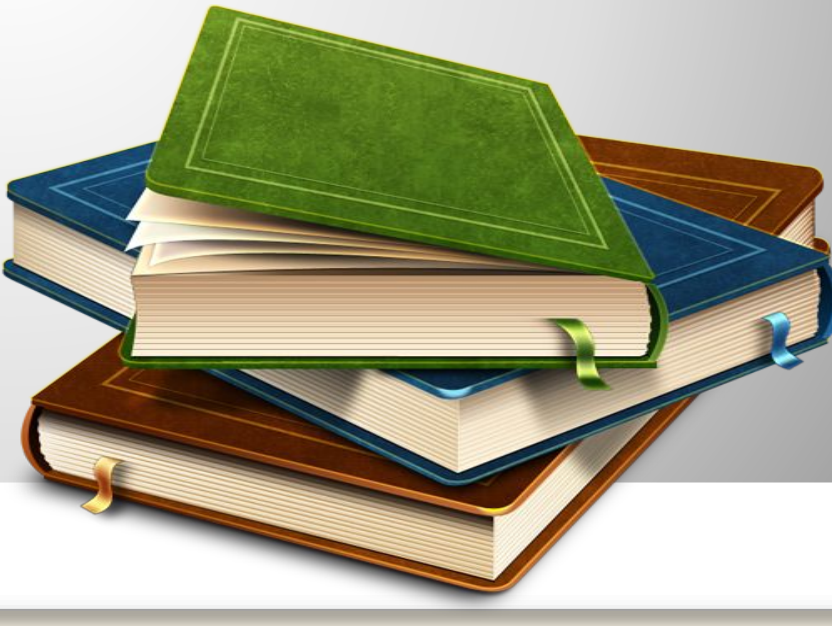
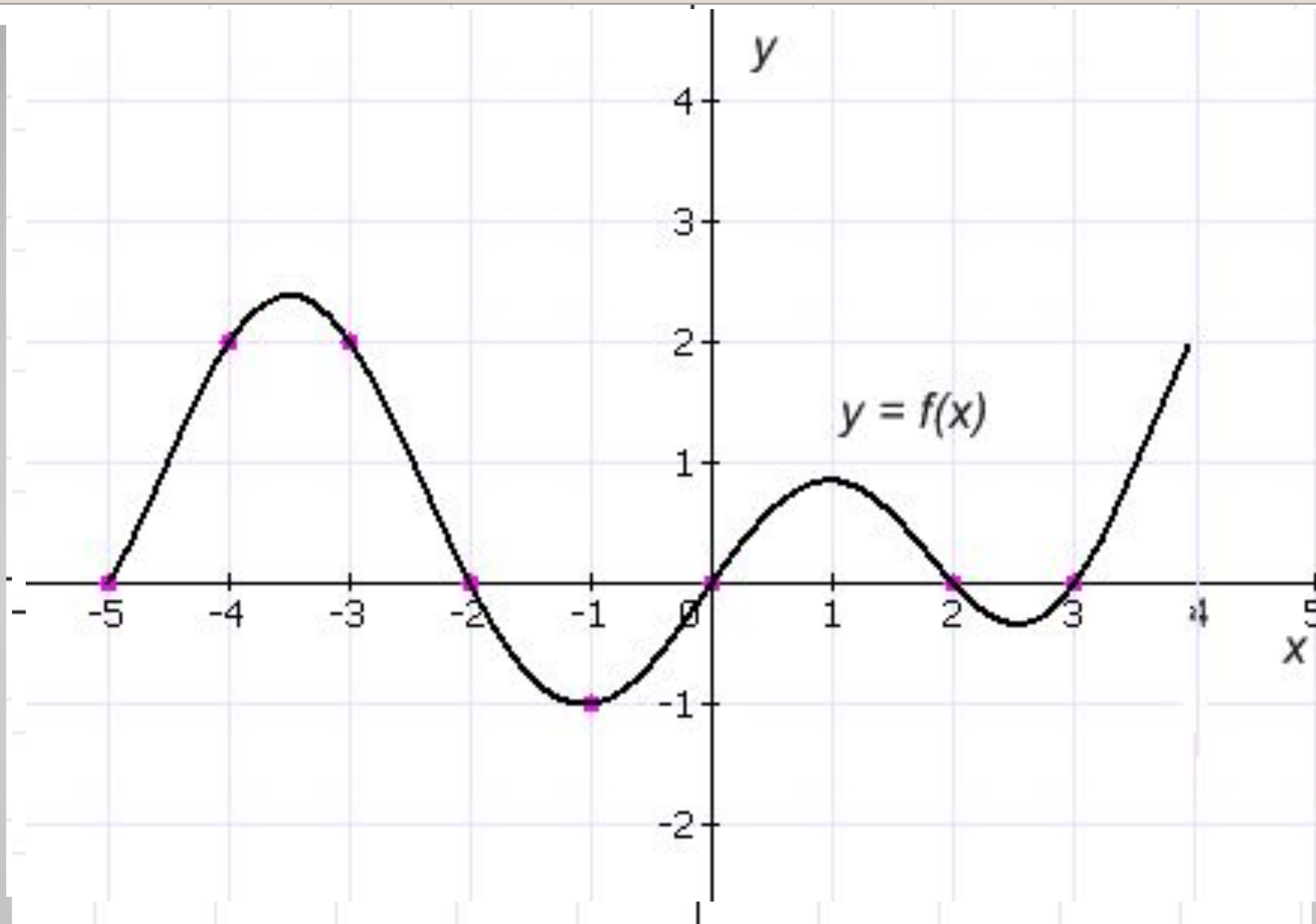
Математика уступает свои крепости лишь сильным и смелым.

