

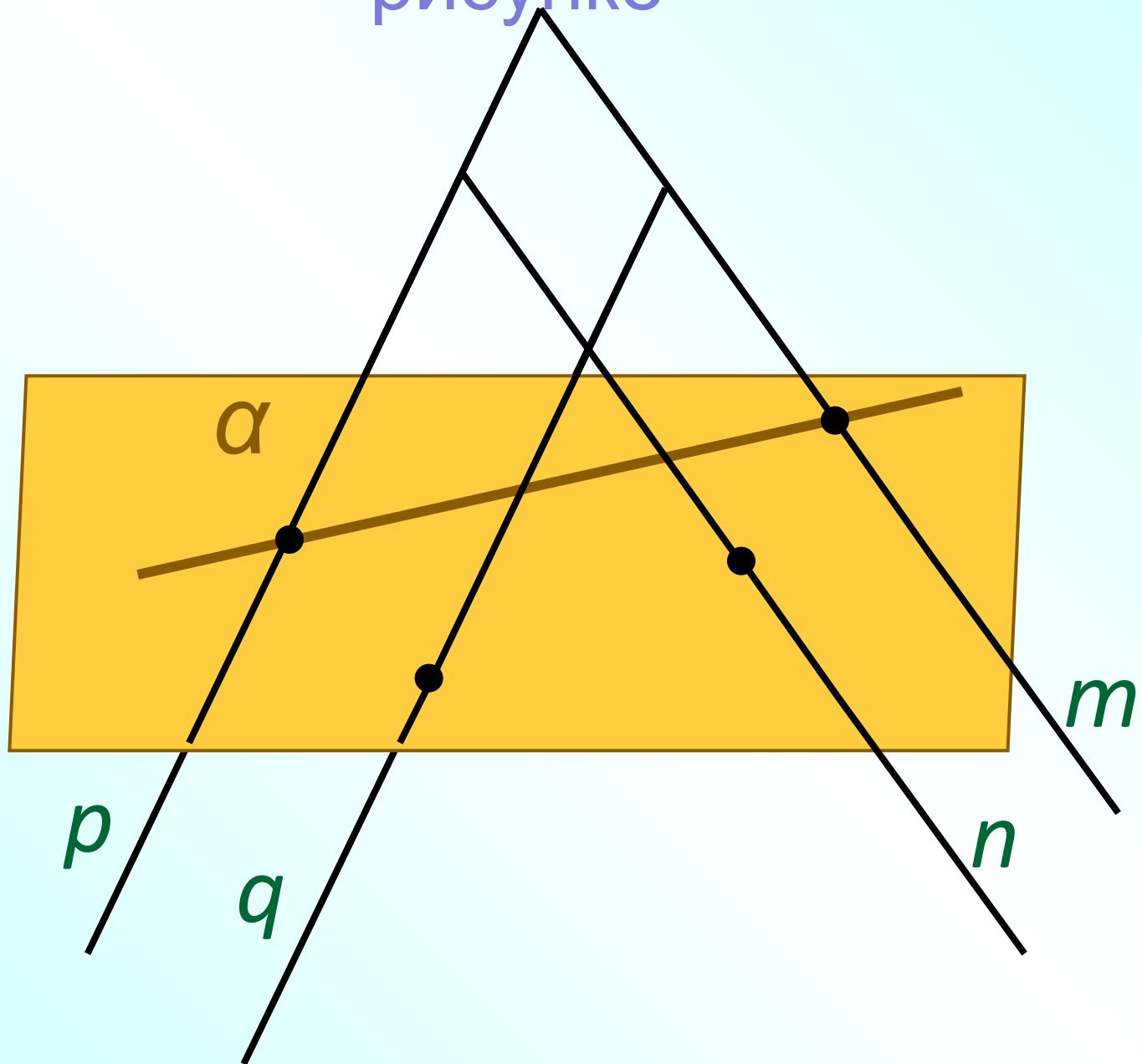
# Параллельность

## Геометрия 10

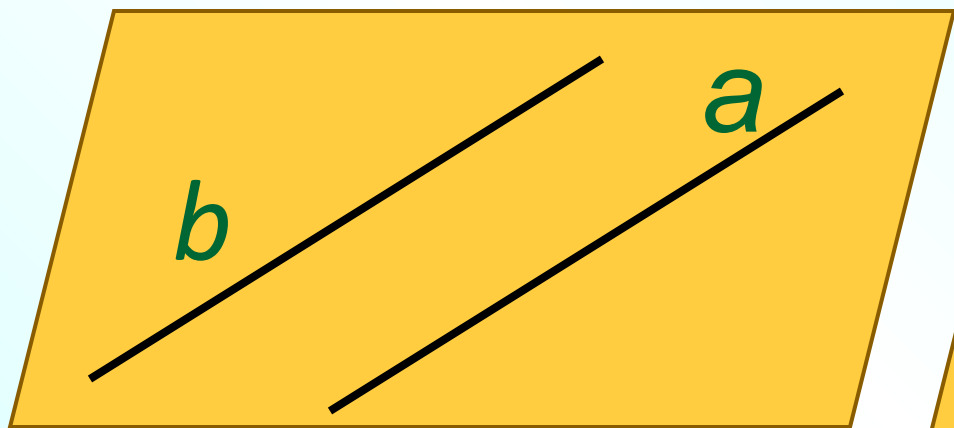
прямых, прямой и плоскости

Довлатбегян Виктория  
Александровна  
учитель высшей категории  
МБОУ «Лицей»  
г.Протвино МО

