ДОКЛАД НА ТЕМУ «РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ И СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ С ПАРАМЕТРАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СРЕДЫ GEOGEBRA»

ХОВАЛЫГ Б.Л.- УЧИТЕЛЬ МАТЕМАТИКИ МБОУ ЭЭРБЕКСКОЙ СОШ КЫЗЫЛСКОГО КОЖУУНА РТ.

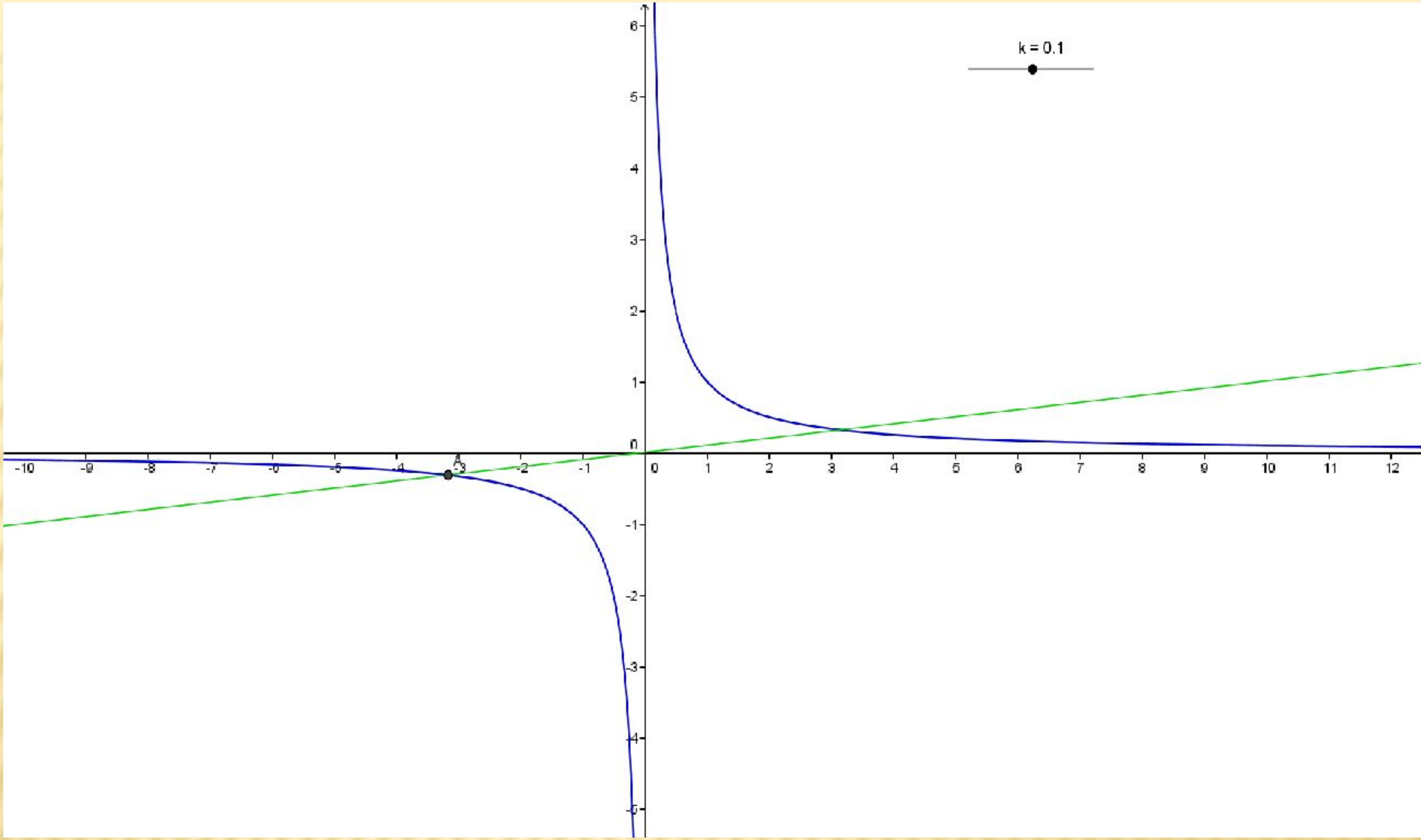
При решении уравнений и систем уравнений с параметрами очень удобен и нагляден графический метод решения, особенно с использованием среды GeoGebra.

На уроках математики при изучении уравнений с параметрами использование динамической математики развивает зрительное и пространственное мышление учеников.

А для подготовки учащихся к ОГЭ (23-е задание части 2) и ЕГЭ (18-е задание части 2) можно использовать графический метод решения.

Рассмотрим примеры из открытого текста КИМ-ов ОГЭ 2016 года под редакцией И.В. Ященко.