А.П. Конфорович

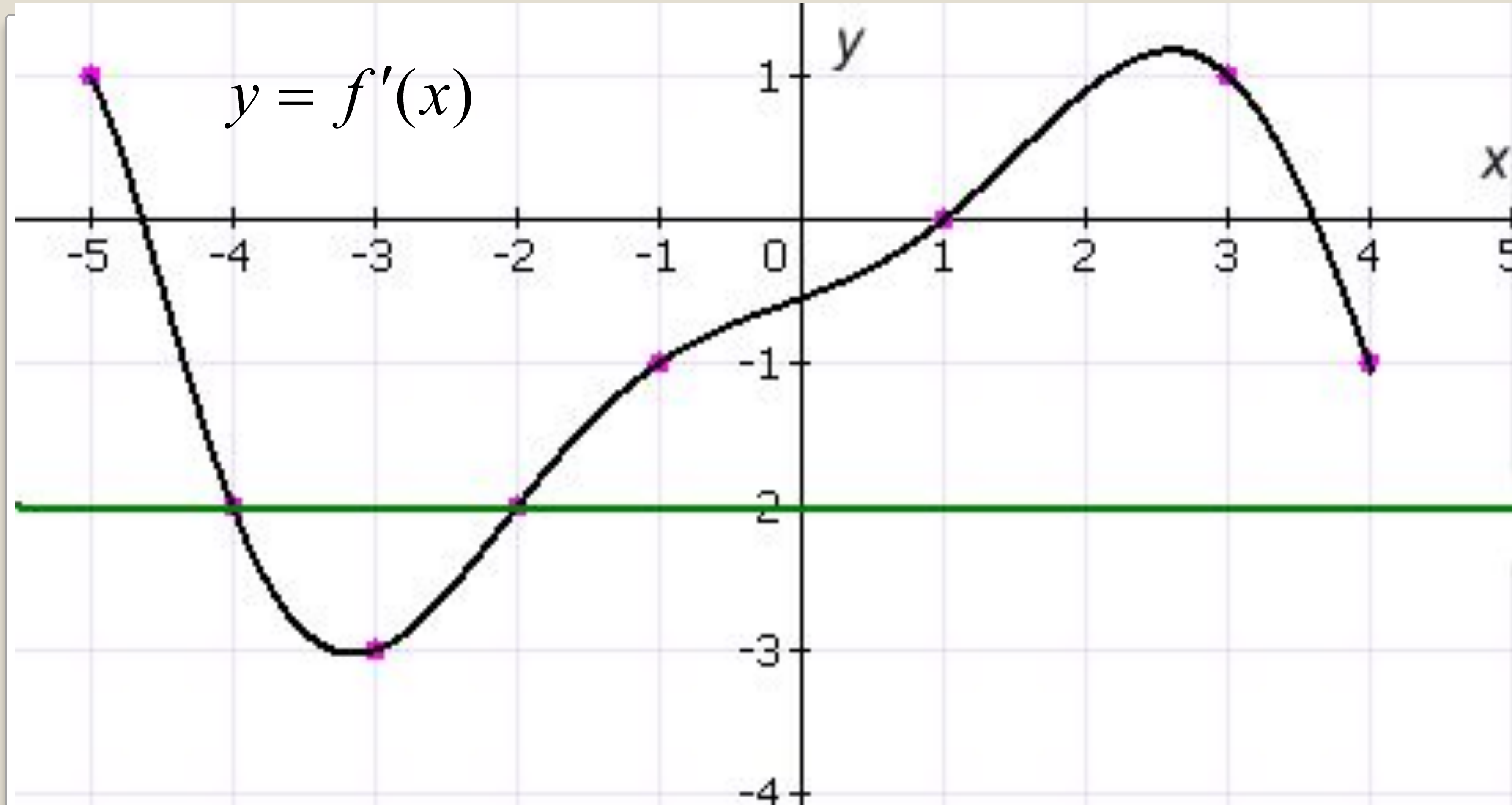
Результат учения равен произведению способности на старательность. Если старательность равна нулю, то и всё произведение равно нулю.
А способности есть у каждого!