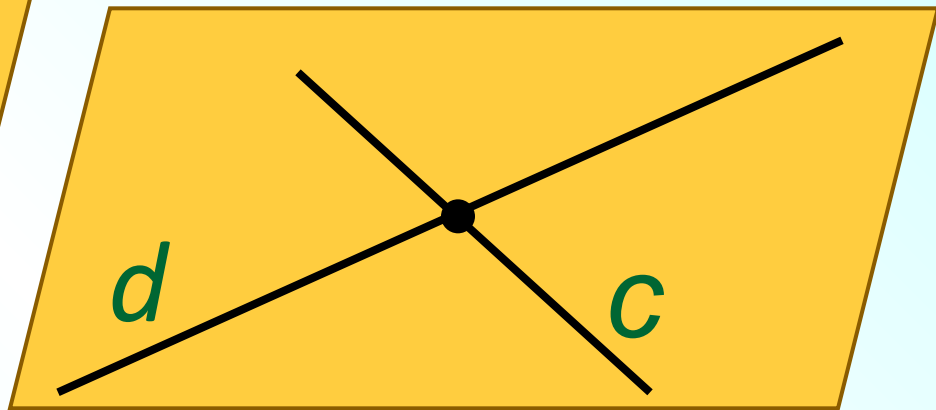
Определите ошибку на рисунке



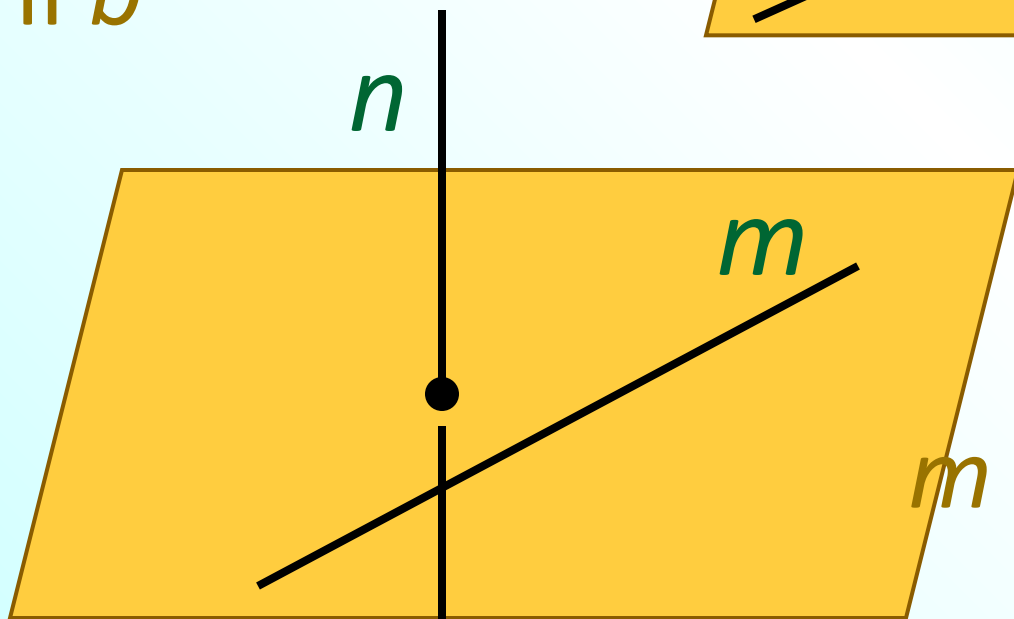
# Взаимное расположение прямых в пространстве



$a \parallel b$



$c \cap d$



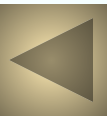
$m \perp n$



# Параллельные прямые в пространстве

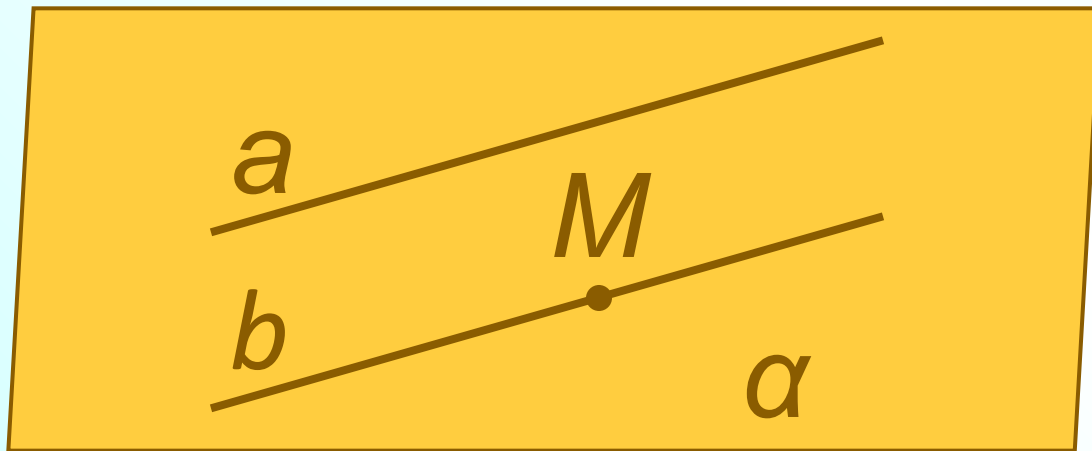
*Определени* *Две* *прямые* *называются*  
*е.* *параллельными*, *если они лежат в*  
*одной плоскости и не пересекаются.*

$$a \parallel b$$



# Теорема о параллельных прямых

Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна.



