ГБПОУ АЭК

урок № 32-33

Преподаватель математики

Султаханова З.Р.

Хасавюрт-2018г

Тема урока:

Решение простейших тригонометрических уравнений

Цели урока:

1. **Образовательные:** ***обобщить знания по теме «Тождественные преобразовании в тригонометрии», сформировать навыки и умения по решению простейших тригонометрических уравнений, научить применять знания, умения и навыки в новой ситуации***
2. **Развивающие:** ***развивать логическое мышление, вычислительные навыки, умение пользоваться опорными конспектами, таблицами, расширить кругозор учащихся,***
3. **Воспитательные:** ***воспитывать стремление к овладению знаниями, интерес к предмету, культуру мышления, культуру речи, познакомить учащихся с практическим применением тригонометрии в различных областях деятельности человека***

План урока:

1. Применение тригонометрии в жизни
2. «Счастливый случай» - актуализация знаний
3. Решение простейших тригонометрических уравнений
4. Опережающее домашнее задание

Тригонометрия в астрономии

1. Сила тригонометрии в том , что она выступает как словарь переводящий геометрию на язык чисел и наоборот.

2. sin a позволяет измерить расстояние, когда точное измерение провести невозможно.

Тригонометрия? Геометрия?

Тригонометрия

раздел математики, изучающий соотношение сторон и углов в треугольнике.

Что означает соотношение сторон и углов в треугольнике?

Практическое применение тригонометрии

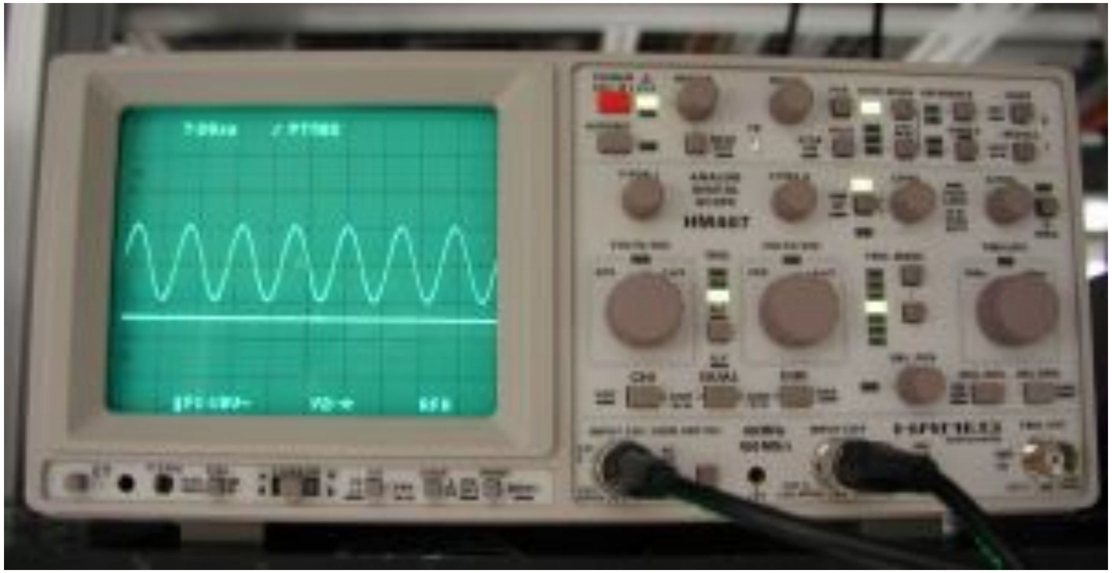
Применение в технике

Применения тригонометрии разнообразны.

Принцип действия самозахватывающего ключа основан на измерении косинуса угла между захватами. При уменьшении угла косинус возрастает - захваты смыкаются.

При смыкании небольшое перемещение захватов обеспечивает плотное сцепление с отвинчиваемой деталью.

Применение в электротехнике



- В технике и окружающем нас мире часто приходится сталкиваться с периодическими процессами, которые повторяются через одинаковые промежутки времени. Такие процессы называют колебательными, например, колебания тока в электрической цепи. Колебательные явления различной физической природы подчиняются общим закономерностям, которые можно описать по закону синуса или косинуса.
- **Осцилло́граф** — прибор, предназначенный для исследования электрических сигналов путем визуального наблюдения графика сигнала на экране либо записанного на фотоленте, а также для измерения параметров сигнала (амплитуды, периоду) по форме графика.