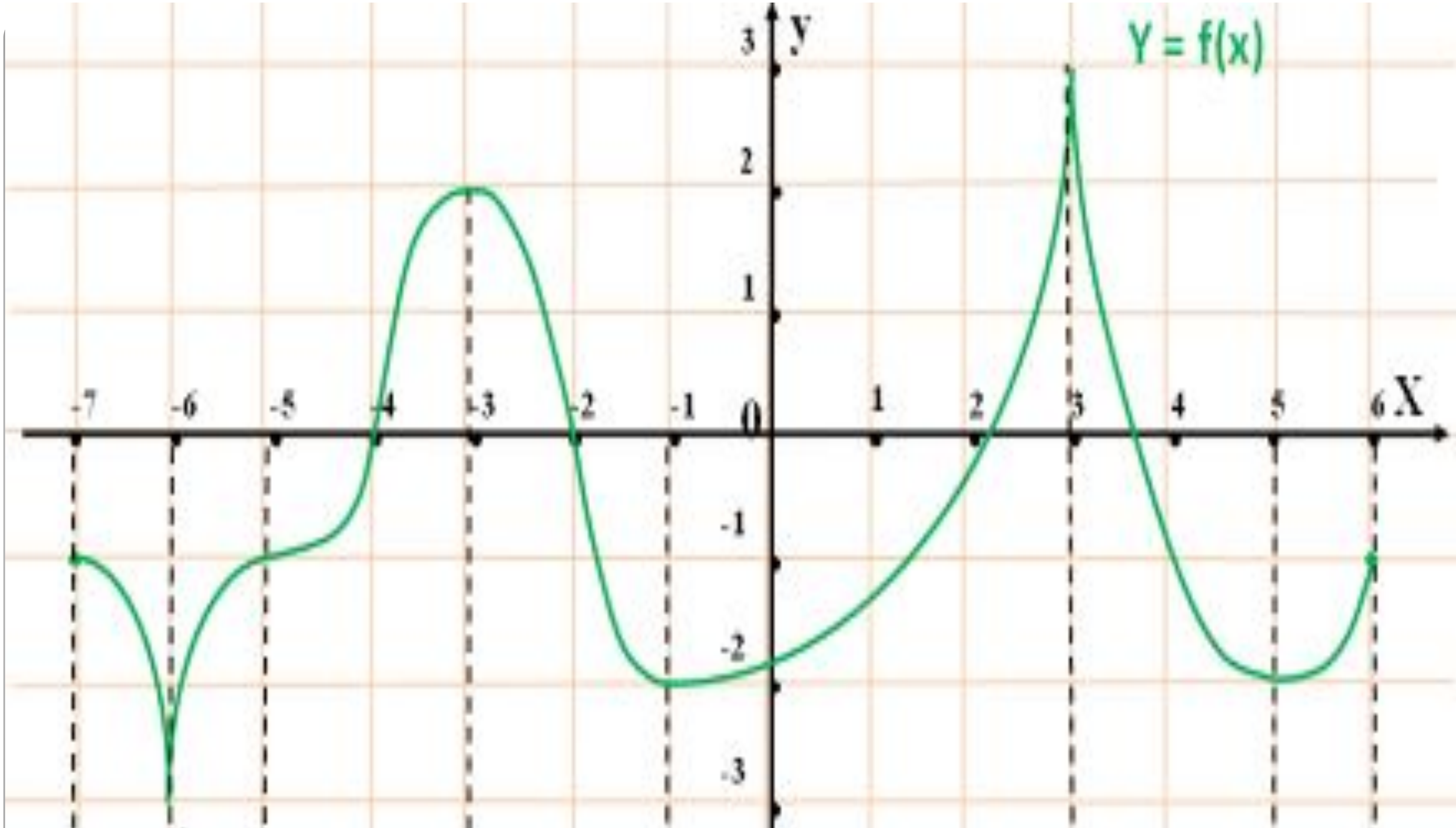
У = С • С



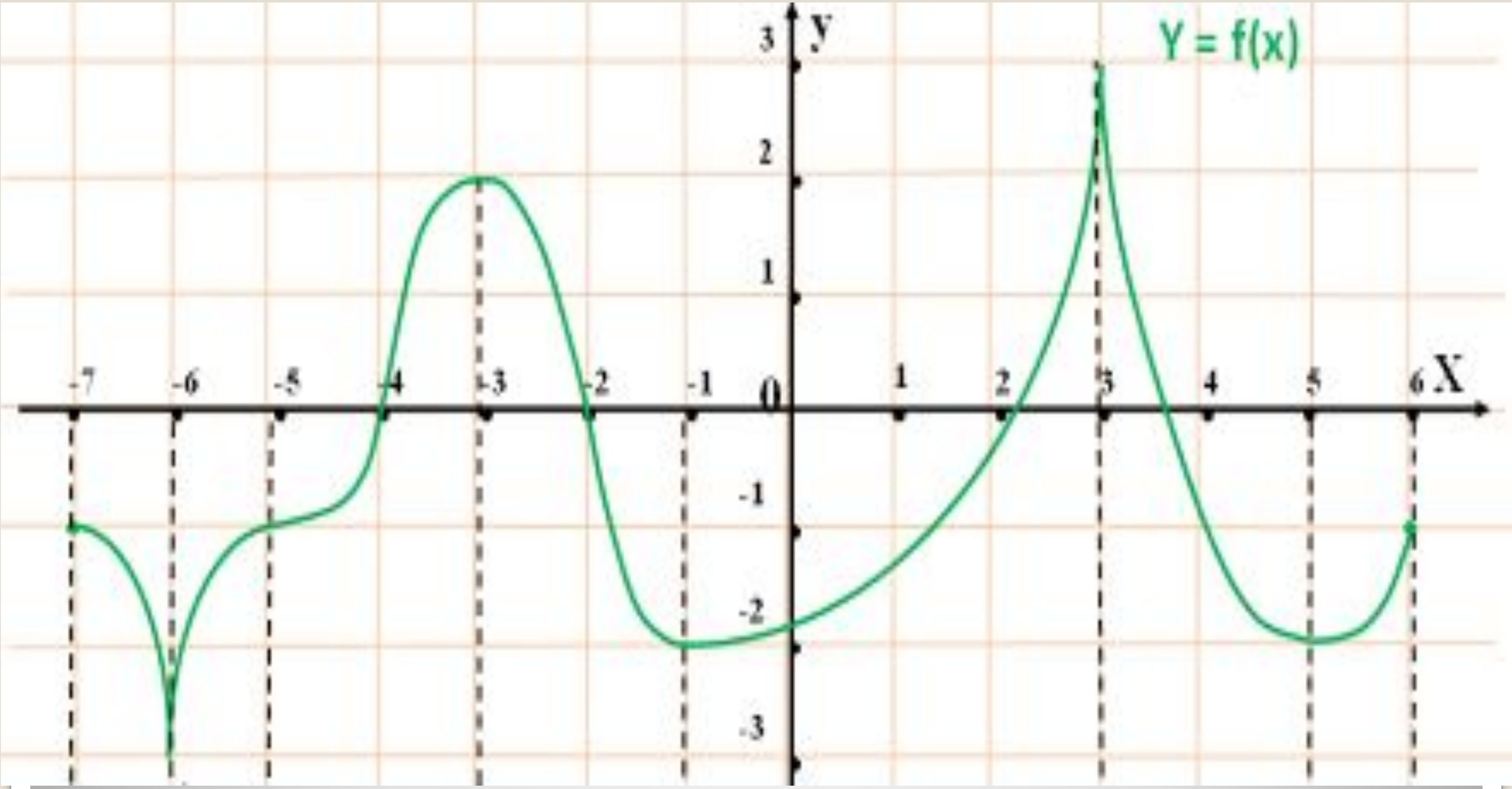
Функция y = f(x) определена на отрезке [-5;4]. График её производной изображен на рисунке. Определите точки максимума и минимума функции f(x).



Функция y = f(x) определена на отрезке [-5;4]. График её производной изображен на рисунке. Определите сколько существует точек на графике функции f(x) , касательные в которых параллельны прямой *y = 5 – 2x.*



Функция y = f(x) определена на отрезке [-7;6]. Её график изображен на рисунке. Найдите точки минимума функции.