- ***Вариант 1. (23-е задание) Постройте график*** $y = \frac{x-3}{x^2-3x}$ ***и определите, при каких значениях k прямая y= kx имеет с графиком ровно одну общую точку***.
- Решение: Преобразуем выражени $\frac{x-3}{x^2-3x} = \frac{1}{x}$ при условии, что x≠3. Построим график:



Приравняем 1/x=1/3=3k. Отсюда находим k=1/9. Прямая *y*= *kx* имеет ровно одну общую точку при k=1/9, что приближённо равно 0,1. Т.е. прямая должна пройти через точку с абсциссой 3.

Ответ: k=1/9.

***Вариант 5. (23-е задание*) Постройте график функции**

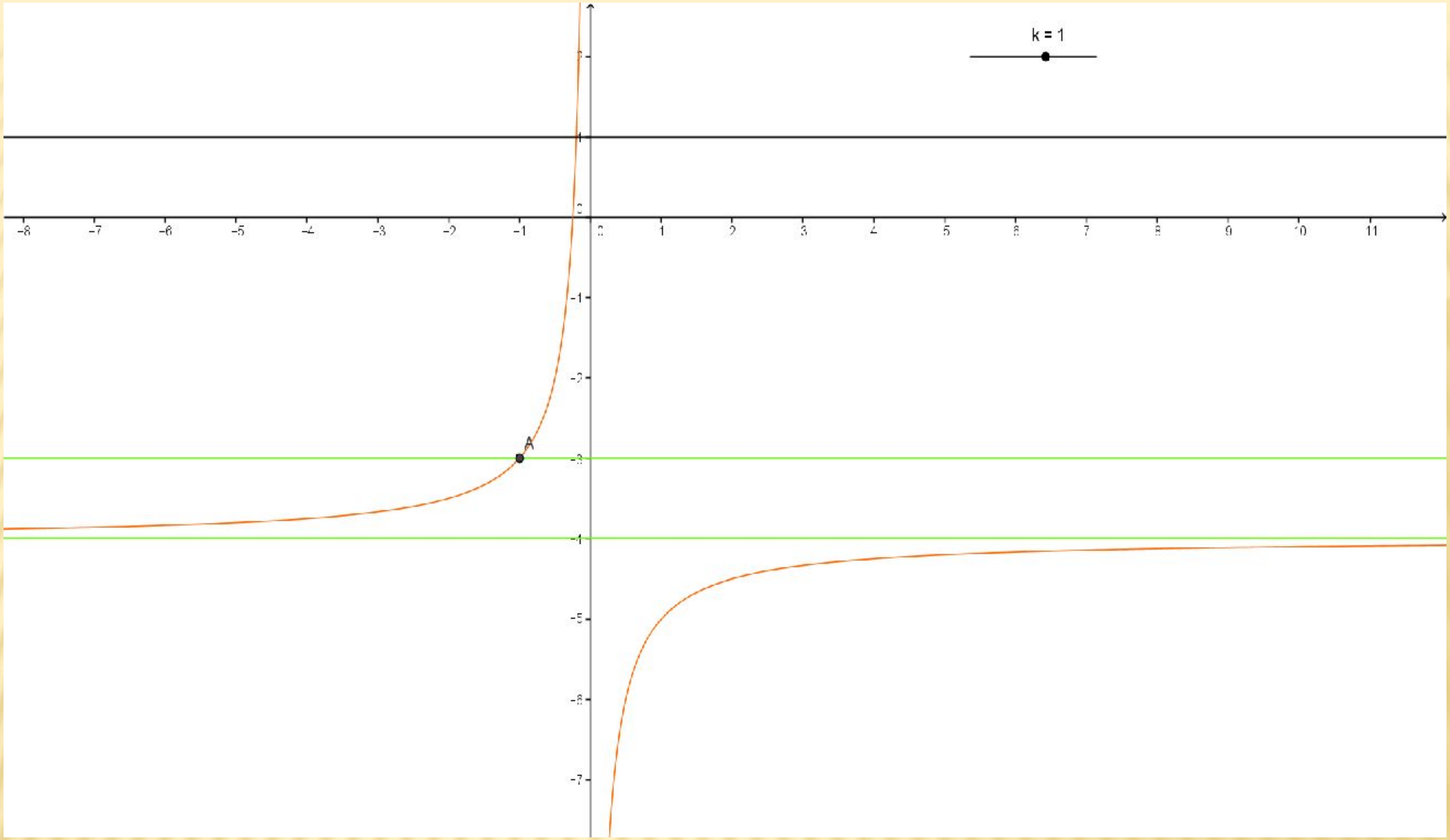
$$y = -4 - \frac{x+1}{x^2+x}$$

и определите, при каких значениях k прямая y=k не имеет с графиком общих точек.

$$-4 - \frac{x+1}{x^2+x} = -4 - \frac{1}{x}$$

Преобразуем выражение, при условии, что $x \neq -1$.