«СЧАСТЛИВЫЙ СЛУЧАЙ»

1курс
ГБПОУ
АЭК

I гейм
«Дальше, дальше, дальше …»

II гейм
«Заморочки из бочки»

III гейм
«Ты - мне, я - тебе»

IV гейм
«Темная лошадка»

I гейм
«Дальше, дальше, дальше …»

определение

1 Найти значение выражения

$$3\cos 60^{\circ} + \frac{1}{2}$$

- × 3
- × 2
- × $\sqrt{3}/2$
- × $1/2$

ОТВЕТ

определение

1 Найти значение выражения

$$4\cos 180^{\circ} - 3$$

3

-7

$\sqrt{3}/2$

$1/2$

ОТВЕТ

определение

2 Найти значение выражения

$$2\sin 60^{\circ}+\sin 90^{\circ}$$

- 2
- $\sqrt{3}$
- $\sqrt{3}+1$
- 1

ОТВЕТ

определение

2 Найти значение выражения

$$2\sin 90^\circ - \cos 270^\circ$$

- -2
- $\sqrt{3}$
- 2
- 1

ОТВЕТ

свойства тригонометрических функций

3 Определить знак выражения

$$\cos 10^{\circ} \cdot \sin 15^{\circ}$$

+

–

ОТВЕТ

свойства тригонометрических функций

3 Определить знак выражения

$$ctg(-2^{\circ})\cdot tg(48^{\circ})$$

+

–

ОТВЕТ

радианная мера угла

4 Найдите градусную меру угла

$$\pi / 12$$

×	30°
×	15°
×	72°
×	64°

ОТВЕТ

радианная мера угла

4 Найдите градусную меру угла

$$\pi / 5$$

30°

36°

72°

64°

ОТВЕТ

II гейм
«Заморочки из бочки»

1

2

3

4

5

7

6

8

9

10

Счастливый случай

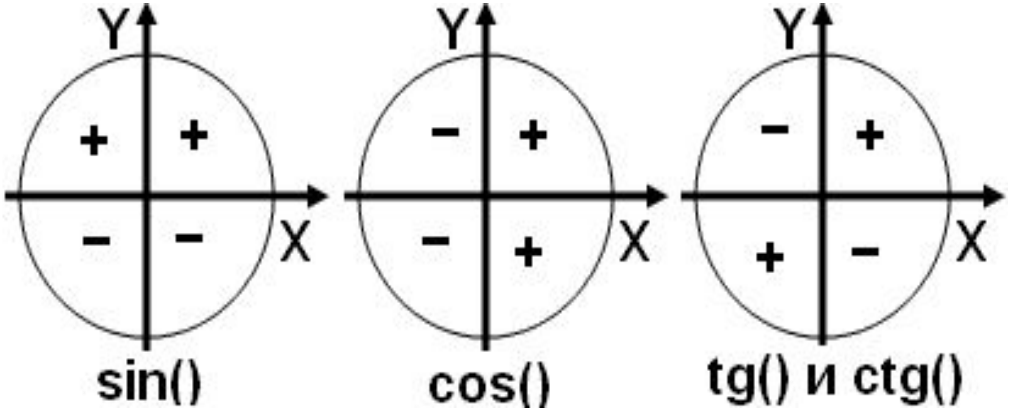
В прямоугольном треугольнике отношение противолежащего катета к гипотенузе называется синусом острого угла.

Отношение прилежащего катета к гипотенузе –

косинусом острого угла.

В каких четвертях cos α>0?

1 и 4



В какой четверти находится угол, равный $371°$?

1

Вычислите:

2arccos 0+3 arccos1

π

Вычислите:

$12\arcsin 0 + 3\arccos \pi$

-3

Может ли существовать такой треугольник, у которого углы 30º,П/4; 2П/3?

Нет, так как сумма углов треугольника равна 180º.

Может ли косинус или синус быть равным:

0,75

5/3

-0,35

$\sqrt{2} / 2$

Упростите выражение:

$$\boxed{\sin\frac{2\pi}{15}\cdot\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{15}\cdot\sin\frac{\pi}{5}}$$

$$\boxed{\cos\frac{2\pi}{7}\cdot\cos\frac{5\pi}{42}+\sin\frac{2\pi}{7}\cdot\sin\frac{5\pi}{42}}$$

$$\cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha\cos\beta+\sin\alpha\sin\beta;$$
$$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta;$$
$$\sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha\cos\beta-\cos\alpha\sin\beta;$$
$$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\cos\alpha\sin\beta;$$
$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha+\operatorname{tg}\beta}{1-\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta};\quad \operatorname{tg}(\alpha-\beta)=\frac{\operatorname{tg}\alpha-\operatorname{tg}\beta}{1+\operatorname{tg}\alpha\operatorname{tg}\beta}$$

2

Мяч бросили под уклоном α к плоской горизонтальной поверхности земли. Время полета мяча в секундах Определяется по формуле $\boxed{t = \frac{2v_0\,sina}{g}}$