Функция y = f(x) определена на отрезке [-7;6]. Её график изображен на рисунке. Найдите точки максимума функции. **Определите точки в которых производная этой функции не существует.**

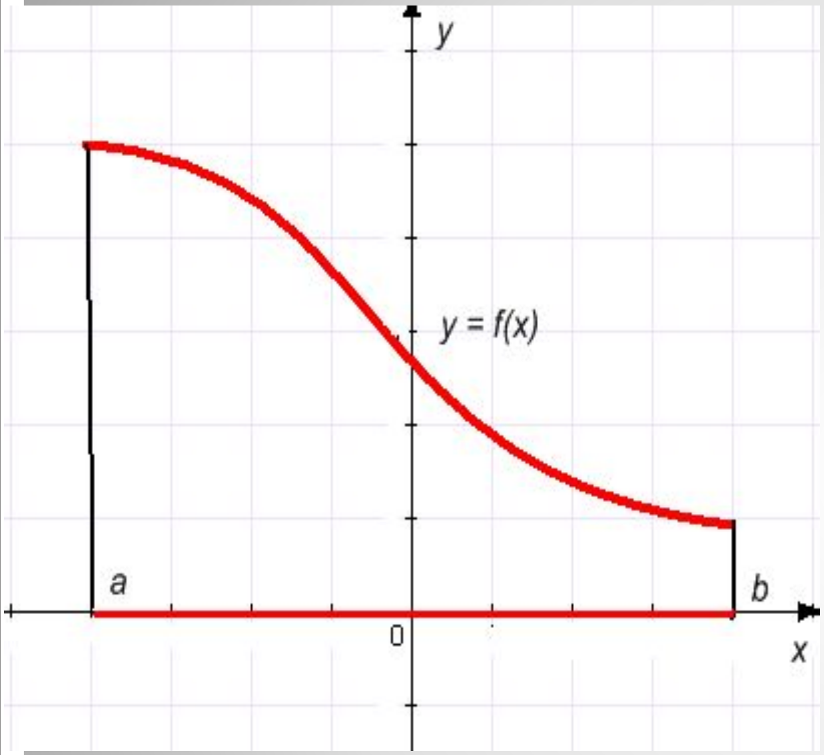
Тема урока:

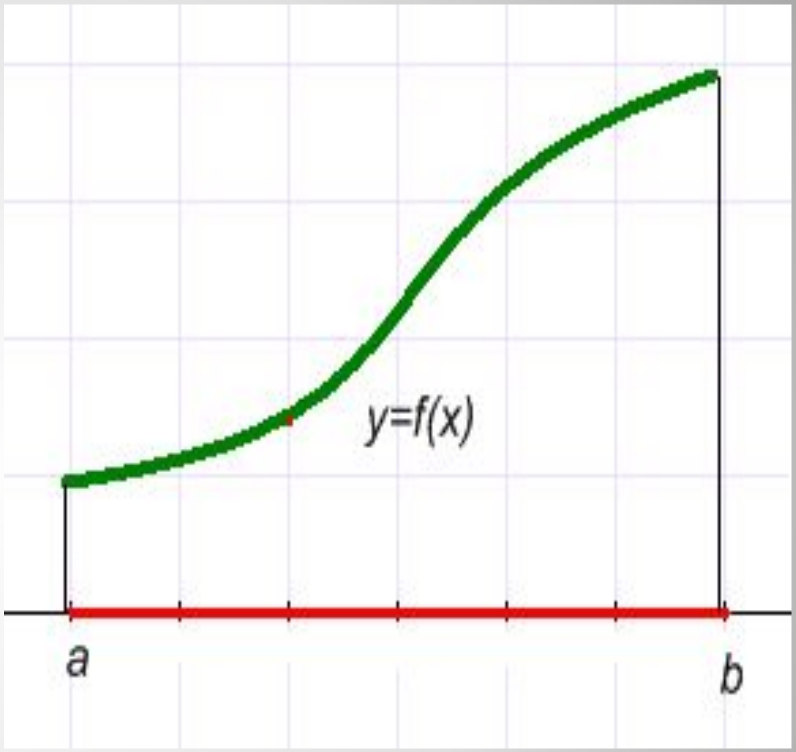
Наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке

Теорема Вейерштрасса

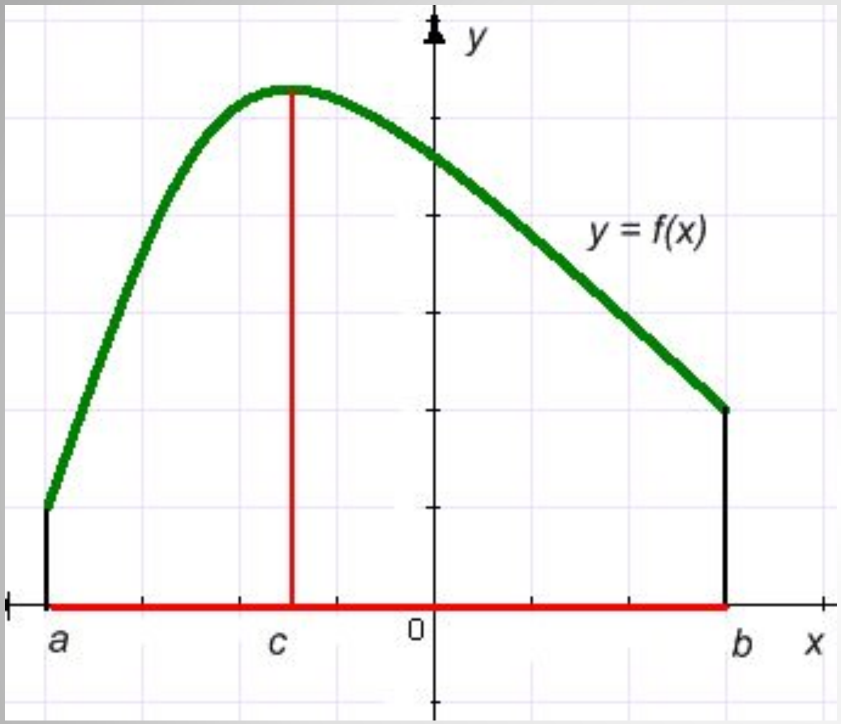
Вейерштрасс Карл Теодор Вильгельм (1815-1897 гг.) - немецкий математик