Построим график:



При x=-1, y=-3, т.е. в этой точке функция имеет точку разрыва.
Изменяя значение параметра через ползунок мы убедимся, что при других значениях прямая и гипербола имеют общую точку.

Поэтому при k=-3, k=-4, прямая y=k не имеет с графиком ни одной общей точки.

Ответ: -4; -3.

Вариант 4. (23-е задание) **Постройте график функции**

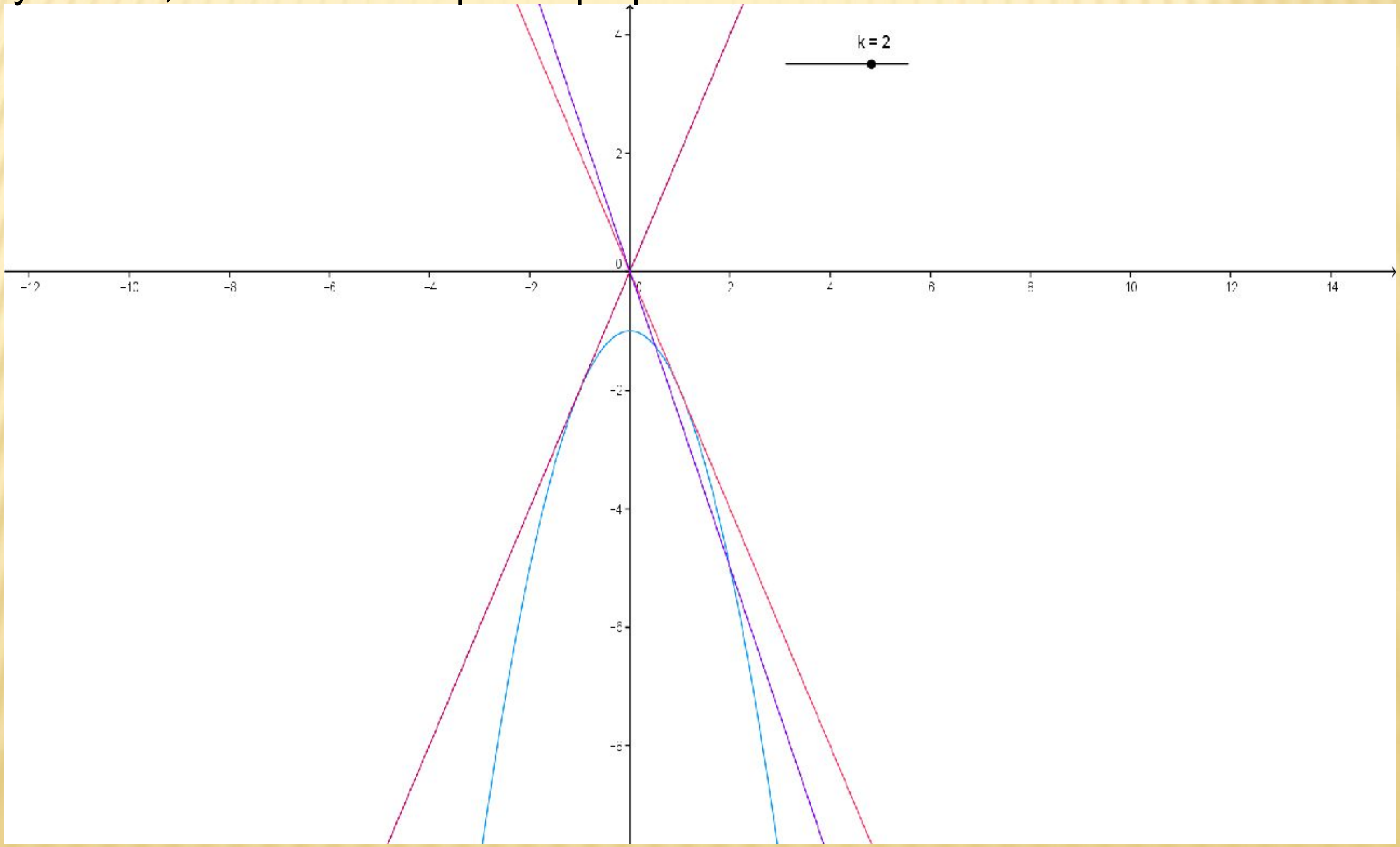
$$y=\frac{(x^2+1)(x+2)}{-2-x}$$

и определите, при каких значениях k прямая y=kx имеет с графиком ровно одну общую точку.

Решение: Преобразуем выражение

$$\frac{(x^2+1)(x+2)}{-2-x}=-x^2-1$$

при условии, что x≠ -2. Построим график:



Прямая y=kx имеет ровно одну общую точку, если она проходит через точку (-2;-5) или если уравнение

$$-x^2 - 1 = kx$$

имеет один корень. Дискриминант уравнения

$x^2 + kx + 1 = 0$ равен $k^2 - 4 = 0$

. Получаем, что k=-2, k=2. Подставив вместо x=-2, получим k=2.5.

