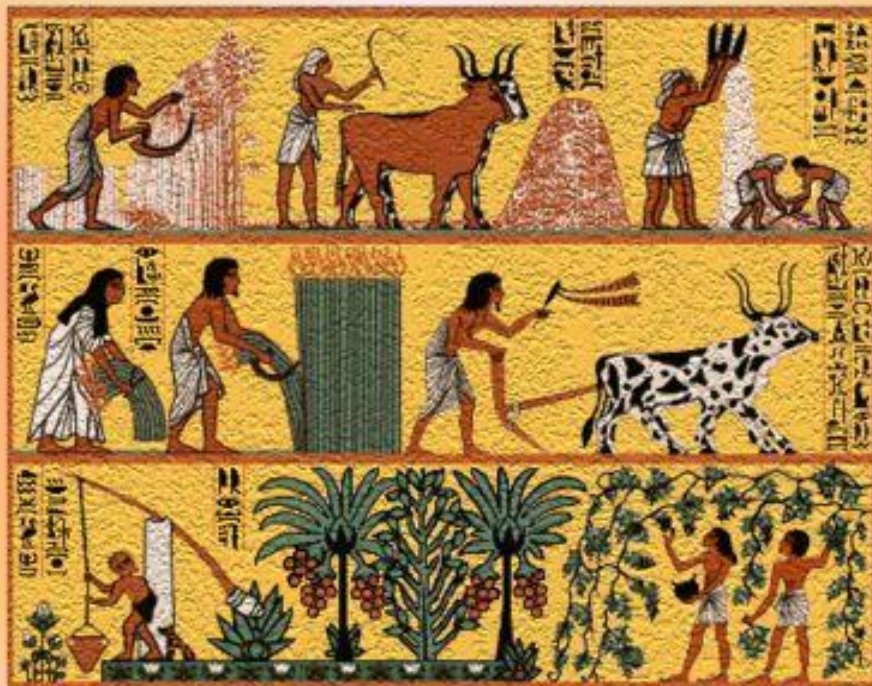


ПРИМЕНЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ В ЖИЗНИ

Работа
Ученика 9 Б класса
Курганова Алексея
Средней школы №21
Учитель математики:
Маслова И.Н.

Прогрессии в древности



Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства и др.

- Некоторые свойства геометрической прогрессии были известны издревле.
- Когда создатель шахмат (по одним данным — древнеиндийский математик, по другим — легендарный дравид велалар по имени Сесса или Сисса) показал своё изобретение правителю страны, тому так понравилась игра, что он позволил изобретателю право самому выбрать награду. Мудрец попросил у короля за первую клетку шахматной доски заплатить ему одно зерно пшеницы (по другой версии — риса), за второе — два, за третье — четыре и т. д., удваивая количество зёрен на каждой следующей клетке.



■ Правитель, не разбиравшийся в математике, быстро согласился, даже несколько обидевшись на столь невысокую оценку изобретения, и приказал казначею подсчитать и выдать изобретателю нужное количество зерна. Однако, когда неделю спустя казначей всё ещё не смог подсчитать, сколько нужно зёрен, правитель спросил, в чём причина такой задержки. Казначей показал ему расчёты и сказал, что расплатиться невозможно. Правитель, чтобы взять реванш над пытавшимся его обхитрить изобретателем, велел последнему пересчитать каждое зёрнышко, чтобы не было сомнений в том, что он честно с ним расплатился.



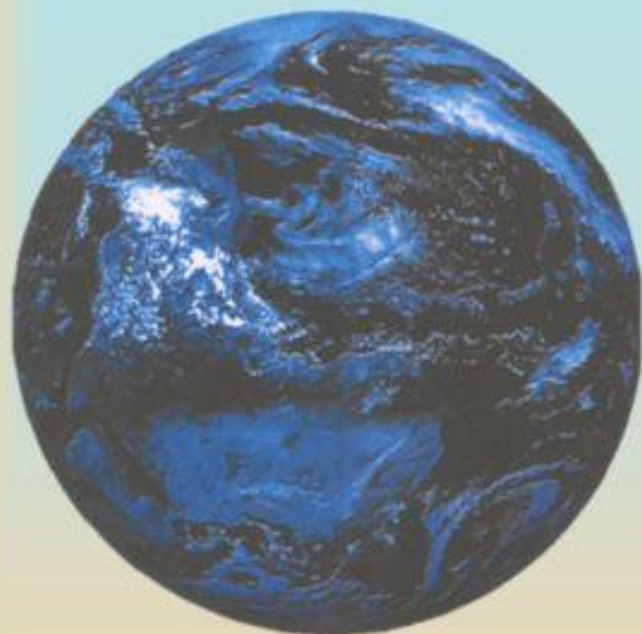
Для того чтобы подсчитать величину награды, надо сложить зерна, лежащие на всех клеточках доски.

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 + \dots + 2^{63}$$

В результате, ему должны были выплатить

18446774073709551615 зерен

Вывод



Если бы царю удалось засеять пшеницей площадь всей поверхности Земли, считая моря, и океаны, и горы, и пустыню, и Арктику с Антарктикой, и получить удовлетворительный урожай, то, пожалуй, лет за 5 он смог бы рассчитаться.

Такое количество зерен пшеницы можно собрать лишь с площади в 2000 раз большей поверхности Земли. Это превосходит количество пшеницы, собранной человечеством до настоящего времени.

Задача из арифметики Магницкого

Некто продал лошадь за 156 рублей. Но покупатель, обретя лошадь, раздумал и возвратил продавцу, говоря: «Нет мне расчета покупать за эту цену лошадь, которая таких денег не стоит». Тогда продавец предложил другие условия: "Если по-твоему цена лошади высока, то купи ее подковные гвозди, лошадь же получишь тогда в придачу бесплатно. Гвоздей в каждой подкове 6. За первый гвоздь дай мне $\frac{1}{4}$ коп., за второй- $\frac{1}{2}$ коп., за третий-1 коп., и т.д."