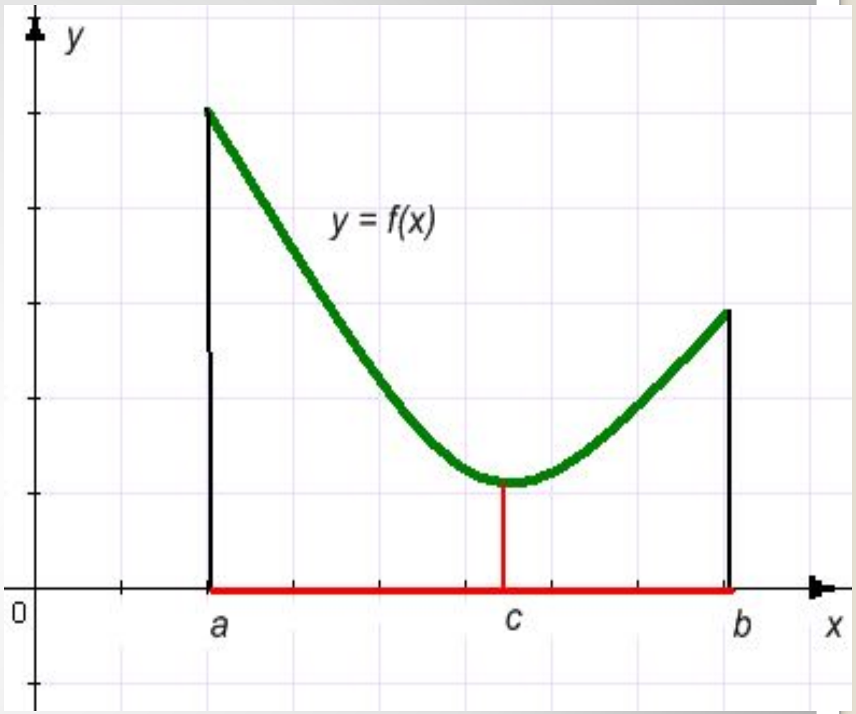
Непрерывная на отрезке [*a;b*] функция *f* принимает на этом отрезке наибольшее и наименьшее значения.