Ответ: 2,5; -2; 2.

Аналогично решаются очень много примеров из открытого текста КИМ-ов ОГЭ.

Примеры из открытого текста КИМ-ов ЕГЭ 2016 года под редакцией И.В. Ященко.

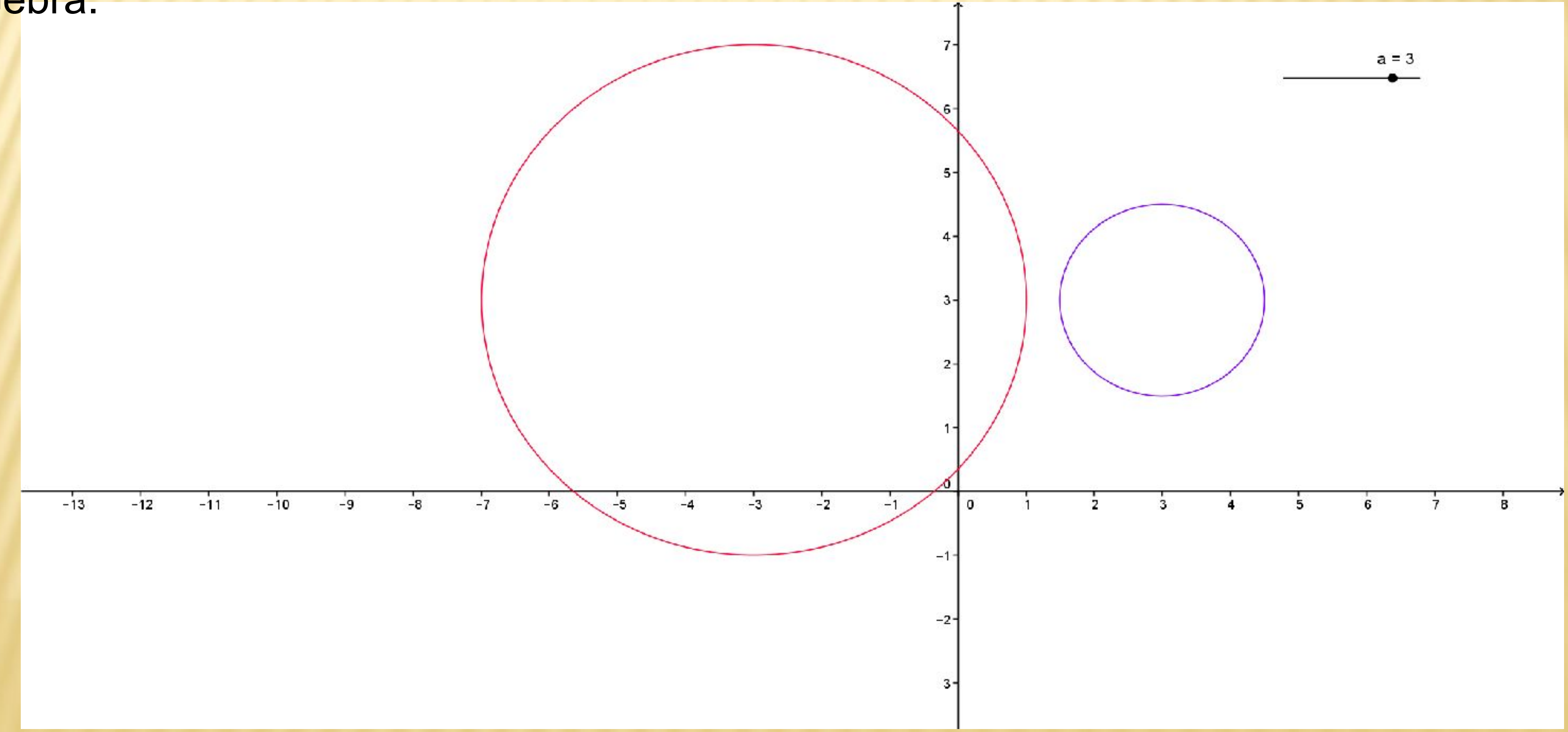
Тренировочная работа №1 (18-е задание)