Дано:  $a, M \notin a$

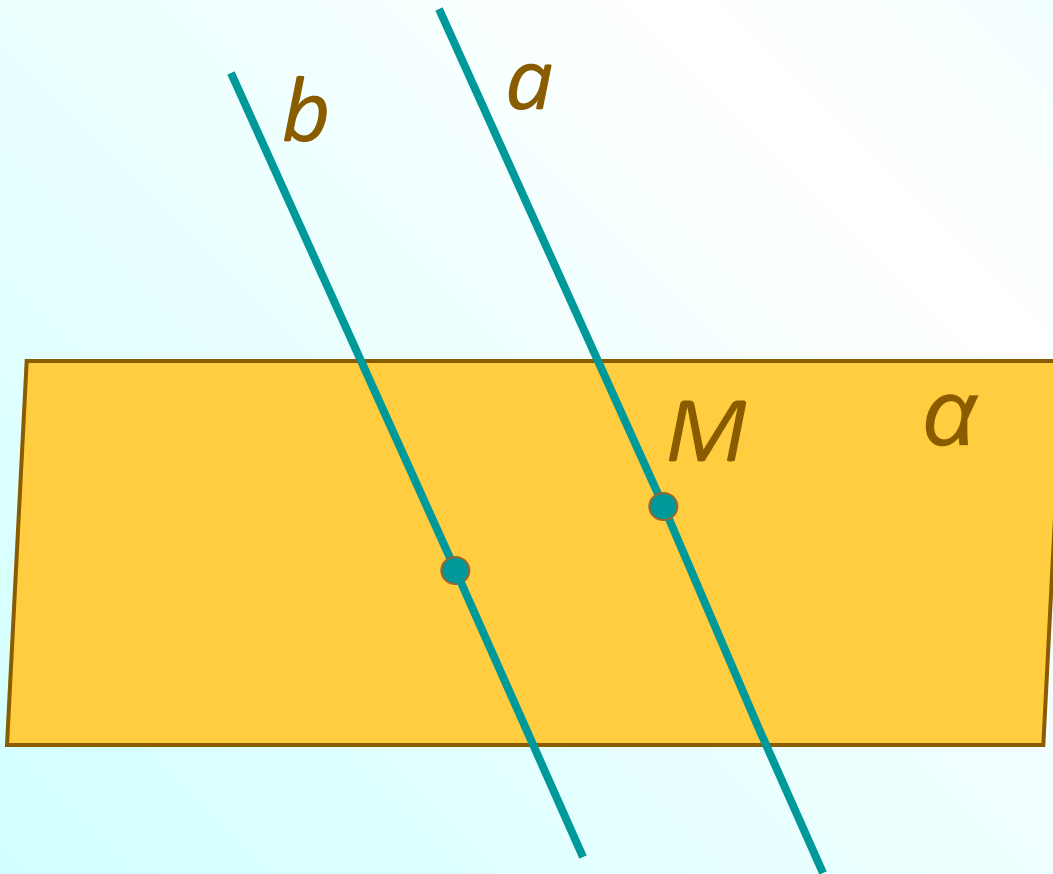
Доказать:

- 1)  $\exists b, M \in b, a \parallel b$
- 2)  $b - !$



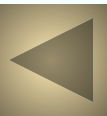
# Лемма

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.



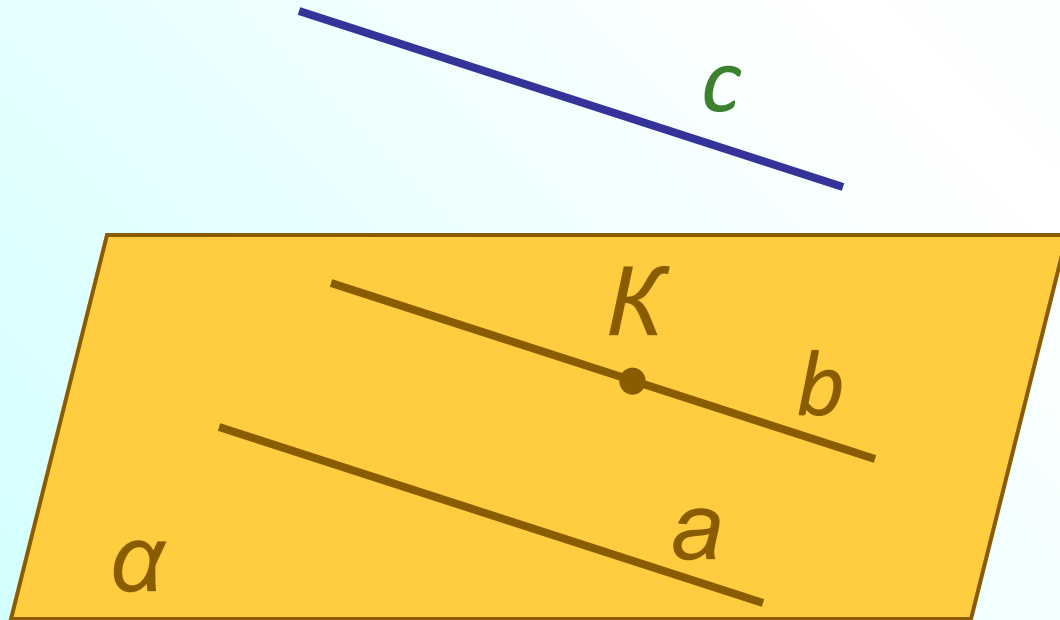
Дано:  $a \parallel b$ ,  $a \cap \alpha$

