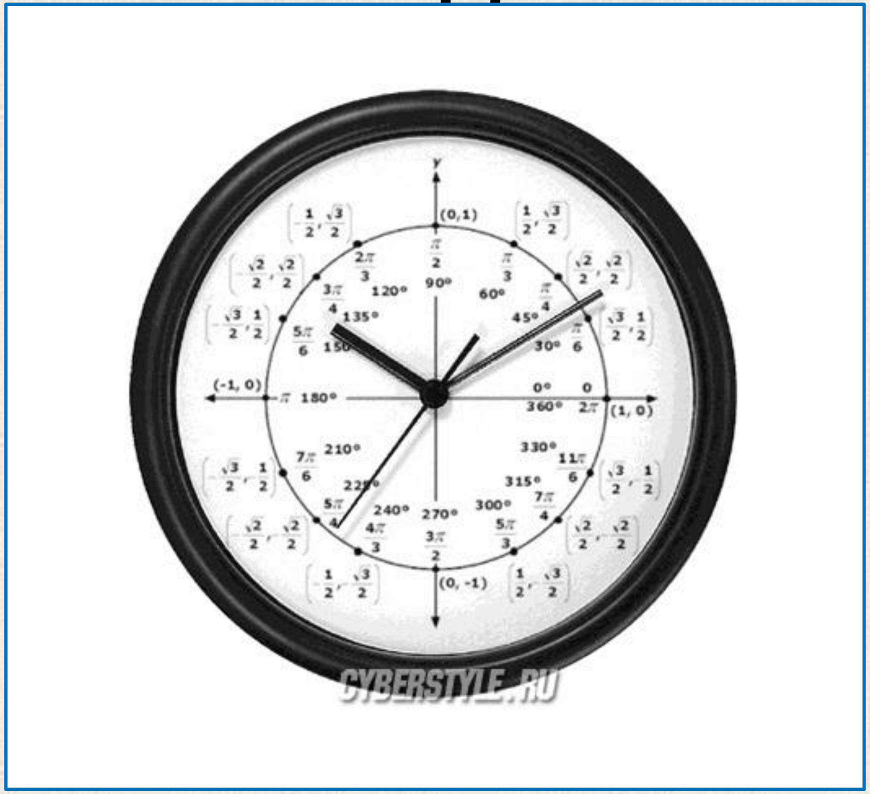
Формулы тригонометрии (часть 1)



Содержание

Повторение изученного материала

1. Найдите значение выражения

а)$4 \sin 90° - 3 \cos 180°$; б) $\text{tg } 60° \cdot \sin 60° \cdot \text{ctg } 30°$; в) $3\text{ctg } 90° - 3 \sin 270°$.

2. Углом какой четверти является угол *α*, если:

а) $\cos \alpha > 0$ и $\sin \alpha > 0$; б) $\sin \alpha > 0$ и $\text{tg } \alpha > 0$;
в) $\text{ctg } \alpha > 0$ и $\sin \alpha < 0$; в) $\sin \alpha < 0$ и $\cos \alpha < 0$.

3. Определите знак выражения(оперируйте знаками по четвертям):

