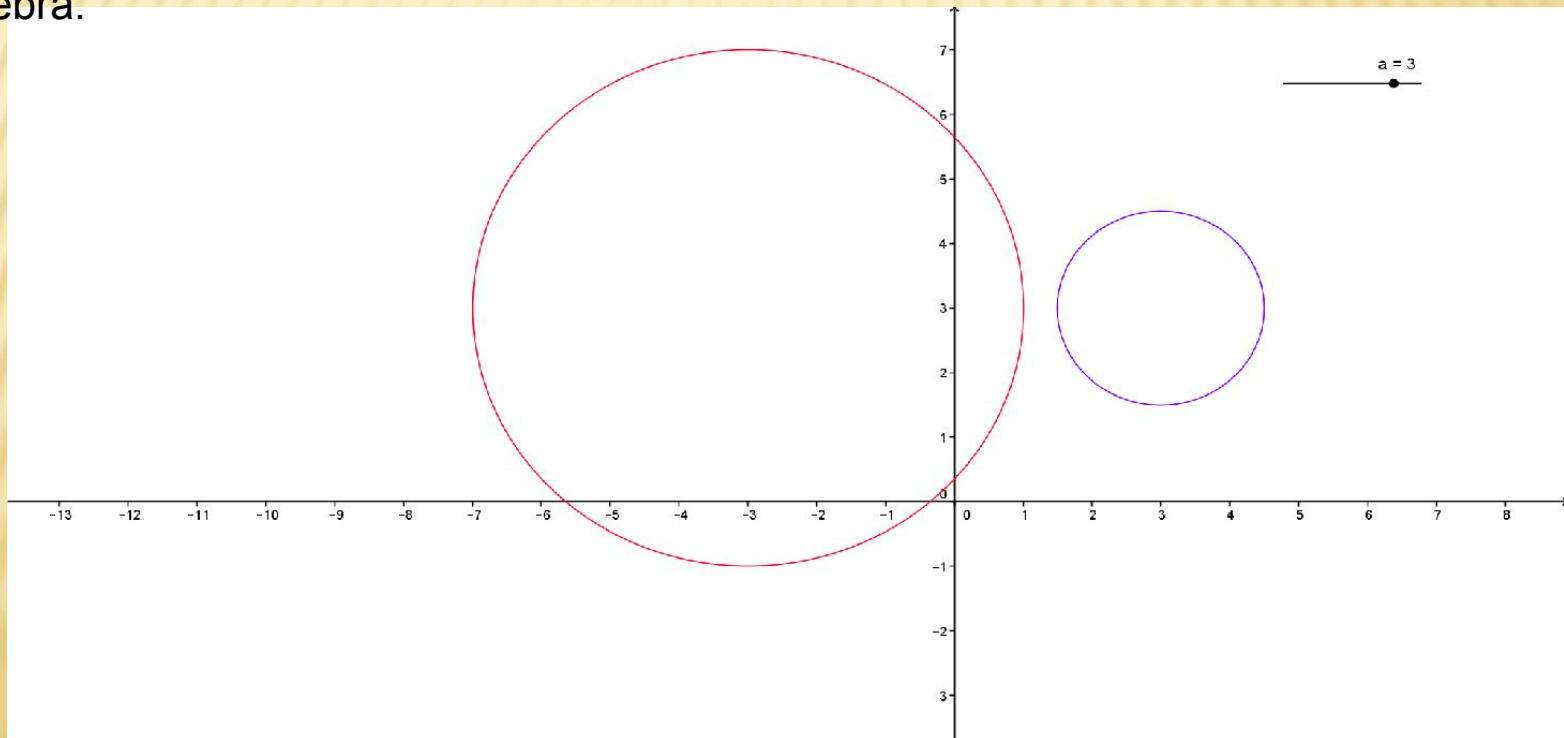
### Тренировочная работа №1 (18-е задание)