Доказать:  
 $b \cap \alpha$



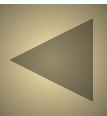
# Теорема о параллельности трех прямых

*Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны.*

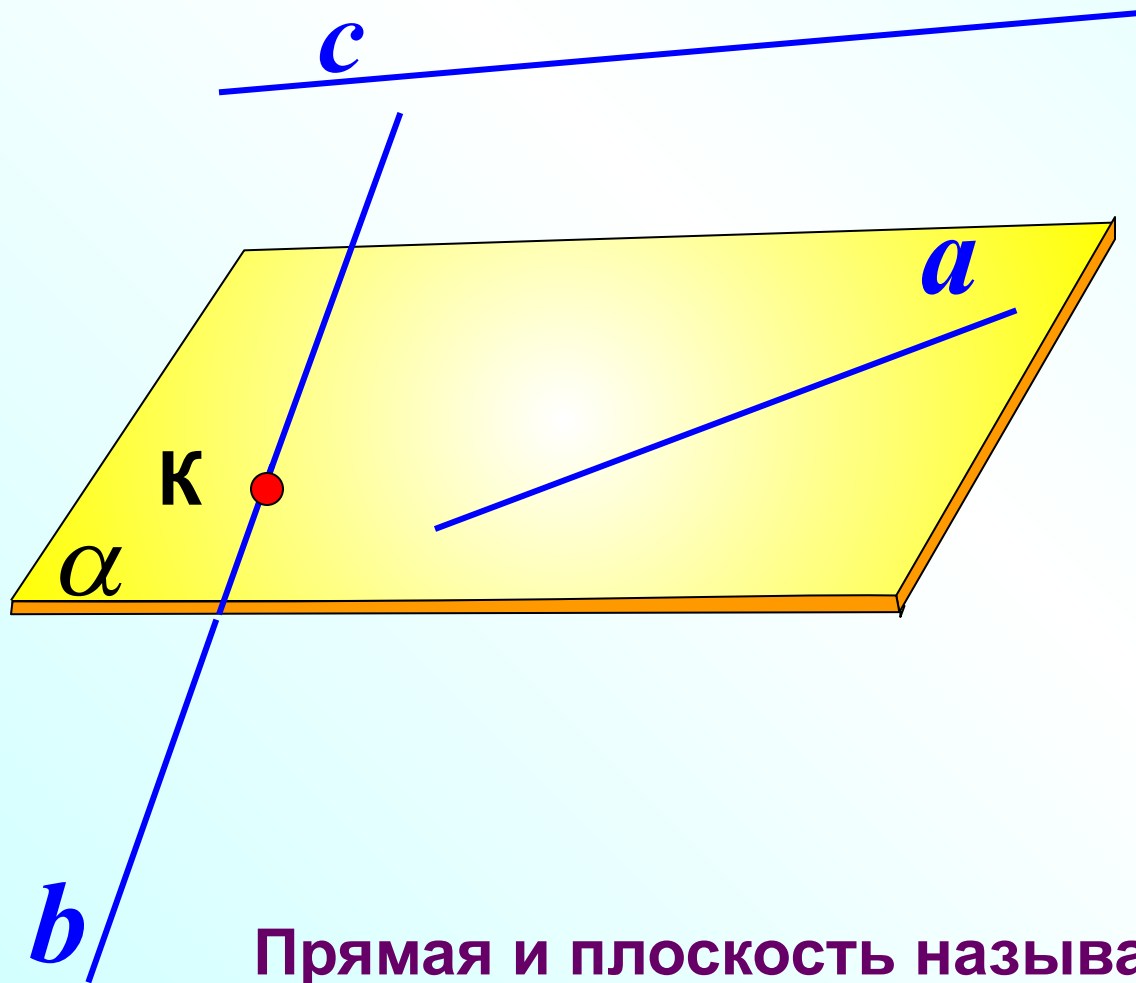


Дано:  $a \parallel c; b \parallel c$

Доказать:  $a \parallel b$   
( $a \subset \alpha, b \subset \alpha, a \cap b$ )



# Три случая взаимного расположения прямой и плоскости



$$a \subset \alpha$$

$$b \cap \alpha = K$$

$$c \parallel \alpha$$

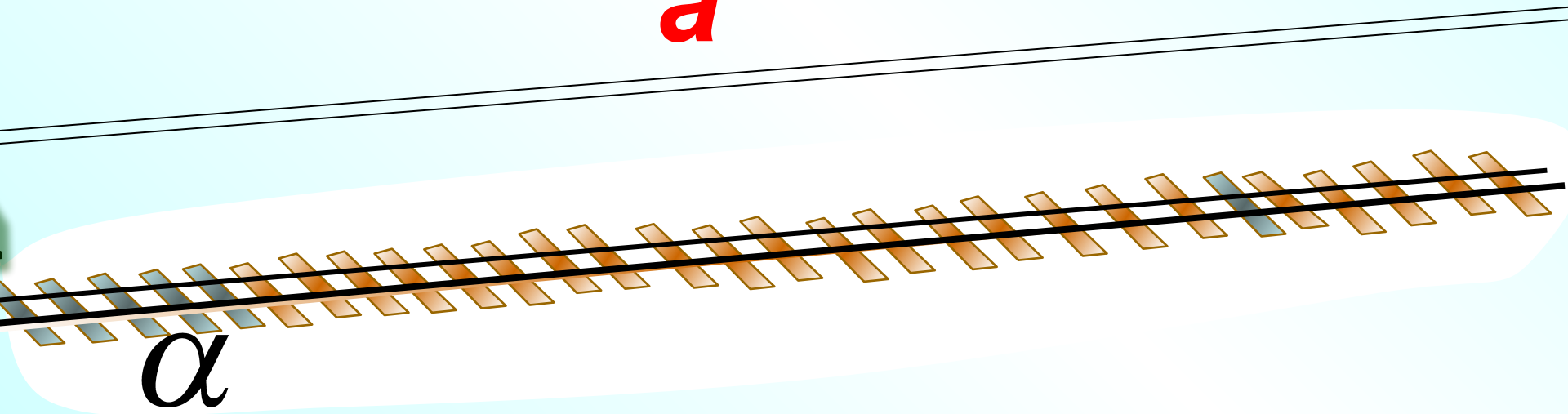
Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек.