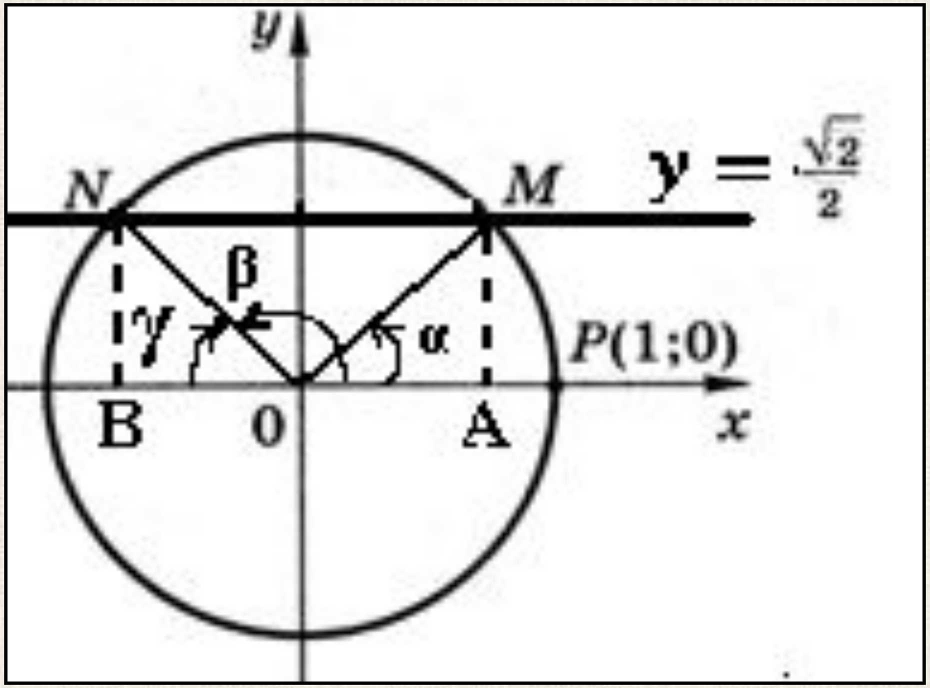
а) $\sin 100° \cdot \cos 300°$; б) $\cos 320° \cdot \text{ctg } 17°$;
в) $\sin 190° \cdot \text{tg } 200°$; г) $\text{tg } 170° \cdot \cos 400°$.

Повторение изученного материала

1. **Определите величину углов, образовавшихся при пересечении единичной окружности с прям** $y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ **.**

Решение:

$y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ => sin α = sin β = $\frac{1}{2}$
Так как α находится в первой четверти, то применяя [таблицу значений]() синусов, угол α = 30°.
Но имеется еще и второй угол β (II четверть).
Из равенства треугольников ONB и OMA следует, что α = γ.
Поэтому: β = 180°- γ = 150°.



Следствие. ВСЕГДА α = γ.

Повторение изученного материала

Решите самостоятельно:

Определите величину углов, образовавшихся при пересечении
единичной окружности с прямой:

а) $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $y = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Основные формулы sin α, cos α, tg α, ctg α.

1 Для любого угла α справедливы

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

(основное тригонометрическое тождество)

$|\sin\alpha| \leqslant 1,$
$|\cos\alpha| \leqslant 1.$

2 $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$ $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$ $\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg}\alpha$ $\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg}\alpha$

3 $\operatorname{tg}\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha = 1$ где $\alpha \neq \frac{\pi}{2}k,\ k \in Z.$

4 $\operatorname{tg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2\alpha}$ где $\alpha \neq \frac{\pi}{2} + \pi k,\ k \in Z$

5 $\operatorname{ctg}^2\alpha + 1 = \frac{1}{\sin^2\alpha}$ где $\alpha \neq \pi k,\ k \in Z$

6 $\sin(\alpha + 2\pi k) = \sin\alpha$ $\operatorname{tg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{tg}\alpha$
$\cos(\alpha + 2\pi k) = \cos\alpha$ $\operatorname{ctg}(\alpha + \pi k) = \operatorname{ctg}\alpha$ где $k \in Z$

7 $\sin(\pi + \alpha) = -\sin\alpha,$
$\cos(\pi + \alpha) = -\cos\alpha.$

Назад

Формулы приведения

x	$\frac{\pi}{2}-\alpha$	$\frac{\pi}{2}+\alpha$	$\pi-\alpha$	$\pi+\alpha$
$\sin x$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$
$\cos x$	$\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$
$\operatorname{tg} x$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg} x$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$

x	$-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}-\alpha$	$\frac{3\pi}{2}+\alpha$	$2\pi-\alpha$	$2\pi+\alpha$
$\sin x$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$
$\cos x$	$\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$\sin\alpha$	$\cos\alpha$	$\cos\alpha$
$\operatorname{tg} x$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$
$\operatorname{ctg} x$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{tg}\alpha$	$-\operatorname{ctg}\alpha$	$\operatorname{ctg}\alpha$