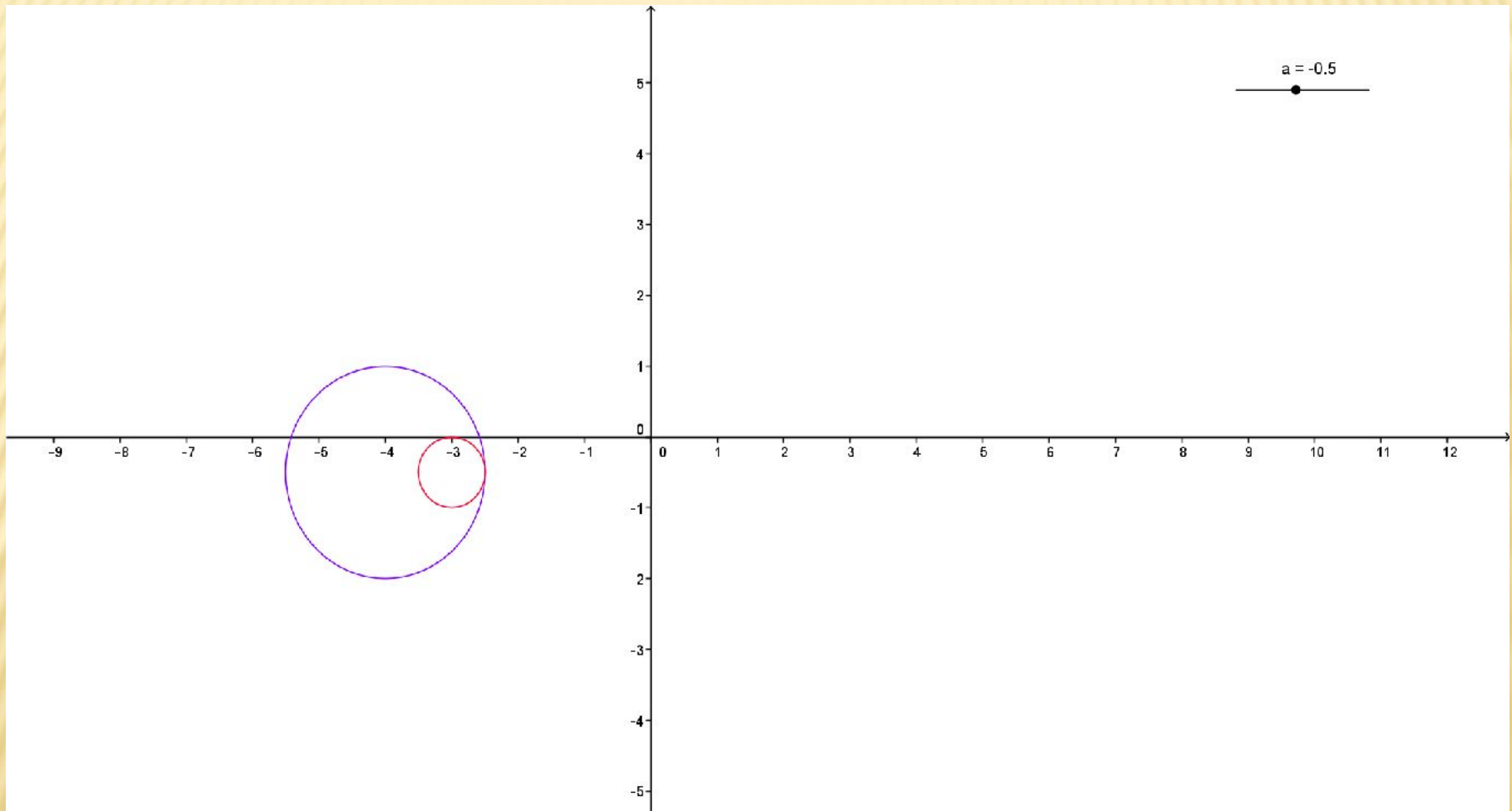
**Найдите все положительные значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений**