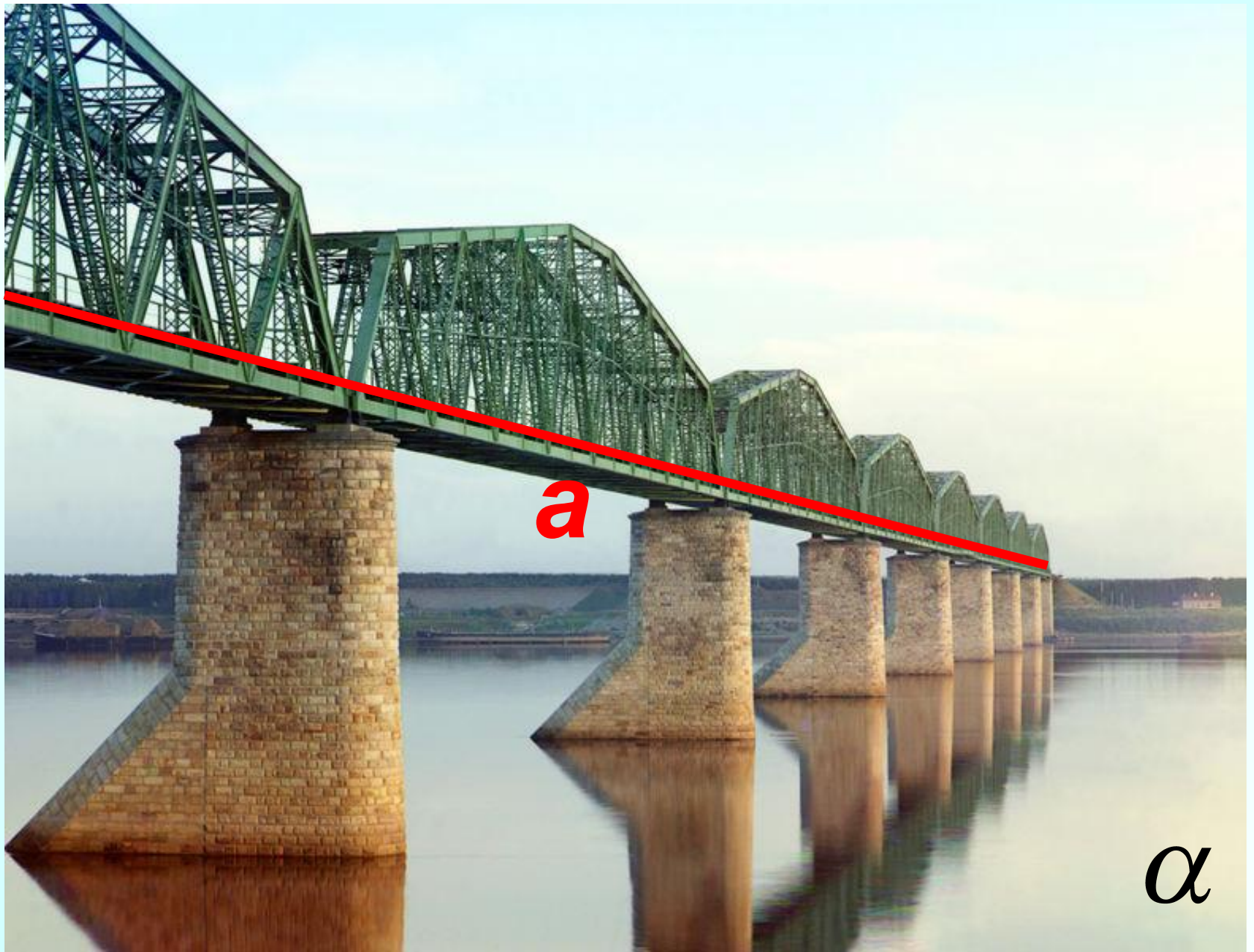


Наглядное представление о прямой, параллельной плоскости, дают натянутые троллейбусные или трамвайные провода – они параллельны плоскости земли.