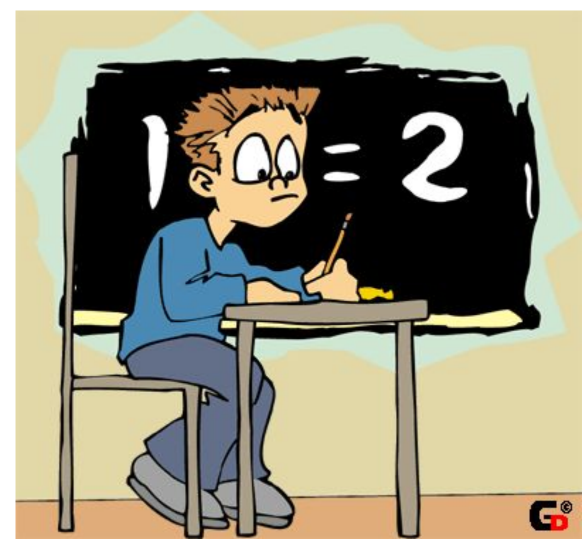
При каком наименьшем значении угла α **в градусах время полета будет не меньше 3 секунд, если мяч бросают с начальной скоростью** $\boxed{v_0}$ **=30**
g=10 м/с².

+ 3 очка

Сравните:

$$2\arcsin(\cos 45^{o}) \quad \text{и} \quad \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Ты - мне , я - тебе

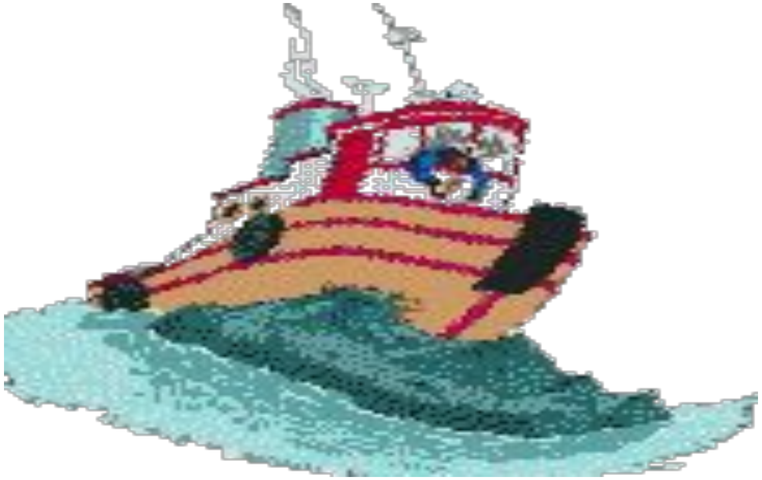


IV гейм

«Темная лошадка»

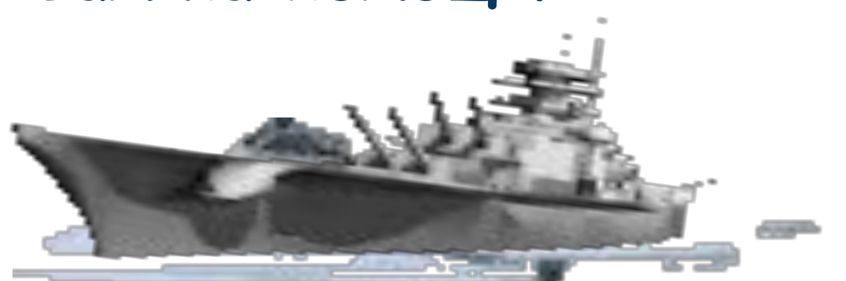
Тема урока:

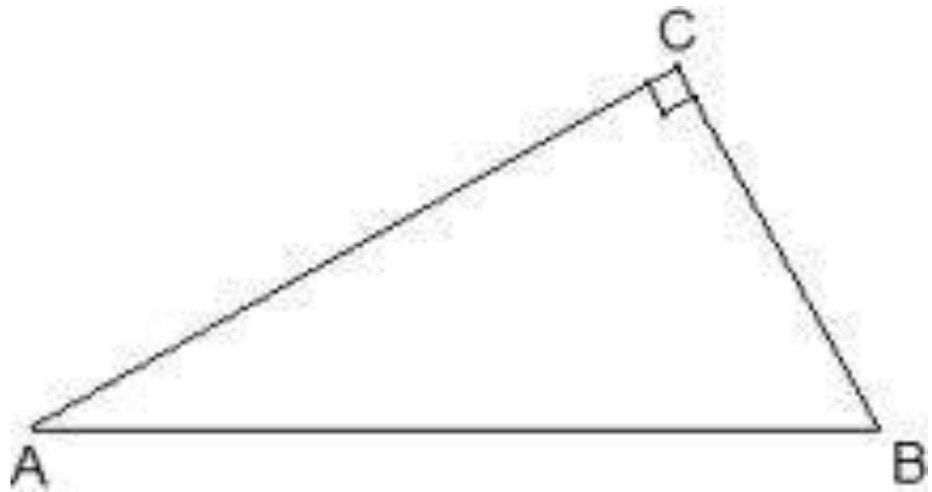
Решение простейших тригонометрических уравнений