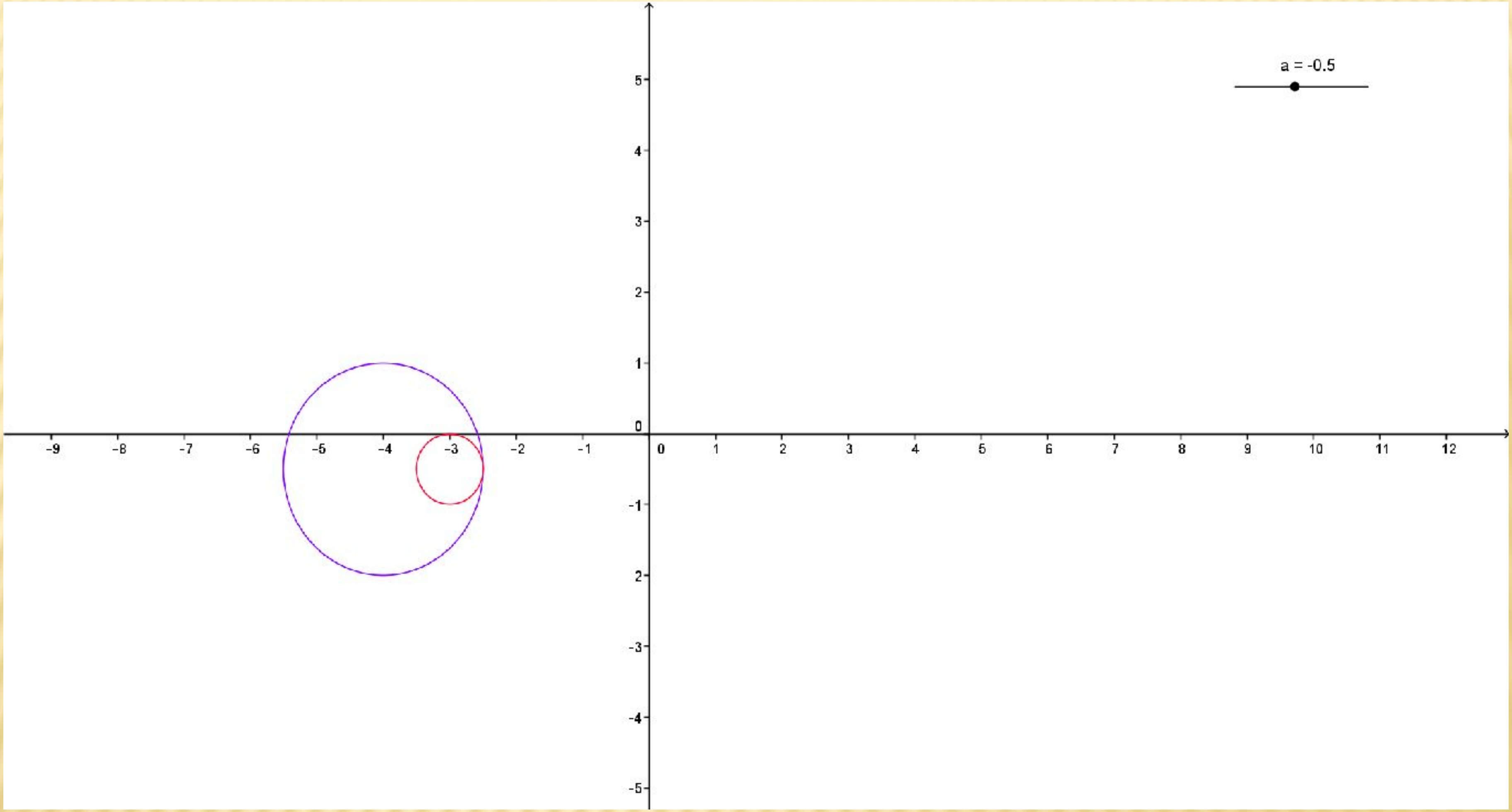
Найдите все положительные значения а, при каждом из которых система уравнений