Назад

Косинус разности и суммы двух углов

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$$

Синус разности и суммы двух углов

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$

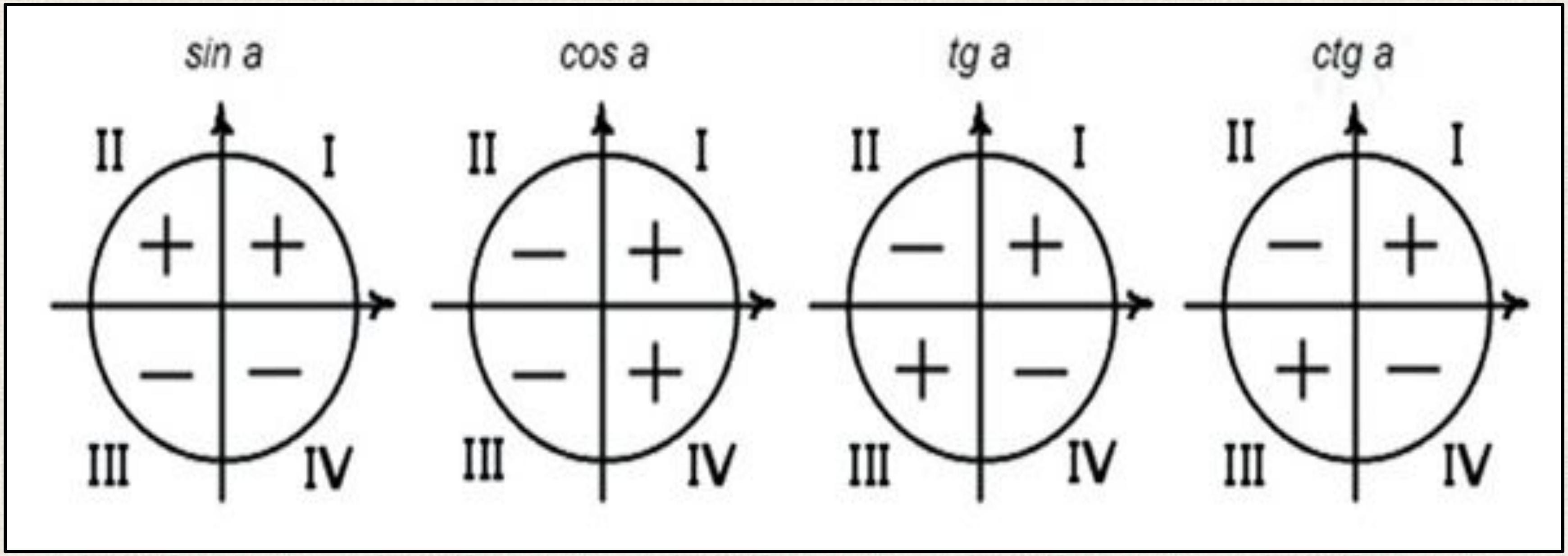
$$\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$$

Расширенная таблица значений
sin t, cos t, tg t, ctg t.

Функция	Аргумент t																
	0	$\frac{\pi}{6}$ 30°	$\frac{\pi}{4}$ 45°	$\frac{\pi}{3}$ 60°	$\frac{\pi}{2}$ 90°	$\frac{2\pi}{3}$ 120°	$\frac{3\pi}{4}$ 135°	$\frac{5\pi}{6}$ 150°	π 180°	$\frac{7\pi}{6}$ 210°	$\frac{5\pi}{4}$ 225°	$\frac{4\pi}{3}$ 240°	$\frac{3\pi}{2}$ 270°	$\frac{5\pi}{3}$ 300°	$\frac{7\pi}{4}$ 315°	$\frac{11\pi}{6}$ 330°	2π 360°
$\sin t$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos t$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$tg\, t$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	–	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0
$ctg\, t$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\sqrt{3}$	–

Назад

Определение знака *sin α, cos α, tg α, ctg α* по четвертям единичной окружности



Назад

Сумма и разность синусов и косинусов

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\sin\alpha-\sin\beta=2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2};$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2};$$

$$\cos\alpha-\cos\beta=-2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.$$

Назад