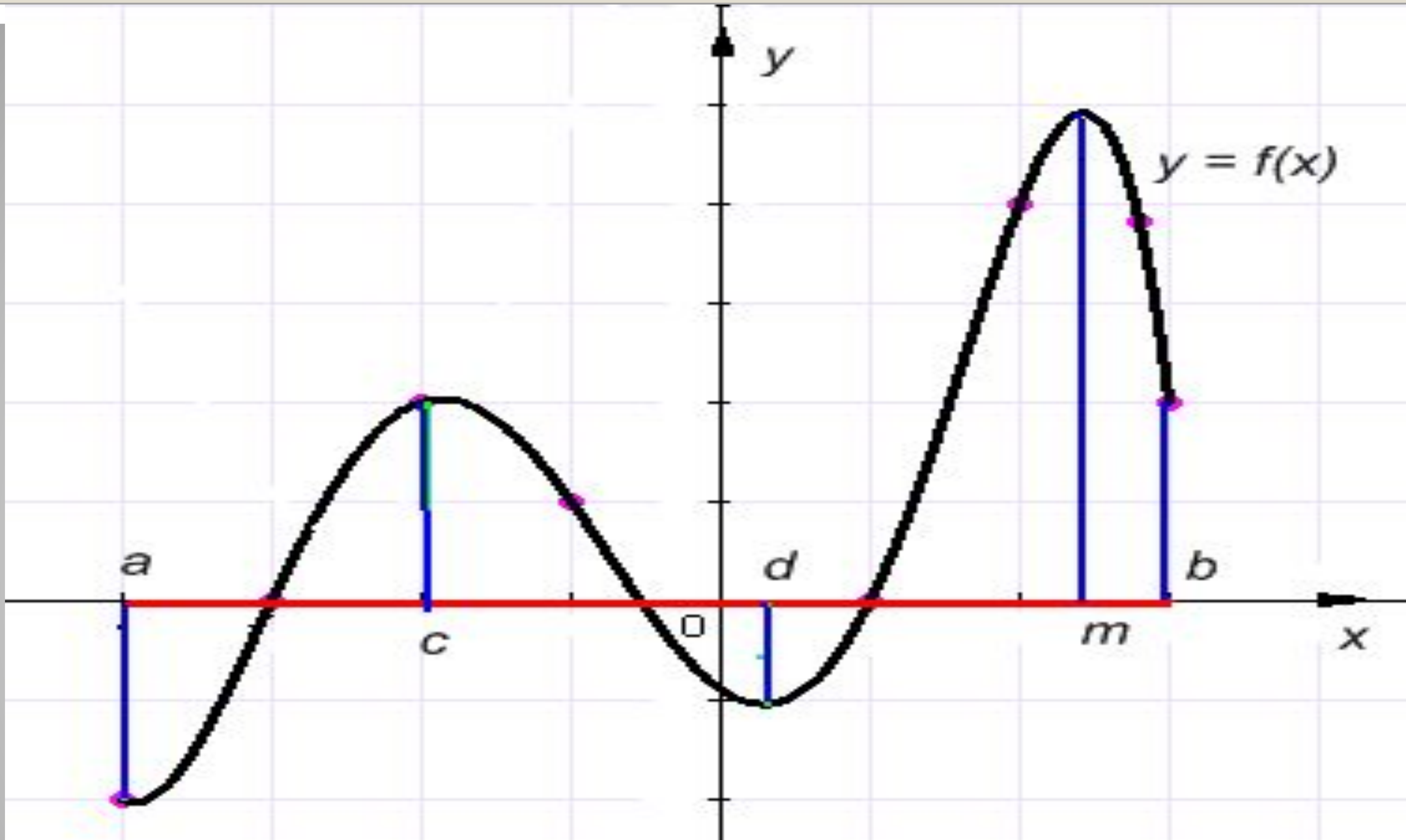
Если функция f(x) возрастает (убывает) на [a;b], то наибольшего или наименьшего значения она достигает на концах этого отрезка.





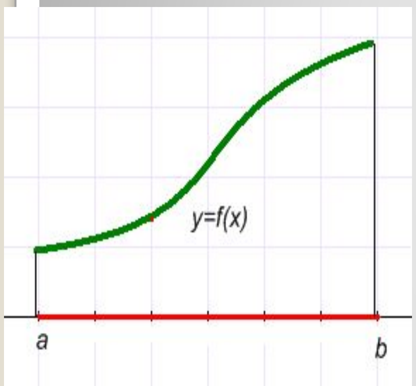
Если функция *y = f(x)* на отрезке [*a*; *b*] имеет лишь одну критическую точку и она является точкой максимума (минимума), то в этой точке функция принимает наибольшее (наименьшее) значение

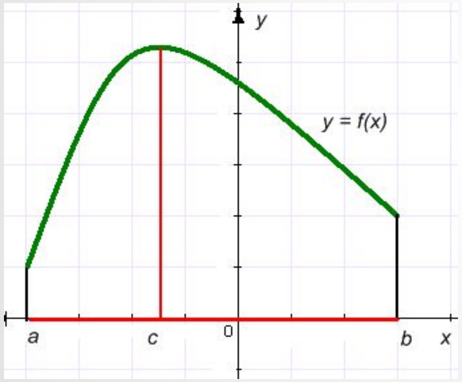
fmax = fнаиб. fmin = fнаим.

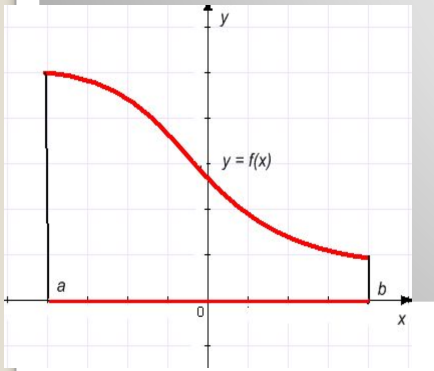


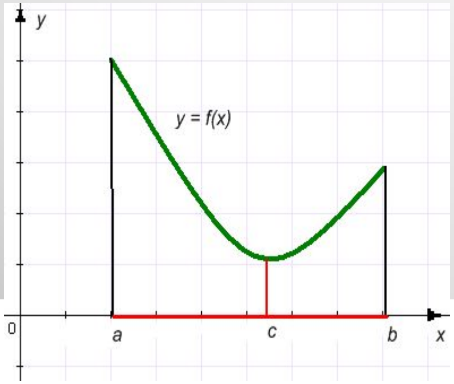
Наибольшего (наименьшего) значения непрерывная на [a; b] функция достигает либо на концах отрезка, либо в точках экстремума, лежащих на этом отрезке.