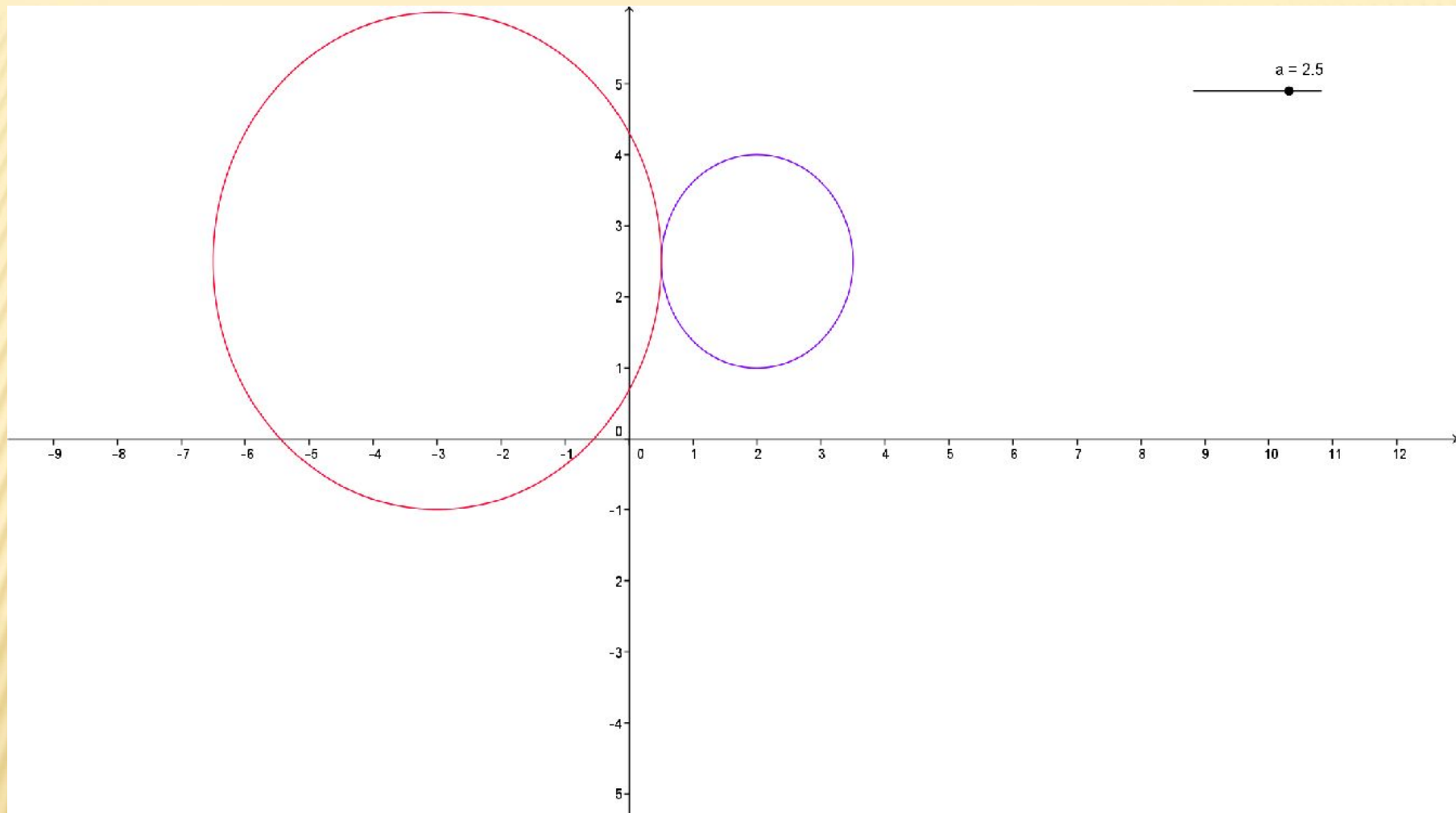
$$\begin{cases} (x - 2a + 3)^2 + (y - a)^2 = 2,25 \\ (x + 3)^2 + (y - a)^2 = a^2 + 2a + 1 \end{cases}$$

**имеет единственное решение.**

Решение: Мы видим, что и первое, и второе уравнения - это уравнения окружностей. Система имеет одно решение в случае, когда окружности касаются. Построим графики в среде GeoGebra.