Ситуационная задача:

Ваше рыболовецкое судно попало в шторм. Капитан принял решение изменить курс на 90° вправо по движению и идти со скоростью 36 км/ч. Одновременно из Махачкалы вам на помощь вышел крейсер со скоростью 54 км/ч. Под каким углом к первоначальному направлению должен идти крейсер, чтобы в кратчайший срок прибыть к вам на помощь?





Обозначим* x*ч - время, через которое произойдёт встреча. Тогда АС - первоначальное направление движения нашего судна, СВ =* $36x$*км - расстояние, пройденное судном до места встречи, АВ=*$54x$*км - расстояние, пройденное крейсером до места встречи.

$\angle$ ***sin A = 36x/54x=0,6667***

[A= arcsin0,6667]()

Что называется тригонометрическим уравнением?

Уравнение, содержащее неизвестное под знаком тригонометрической
функции, называется тригонометрическим.

Примеры.

$$2\sin x - 3\cos x = 1,$$

$$4\cos^2 x - 3cosx - 1 = 0$$

Что значит решить пр. триг. уравнение?

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

1. $\cos t = a$, где $|a| \le 1$

$$\left[\begin{array}{l} t = \arccos a + 2\pi k, k \in Z \\ t = -\arccos a + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$t = \pm\arccos a + 2\pi k, k \in Z$$

Частные случаи

1) <u>cost=0</u>
$t = \pi/2+\pi k,\ k \in Z$

2) <u>cost=1</u>
$t = 2\pi k,\ k \in Z$

3) <u>cost = -1</u>
$t = \pi+2\pi k,\ k \in Z$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

2. $\sin t = a$, *где* $|a| \le 1$

$$\left[\begin{array}{l} t = \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \\ t = \pi - \arcsin \boldsymbol{a} + 2\pi k, k \in Z \end{array}\right.$$

или

$$\boxed{t = (-1)^k \arcsin \boldsymbol{a} + \pi k, k \in Z}$$

Частные случаи

1) <u>sint=0</u>
$t = \pi k$, $k \in Z$

2) <u>sint=1</u>
$t = \pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$

3) <u>sint = - 1</u>
$t = -\pi/2 + 2\pi k$, $k \in Z$

Формулы корней простейших тригонометрических уравнений

3. $\mathbf{tgt} = a$, $a \in \mathbf{R}$

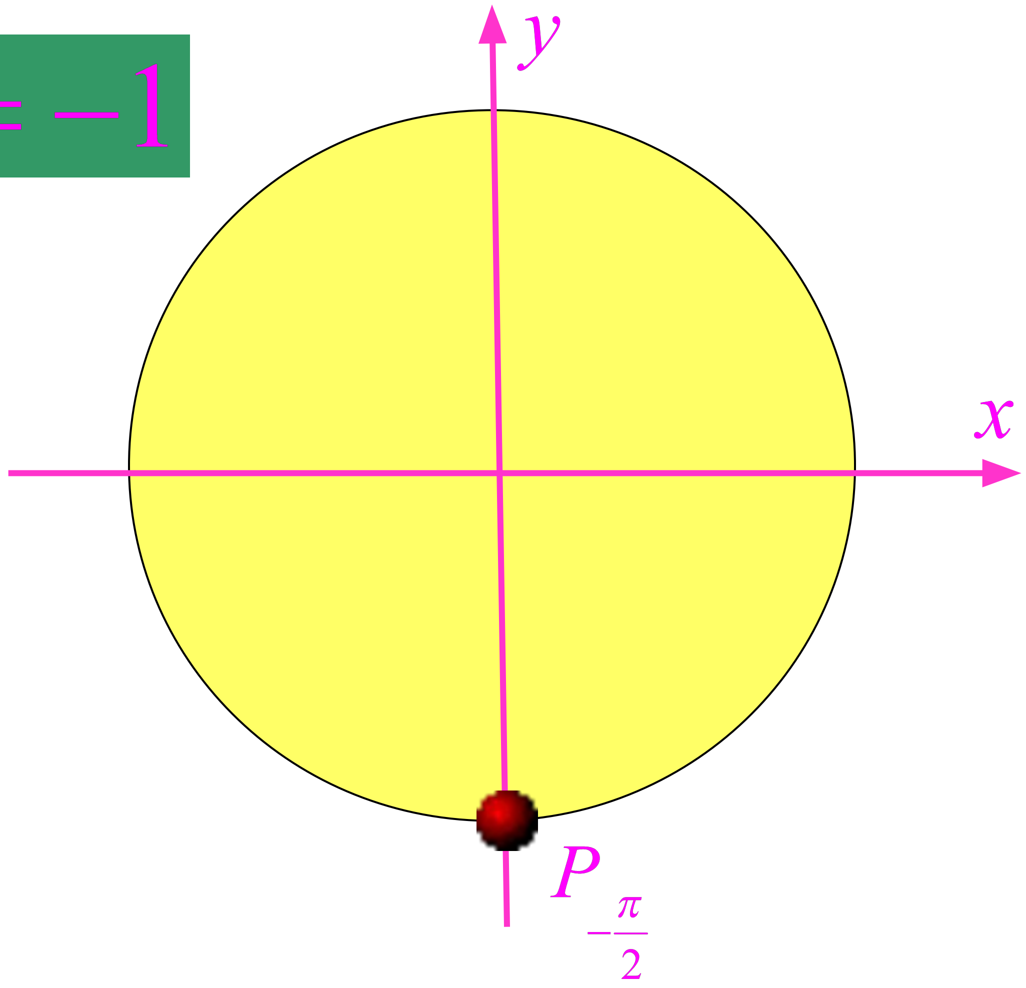
$t = \text{arctg}\ \boldsymbol{a} + \pi k,\ k \in Z$