$$a \parallel \alpha$$

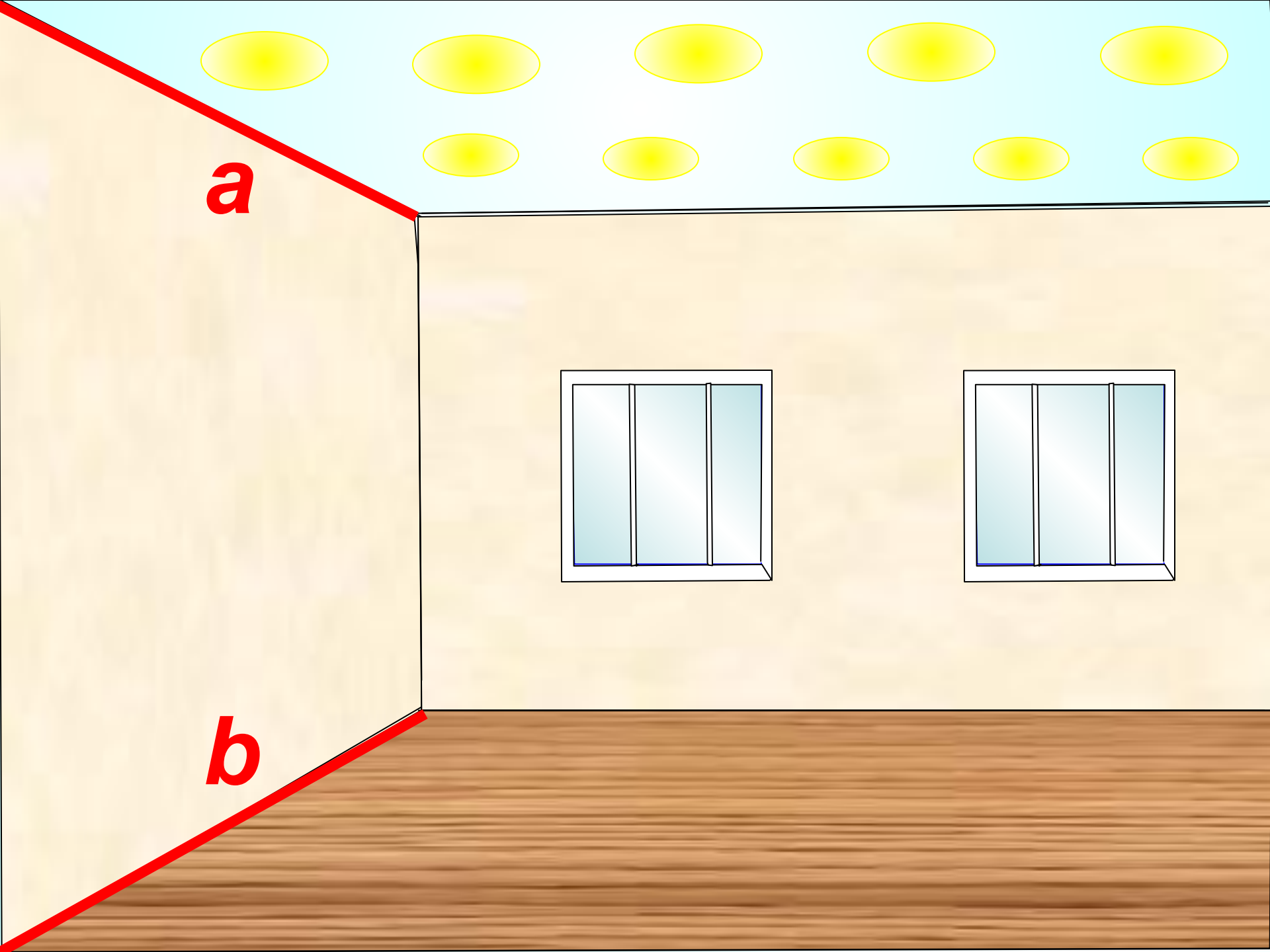
*a*



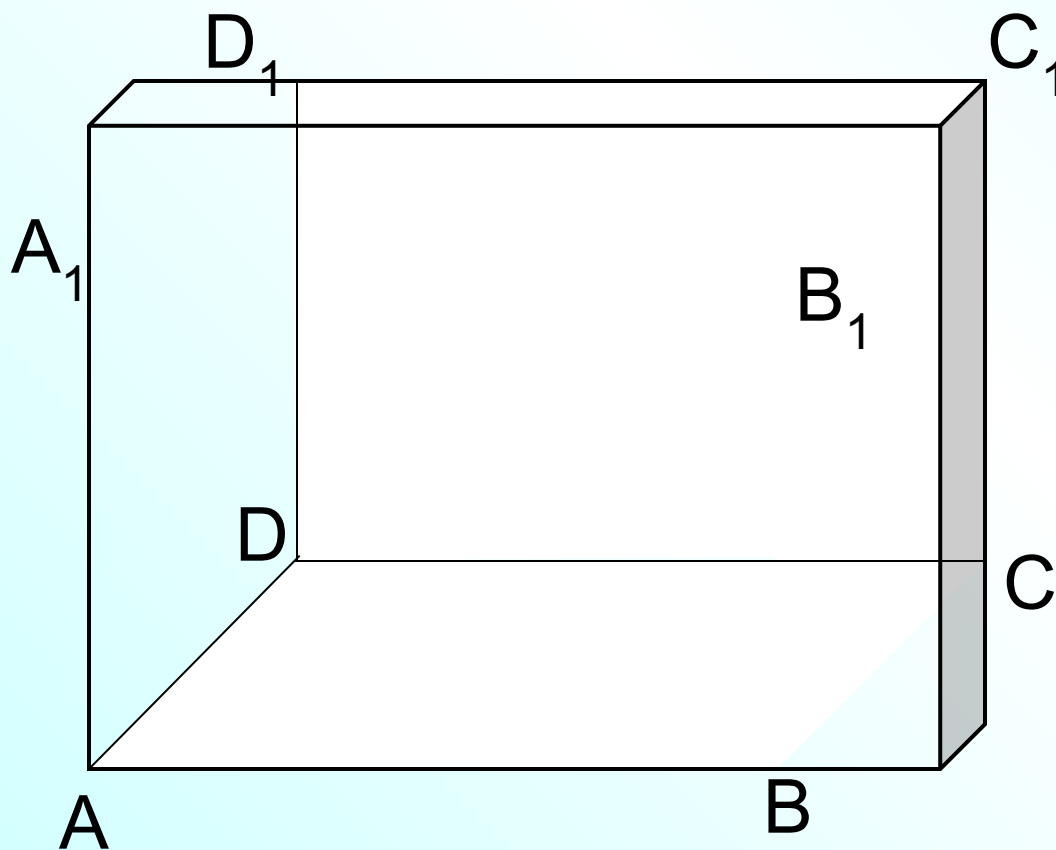


*a*

$\alpha$

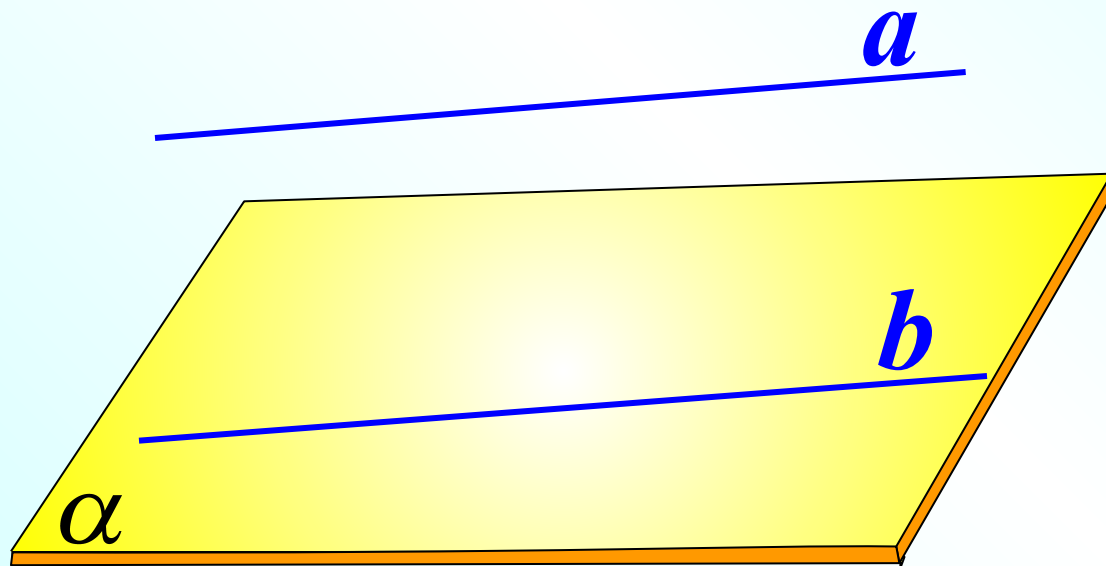


Назовите прямые, параллельные данной плоскости



## Теорема

Если прямая не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна этой плоскости.