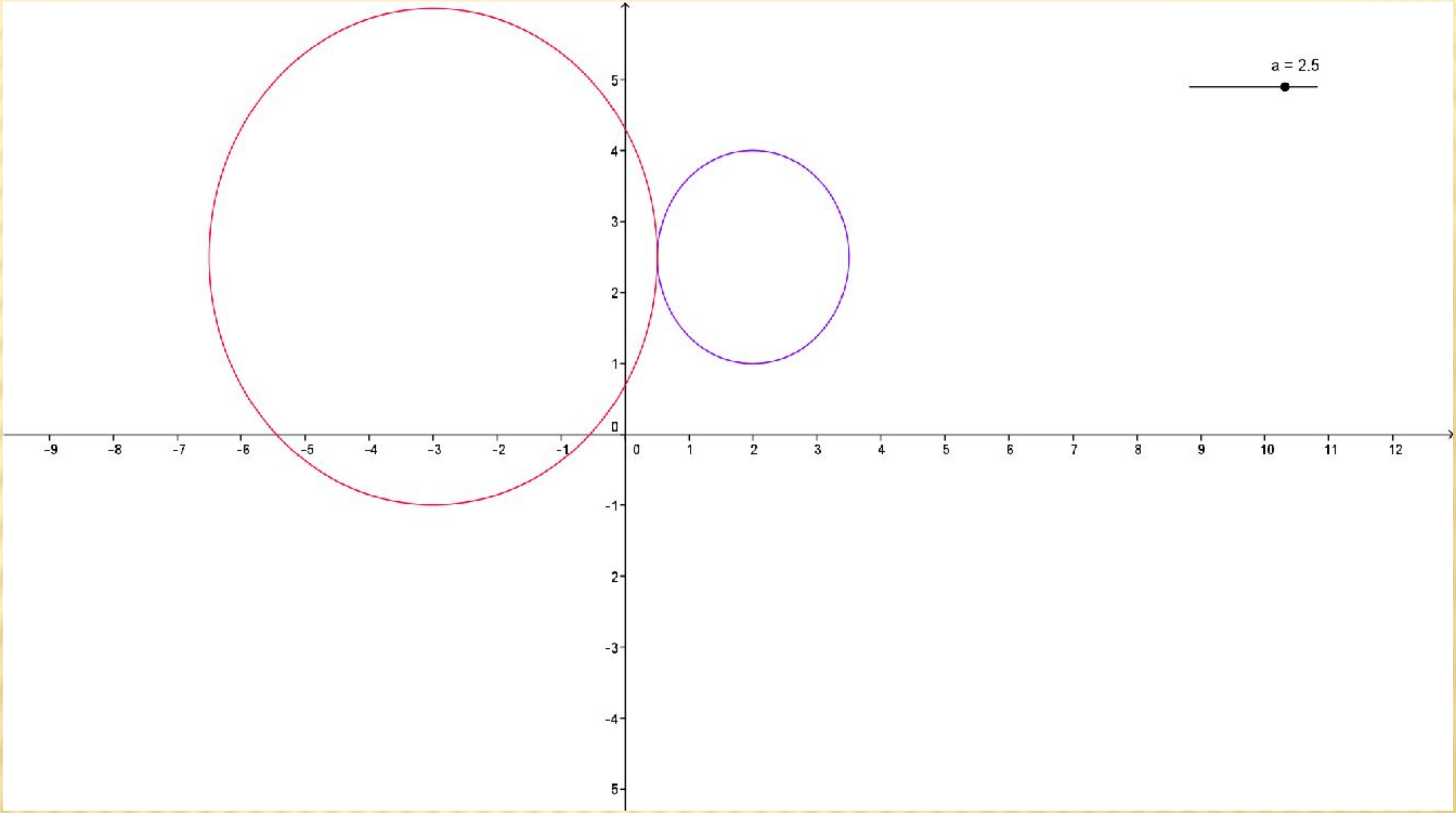
$$\begin{cases} (x-2a+3)^2+(y-a)^2=2{,}25 \\ (x+3)^2+(y-a)^2=a^2+2a+1 \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Решение: Мы видим, что и первое, и второе уравнения- это уравнения окружностей. Система имеет одно решение в случае, когда окружности касаются. Построим графики в среде GeoGebra.




a = -0.5


a = 2.5

Мы, передвигая ползунок *а*, видим, что при разных значениях параметра окружности либо пересекаются, либо не пересекаются, либо касаются. К условию нашей задачи соответствует только одно решение: *а*=2,5.

Ответ: *а*=2,5.

ТР №7. Найдите все значения *а*, при каждом из которых уравнение

$$27x^6+(4a-2x)^3+6x^2+8a=4x$$

не имеет корней.