4. $\mathbf{ctgt} = a$, $a \in \mathbf{R}$

$t = \text{arcctg}\ \boldsymbol{a} + \pi k,\ k \in Z$

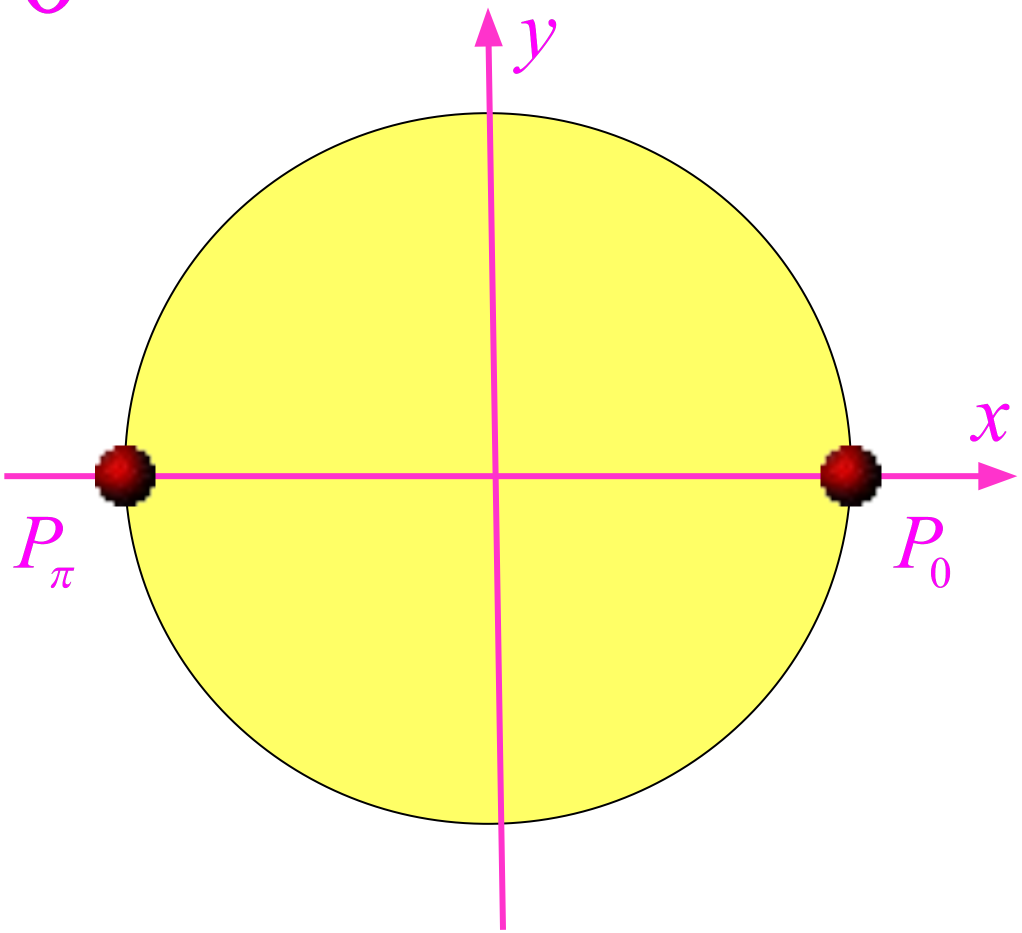
Рассмотрим частные случаи нашего уравнения