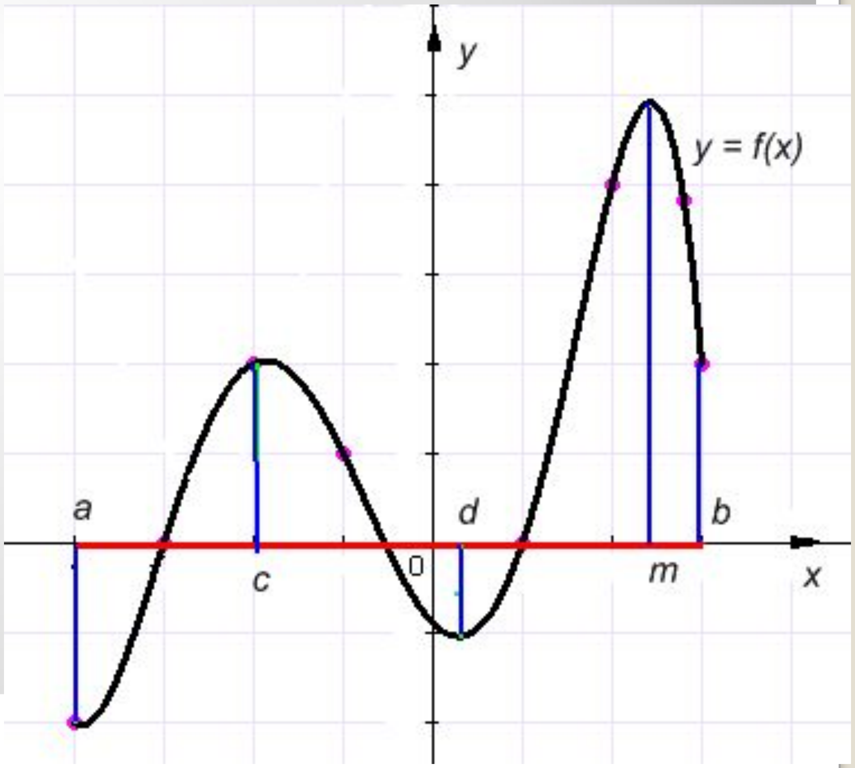
Проанализируйте все рассмотренные случаи. В каких точках функция достигает наибольшего (наименьшего) значений?











Алгоритм нахождения наибольшего и наименьшего значения функции на [a;b]

1. Найти производную функции $f'(x)$;
2. Найти стационарные и критические точки функции: $f'(x)=0$;
3. Выбрать из них точки, принадлежащие данному отрезку [a;b];
4. Вычислить значения функции в найденных точках и на концах отрезка, т. е. в точках *a* и *b*;
5. Среди всех вычисленных значениях функции выбрать наибольшее и наименьшее

Наибольшее значение f(x)

Наименьшее значение f(x)

Найти наибольшее и наименьшее значение функции.

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$$

на отрезке $[-2; 2]$.

Решение:

1. $D(f) = R$,
2. Найдем критические точки функции: $f'(x) = 3x^2 - 6x + 3$, $f(x) = 0$, если $3x^2 - 6x + 3 = 0$. Отсюда, $x = 1$.
3. Найдем значения функции на концах отрезка и в критической точке, лежащей на этом отрезке :

   $f(-2) = -8 - 12 - 6 + 2 = -24$;

   $f(1) = 1 - 3 + 3 + 2 = 3$;

   $f(2) = 8 - 12 + 6 + 2 = 4$.
4. Выберем из полученных значений наибольшее и наименьшее: $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = f(2) = 4$;

   $\min\limits_{[-2;2]} f(x) = f(-2) = -24$.

Самостоятельная работа

Найти наибольшее и наименьшее значения функции:

I в. $f(x) = 3x^2 - 2x^3 + 1$ на отрезке $[-1;4]$.

II в. $f(x) = 9x + 3x^2 - x^3$ на отрезке $[-2;\ 2]$.

Ответы

1 вариант: $y_{\text{наим}} = -79$ при $x = 4$,

$y_{\text{наиб}} = 6$ при $x = -1$.

2 вариант: $y_{\text{наим}} = -5$ при $x = -1$

$y_{\text{наиб}} = 22$ при $x = 2$

Спасибо за урок!