Решение: Преобразовав уравнение, получим, что

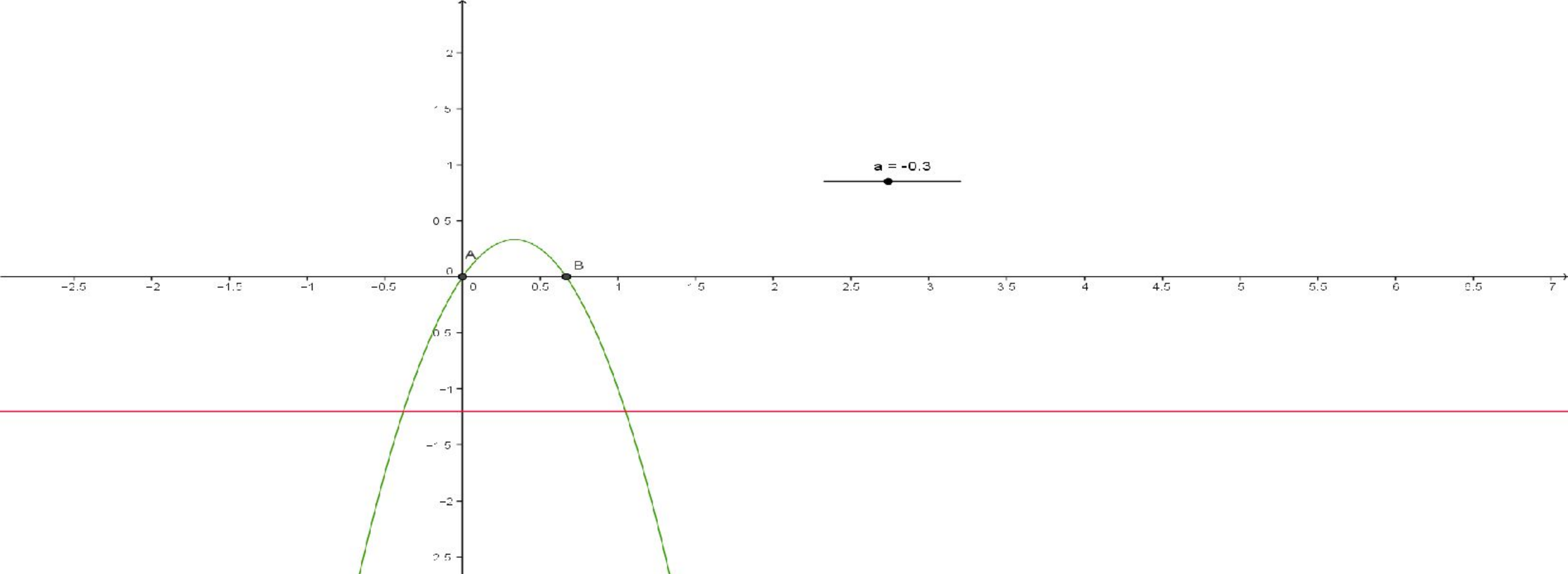
$$-3x^2+2x=4a$$

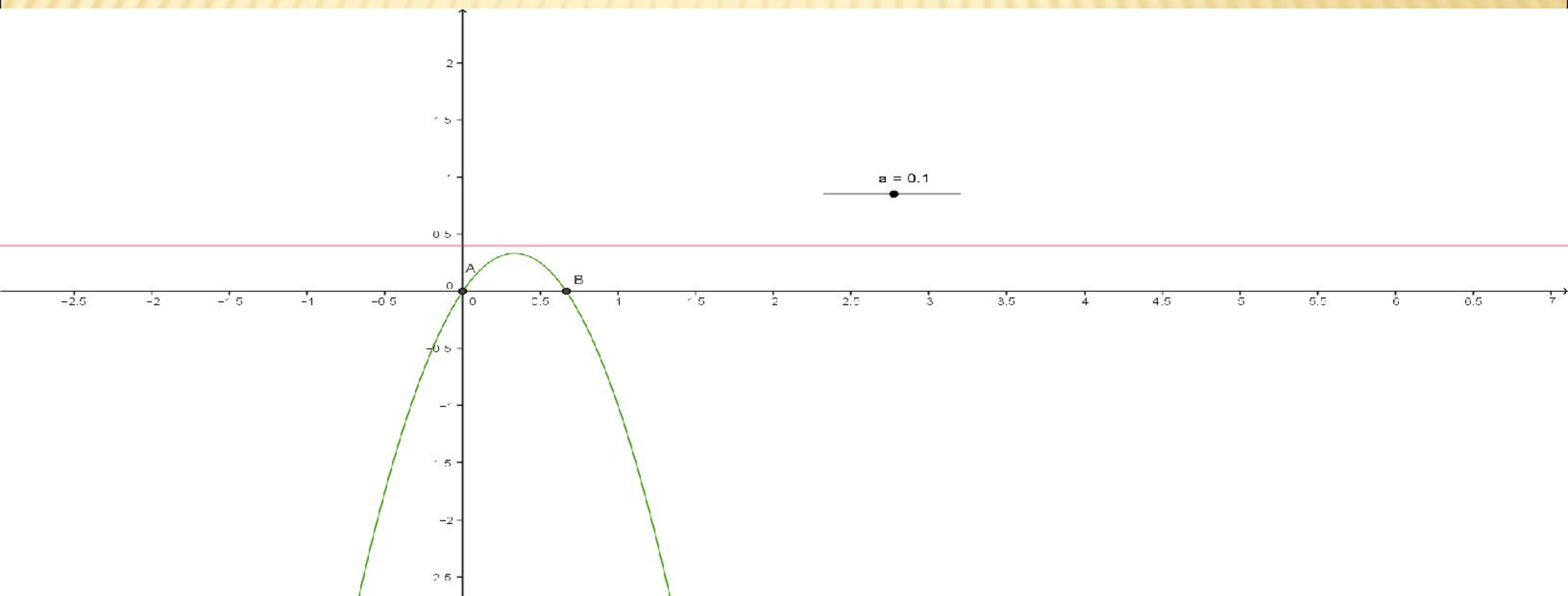
Найдём дискриминант квадратного уравнения и он должен быть меньше нуля:

4-48*a*<*0*, *a*>1/12

Построим параболу и прямую через строку ввода. Изменяя ползунок *а*, увидим решение. При *а*>1/12, они не пересекаются, т.е. данное уравнение не имеет корней.