$$\sin x = -1$$



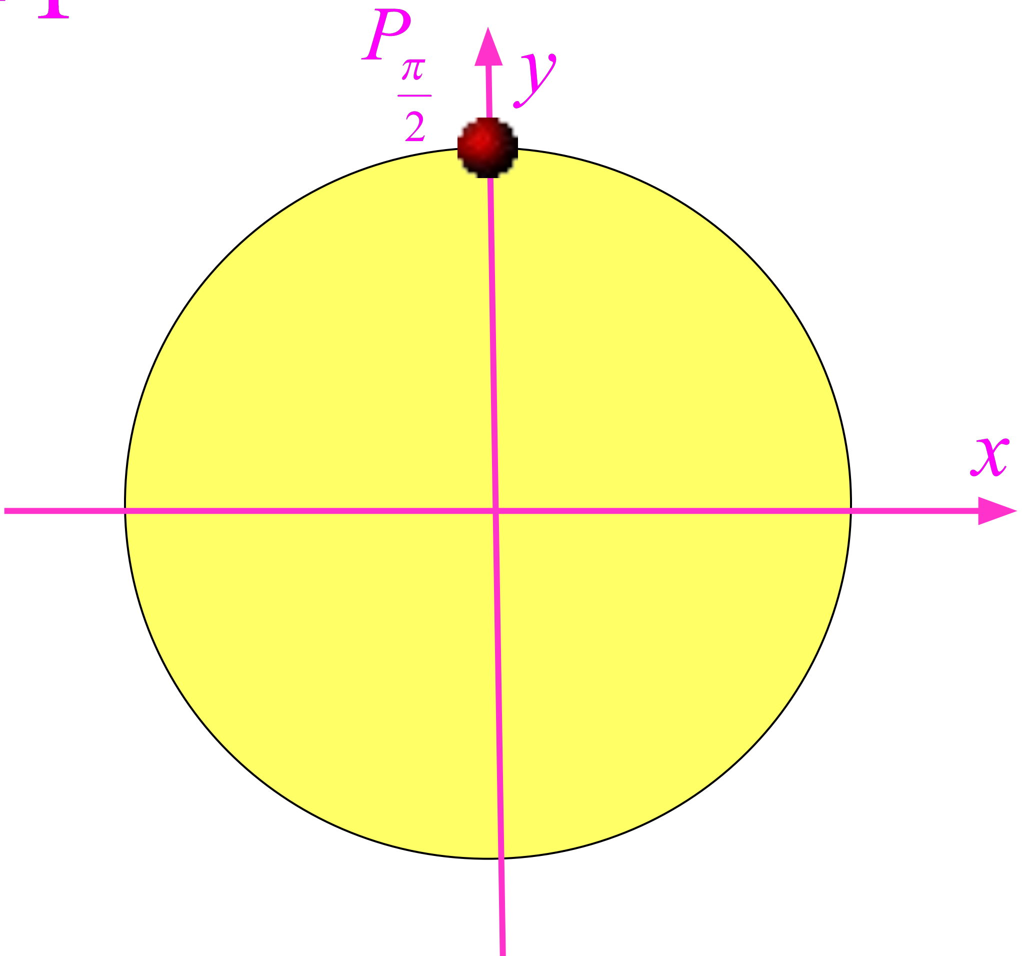
$$x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$\sin x = 0$$



$$x = \pi n,\ n \in Z$$

$\sin x = 1$



$$x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Формулы для решения простейших тригонометрических уравнений

<u>cos x = a</u>

$$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in Z$$

$\cos x = 1$ $\quad x = 2\pi n, n \in Z$

$\cos x = 0$ $\quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in Z$

$\cos x = -1$ $\quad x = \pi + 2\pi n, n \in Z$

<u>sin x = a</u>

$$x = (-1)^n \arccos a + \pi n, n \in Z$$

$\sin x = 1$ $\quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

$\sin x = 0$ $\quad x = \pi k, k \in Z$

$\sin x = -1$ $\quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in Z$

<u>tg x = a</u>

$$x = \operatorname{arctg} a + \pi n, n \in Z$$

<u>ctg x = a</u>

$$x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, n \in Z$$

A	a	-1	0	1
sin x=A	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
cos x= A	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
tg x= A	$arctg\, a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
ctg x= A	$arcctg\, a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

Решение уравнений:

$$\sin\ x = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

A	a	-1	0	1
sin x=A	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
cos x= A	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
tg x= A	$\mathrm{arctg}\, a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
ctg x= A	$\mathrm{arcctg}\, a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

ЗНАЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

a	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos a$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\mathrm{arctg}\, a$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\mathrm{arcctg}\, a$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

Решение уравнений:

$$\sin\ 2x = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

A	a	-1	0	1
sin x=A	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
cos x= A	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
tg x= A	$\operatorname{arctg} a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
ctg x= A	$\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

ЗНАЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

a	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\arcsin a$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\arccos a$	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
$\operatorname{arctg} a$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\operatorname{arcctg} a$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

Решение уравнений:

$$\sin(x - \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2}$$

A	a	-1	0	1
sin x=A	$(-1)^n \arcsin a + \pi n$	$-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$	πn	$\frac{\pi}{2} + 2\pi n$
cos x= A	$\pm \arccos a + 2\pi n$	$\pi + 2\pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$2\pi n$
tg x= A	$\operatorname{arctg} a + \pi n$	$-\frac{\pi}{4} + \pi n$	πn	$\frac{\pi}{4} + \pi n$
ctg x= A	$\operatorname{arcctg} a + \pi n$	$\frac{3\pi}{4} + \pi n$	$\frac{\pi}{2} + \pi n$	$\frac{\pi}{4} + \pi n$

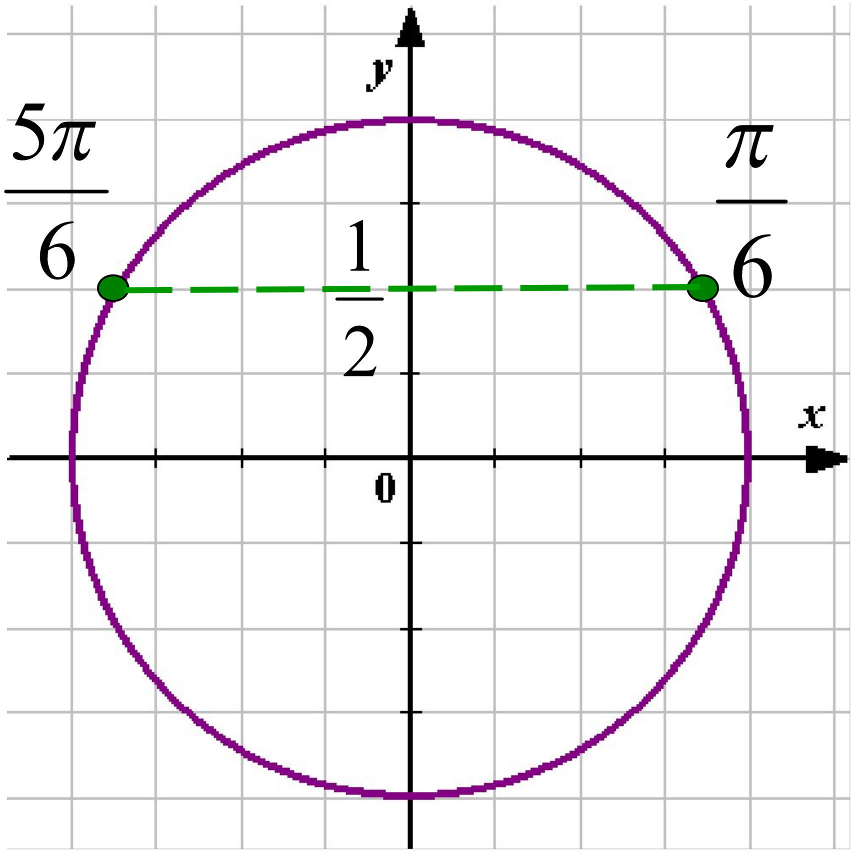
ЗНАЧЕНИЯ ОБРАТНЫХ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

a	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
arcsin a	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
arccos a	π	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$	0

a	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$
arctg a	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
arcctg a	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{6}$