Дано:  $a \parallel b$ ,  $b \subset \alpha$

Доказать:  $a \parallel \alpha$

Применим способ от противного

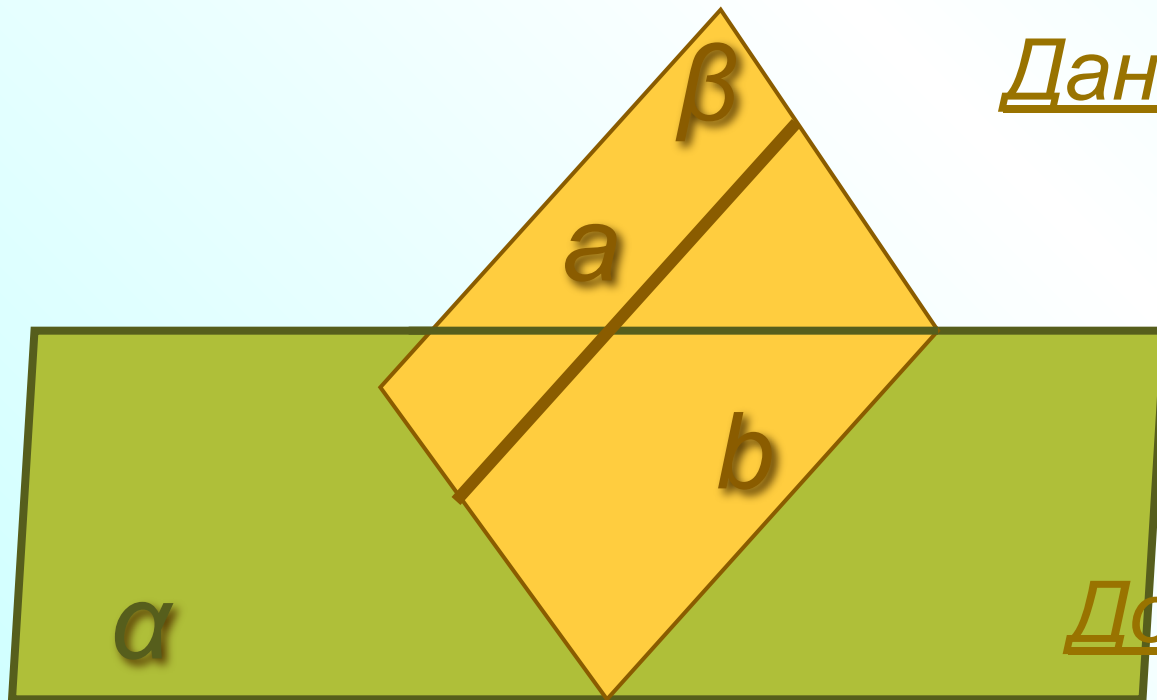
Предположим, что прямая  $a$  пересекает плоскость  $\alpha$ . Тогда по лемме о пересечении плоскости параллельными прямыми прямая  $b$  также пересекает  $\alpha$ .