Ответ: *а*>1/12


a = -0.3
A
B


a = 0.1
A
B

ТР №10. Найдите все значения *а*, при каждом из которых уравнение

$$8x^6 + 4x^2 = (3x + 5a)^3 + 6x + 10a$$

не имеет корней.

Решение: Преобразовав уравнение, получим, что

$$2x^2 - 3x = 5a$$

Графически:

Построим параболу и прямую через строку ввода.

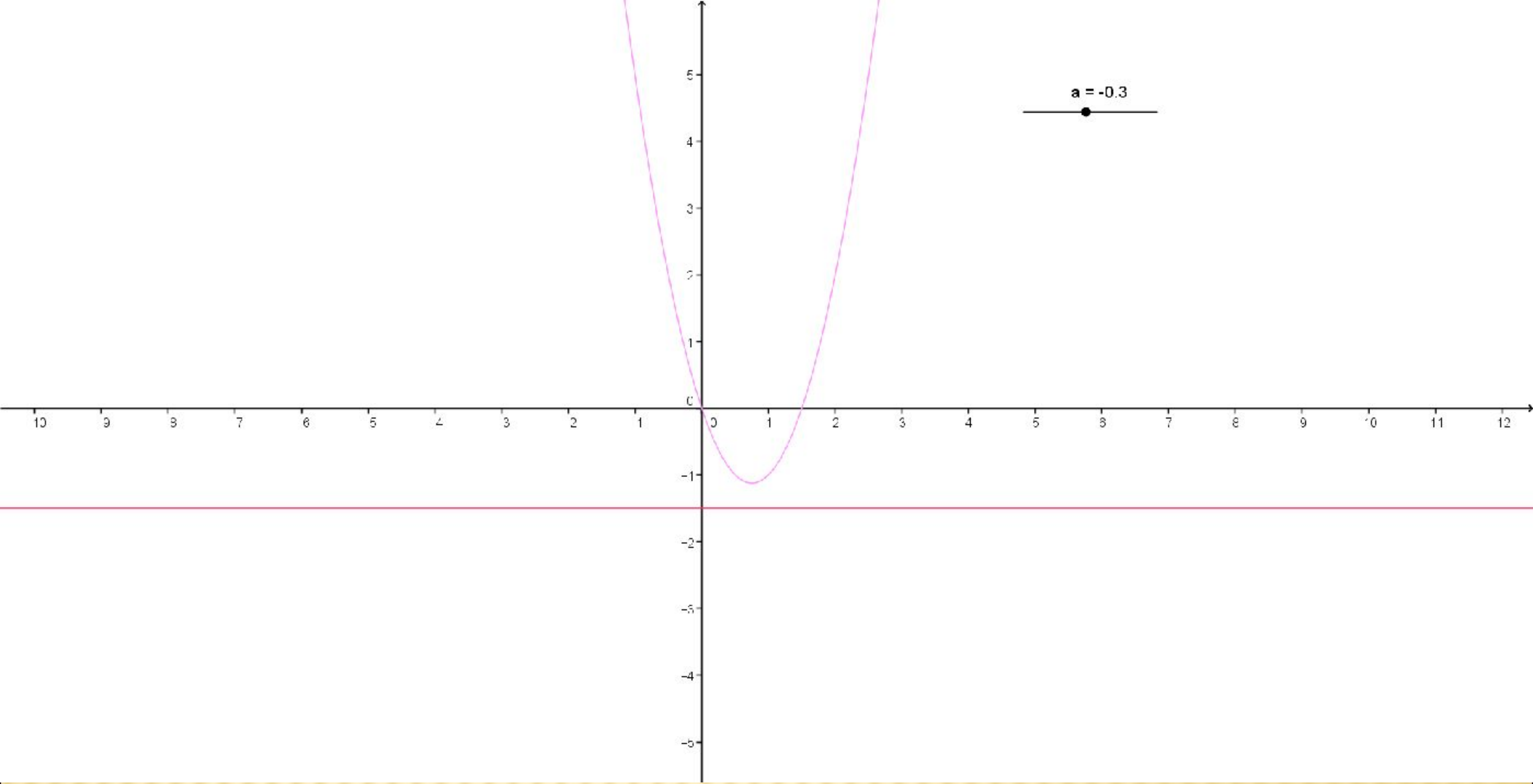
Изменяя ползунок *а*, увидим решение.

Аналитически:

Найдём дискриминант квадратного уравнения и он должен быть меньше нуля: $9+40a<0$, $a<-9/40$.

При $a<-9/40$ данное уравнение не имеет корней.

Ответ: $a<-9/40$.



Аналогично решаются примеры такого типа некоторых вариантов КИМ-ов ЕГЭ- 2016.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!