1

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



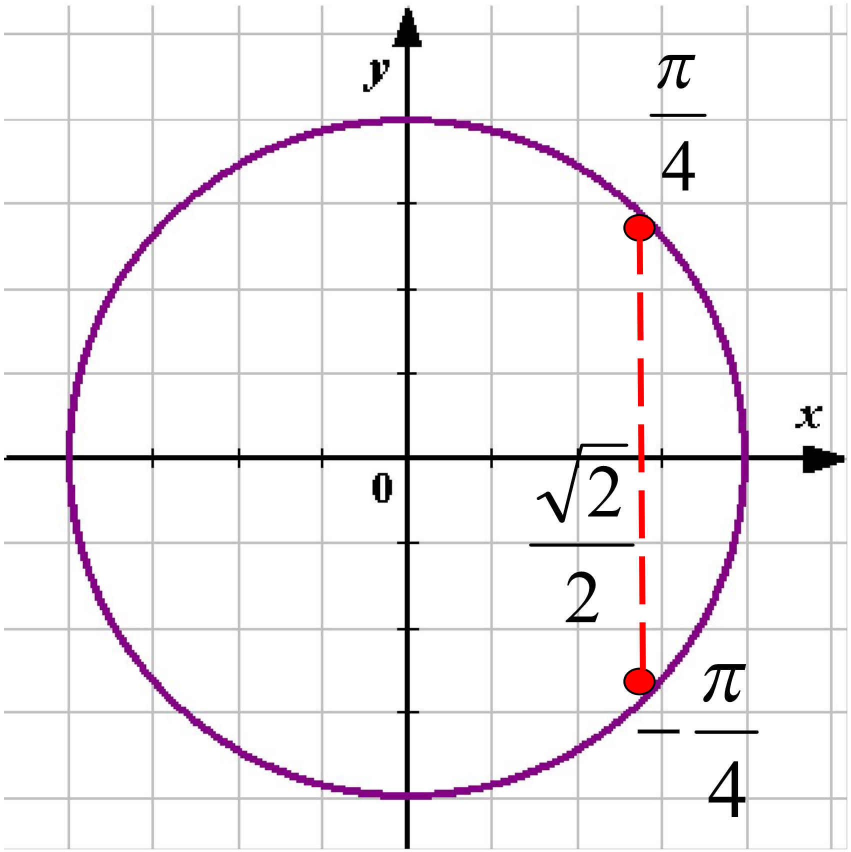
sin x = 1/2

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \; n \in Z$$

$$x = \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \; n \in Z$$

2

Решение какого уравнения показано на тригонометрической окружности?



$\cos x = \sqrt{2}/2$

$$x = -\frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$$

$$x = \frac{\pi}{4} + 2\pi n,\ n \in Z$$

Чтобы успешно решать простейшие тригонометрические уравнения нужно

1) уметь отмечать точки на числовой окружности;

2) уметь определять значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для точек числовой окружности;

3) знать свойства основных тригонометрических функций;

4) знать понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса, арккотангенса и уметь отмечать их на числовой окружности.

Рефлексия

Чем мы с вами занимались на уроке?

Что нового вы узнали?

Что понравилось?

Что не понравилось?

Не забывайте готовиться к урокам!

Обратные тригонометрические функции. Арксинус, арккосинус, арктангенс.

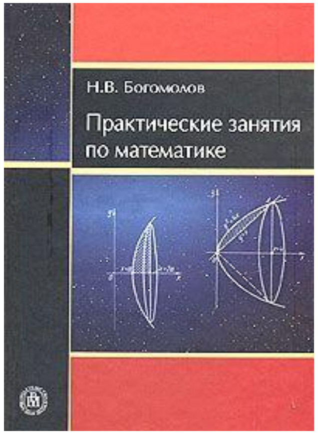
- **План урока:**

1. ***Уравнения сводимые к квадратным***
2. ***Разложение на множители***
3. ***Введение новой переменной***

- **Литература: Н.В.Богомолов Практические занятия по математике**
-

http://www.myshared.ru/slide/330037

Задание по карточкам.



Удачи!

Виды тригонометрических уравнений

1.Сводимые к квадратным

Решаются методом введения новой переменной

$$a \cdot \sin^2 x + b \cdot \sin x + c = 0$$

Пусть $\sin x = p$, где $|p| \leq 1$, тогда $a \cdot p^2 + b \cdot p + c = 0$

Найти корни, вернуться к замене и решить простые уравнения.

Метод введения новой переменной

Применяется при решении тригонометрических уравнений, которые представляют собой квадратные уравнения относительно какой-либо тригонометрической функции.

Если в уравнение входят различные тригонометрические функции, то надо выразить их через одну.

Пример 1

$$8\sin^2 x + \cos x + 1 = 0$$

Однородные тригонометрические уравнения

- Уравнение вида $a\sin x + b\cos x = 0$ называют **однородным** тригонометрическим уравнением **первой степени.**

- Уравнение вида $a\sin^2 x + b\sin x\cos x + c\cos^2 x = 0$ называют **однородным** тригонометрическим уравнением **второй степени**

Отличительные признаки однородных уравнений:

а) все одночлены имеют одинаковую степень
б) свободный член равен нулю

Виды тригонометрических уравнений

1)Первой степени:

Решаются делением на cos x (или sinx) и методом введения новой переменной.

a·sinx + b·cosx = 0

Т.к. sinx и cosx одновременно не равны нулю, то разделим обе части уравнения на cosx (или на sinx). Получим: простое уравнение

a·tgx + b = 0 или tgx = m

Пример. Решите уравнение sinx + 2cosx = 0.

Решение: Разделим обе части уравнения на cosx.

Получим $\frac{\sin x}{\cos x} + 2\frac{\cos x}{\cos x} = 0$

$$tgx + 2 = 0$$

$$tgx = -2$$

$$x = -arctg2 + \pi k,\ k \in Z$$

Ответ: $-arctg2 + \pi k,\ k \in Z$