Покупатель, соблазненный низкой ценой, и желая даром получить лошадь, принял условия продавца, рассчитывая, что за гвозди придется уплатить не более 10 рублей.



Решение задачи из арифметики Магницкого

1. Составим последовательность чисел $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 2^2; \dots; 2^{21}$.

2. Данная последовательность является геометрической прогрессией со знаменателем $q=2$, $b_1 = \frac{1}{4}$ $n = 24$.

3. Попробуем подсчитать сумму $\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; 1; 2; 2^2; \dots; 2^{21}$.

4. Зная формулу
$$S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1}$$

5. Имеем
$$S_{24} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 2^{24} - \frac{1}{4}}{2 - 1} = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{24} - \frac{1}{4} = 2^{22} - \frac{1}{4} = 4194303 \frac{3}{4} \approx 42000(p)$$

ЛЕТОМ ИНФУЗОРИИ РАЗМНОЖАЮТСЯ БЕСПОЛЫМ СПОСОБОМ ДЕЛЕНИЕМ ПОПОЛАМ
СКОЛЬКО БУДЕТ ИНФУЗОРИЙ ПОСЛЕ 2-ГО РАЗМНОЖЕНИЯ (4), ПОСЛЕ 3-ГО РАЗМНОЖЕНИЯ (8), А ПОСЛЕ 15-ГО РАЗМНОЖЕНИЯ?

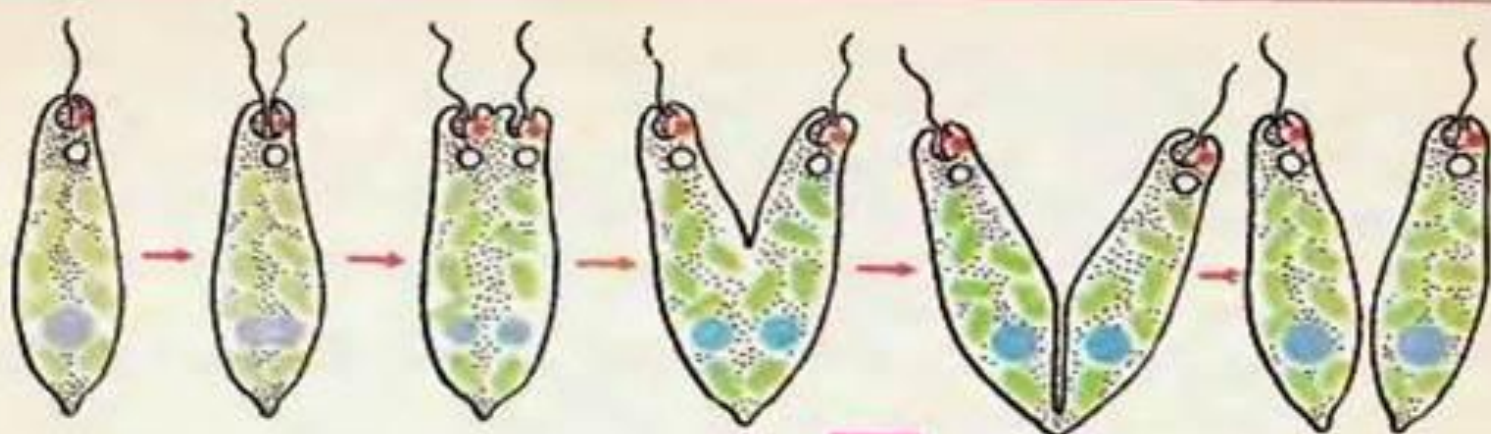
Это геометрическая прогрессия, первый член которой равен 2 и знаменатель равен 2).

Используя формулу геометрической прогрессии, количество инфузорий после 15-го размножения при идеальном условии выживания –

$$b_{15} = 2 \cdot 2^{14} = 32768.$$

Простейшие

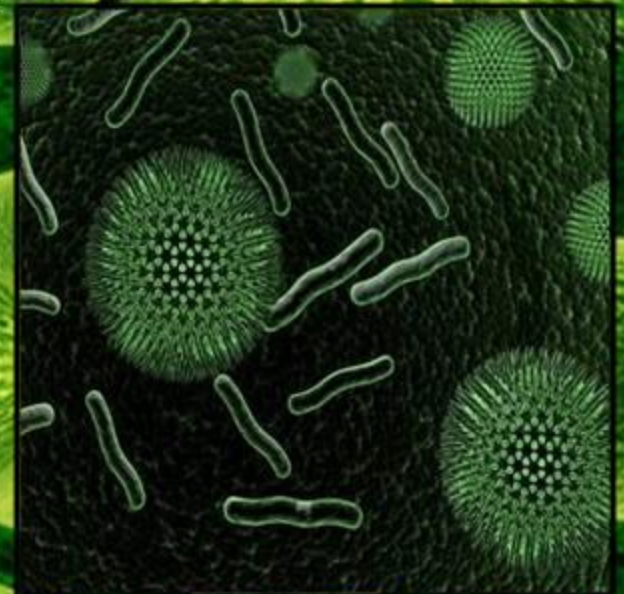
15



5. Деление зеленой эвглены.

бактерии...

Способность к размножению у бактерий настолько велика, что если бы они не гибли от разных причин, а беспрерывно размножались, то за трое суток общая масса потомства одной только бактерии могла бы составить 7500 тонн. Таким громадным количеством бактерий можно было бы заполнить около 375 железнодорожных вагонов.



Спасибо за внимание!