Мы, передвигая ползунок  $a$ , видим, что при разных значениях параметра окружности либо пересекаются, либо не пересекаются, либо касаются. К условию нашей задачи соответствует только одно решение:  $a=2,5$ .

Ответ:  $a=2,5$ .

**ТР №7. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение**

$$27x^6 + (4a - 2x)^3 + 6x^2 + 8a = 4x$$

**не имеет корней.**

Решение: Преобразовав уравнение, получим, что

$$-3x^2 + 2x = 4a$$

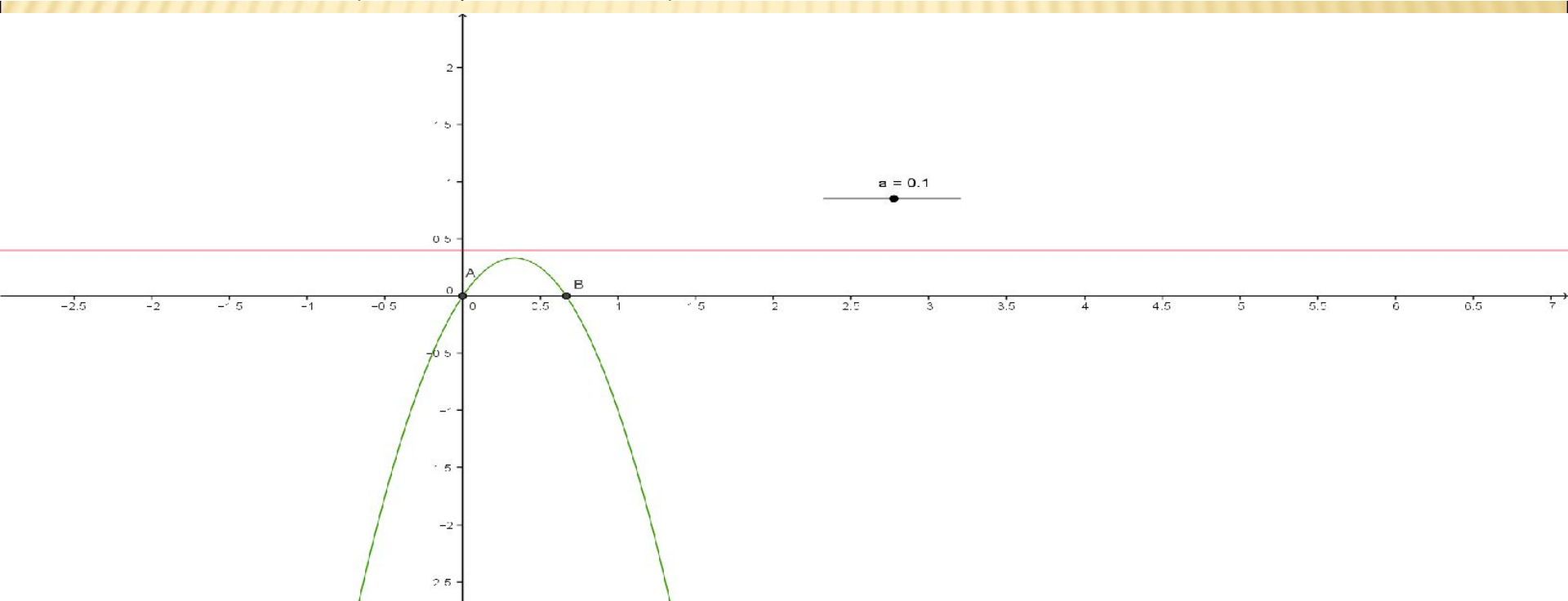
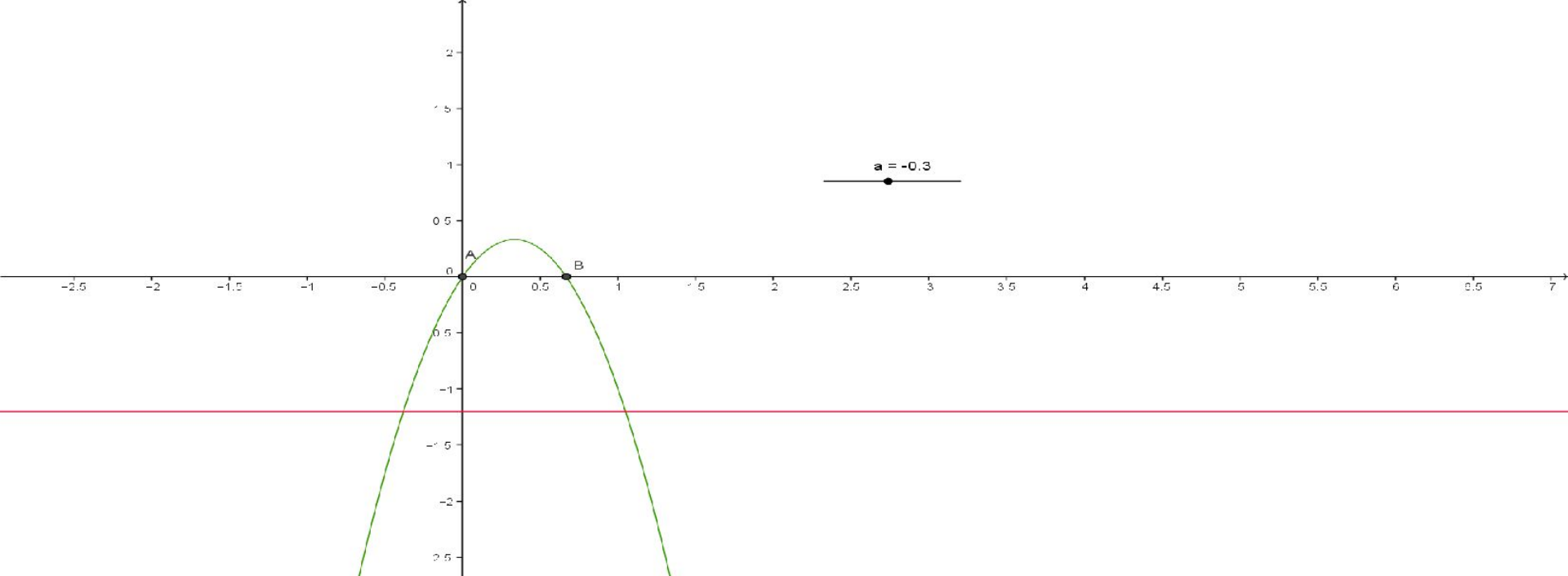
Найдём дискриминант квадратного уравнения и он должен быть меньше нуля:

$$4 - 48a < 0, a > 1/12$$

Построим параболу и прямую через строку ввода. Изменяя ползунок  $a$ , увидим решение. При  $a > 1/12$ , они не пересекаются, т.е. данное уравнение не имеет корней.

Ответ:  $a > 1/12$





**ТР №10. Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение**

$$8x^6 + 4x^2 = (3x + 5a)^3 + 6x + 10a$$

**не имеет корней.**

Решение: Преобразовав уравнение, получим, что

$$2x^2 - 3x = 5a$$

Графически:

Построим параболу и прямую через строку ввода.

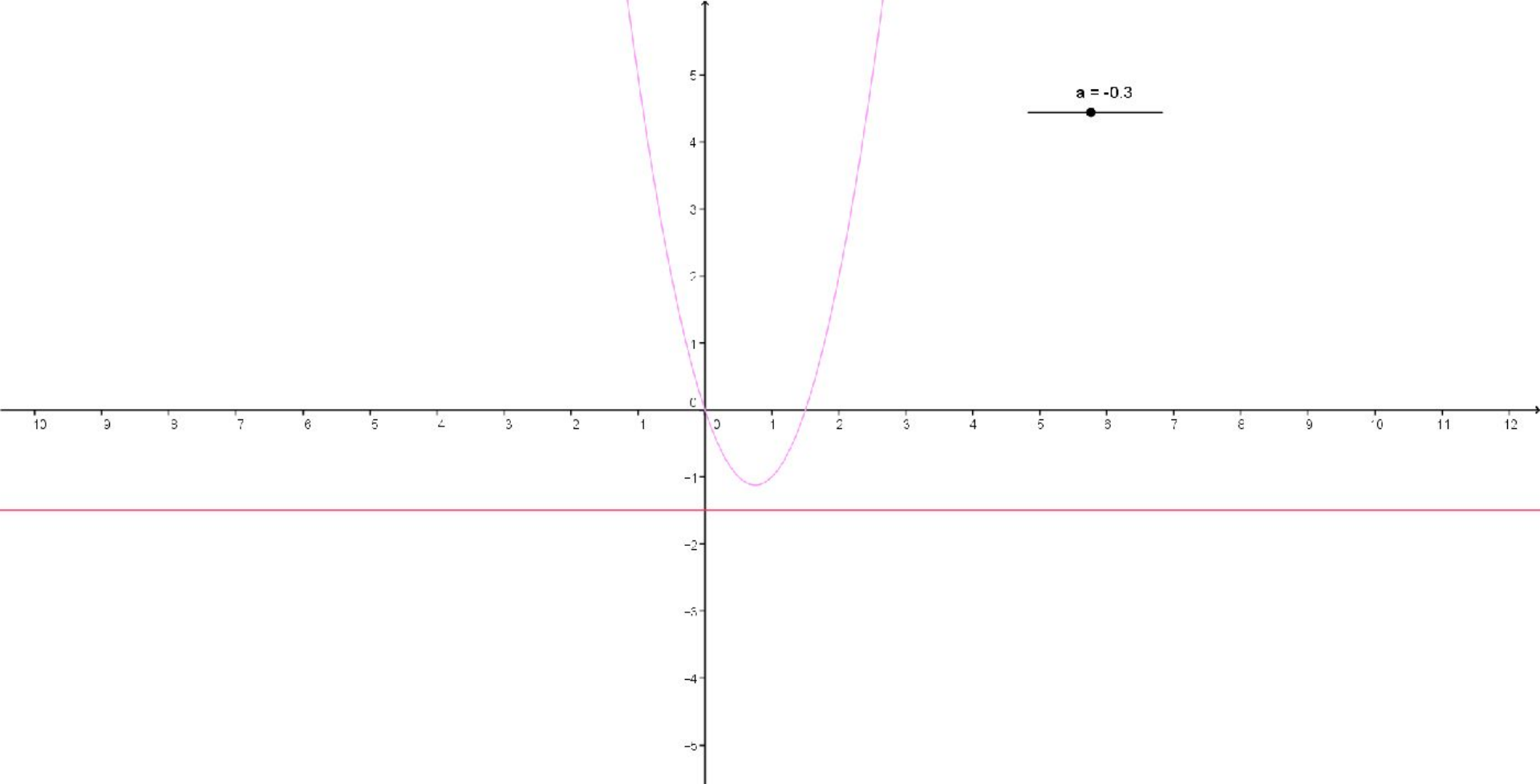
Изменяя ползунок  $a$ , увидим решение.

Аналитически:

Найдём дискриминант квадратного уравнения и он должен быть меньше нуля:  $9 + 40a < 0$ ,  $a < -9/40$ .

При  $a < -9/40$  данное уравнение не имеет корней.

Ответ:  $a < -9/40$ .



Аналогично решаются примеры такого типа некоторых вариантов КИМ-ов ЕГЭ- 2016.

---

**СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!**