Это противоречит условию теоремы:  $b \subset \alpha$

Значит, наше предположение не верно,  $a \parallel \alpha$

# Свойства параллельности прямой и плоскости (1°)

*Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.*

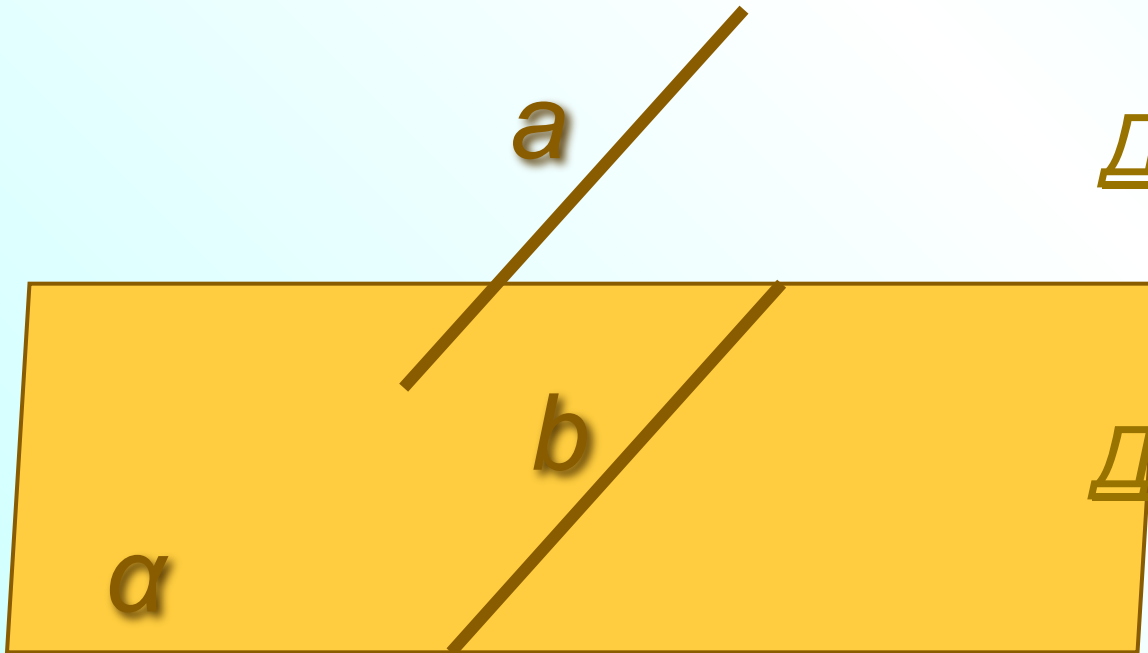


Дано:  $a \subset \beta$ ,  $a \not\subset \alpha$ ,  
 $a \parallel \alpha$ ,  $\alpha \cap \beta = b$

Доказать:  $a \parallel b$

# Свойства параллельности прямой и плоскости (2°)

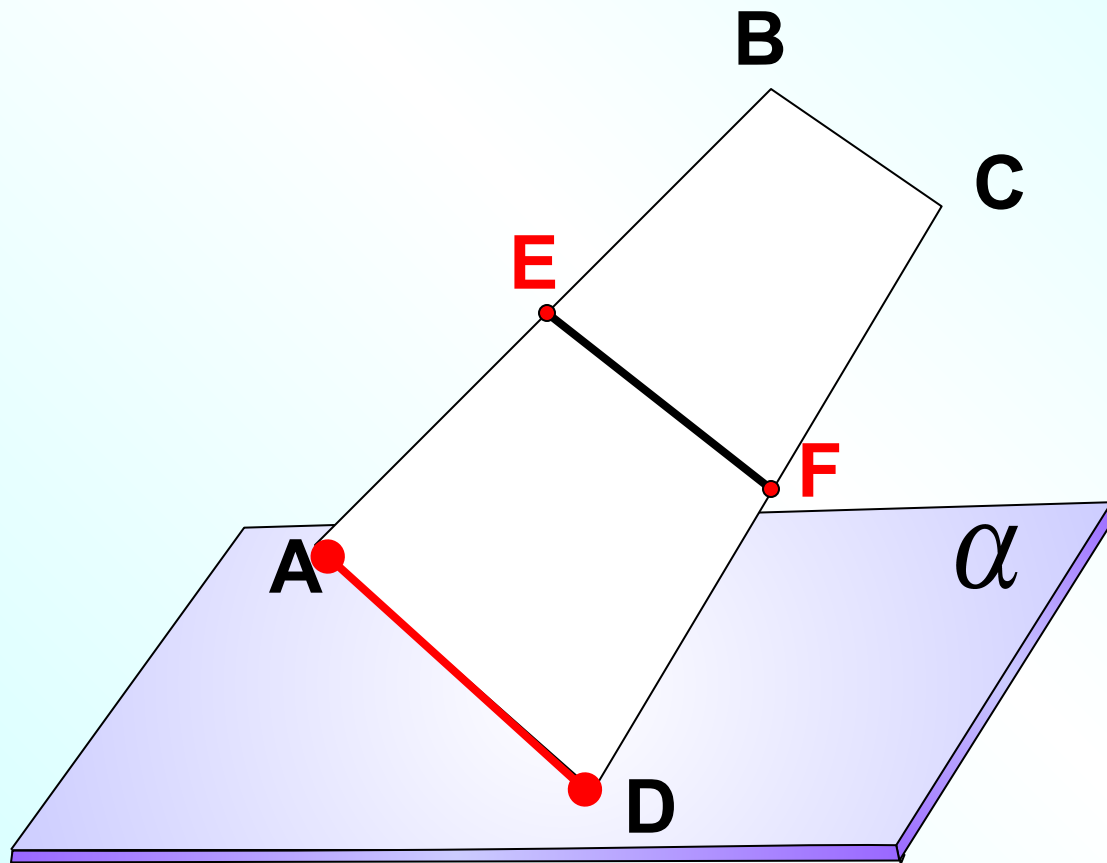
Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.



Дано:  $a \parallel \alpha$ ,  $a \parallel b$

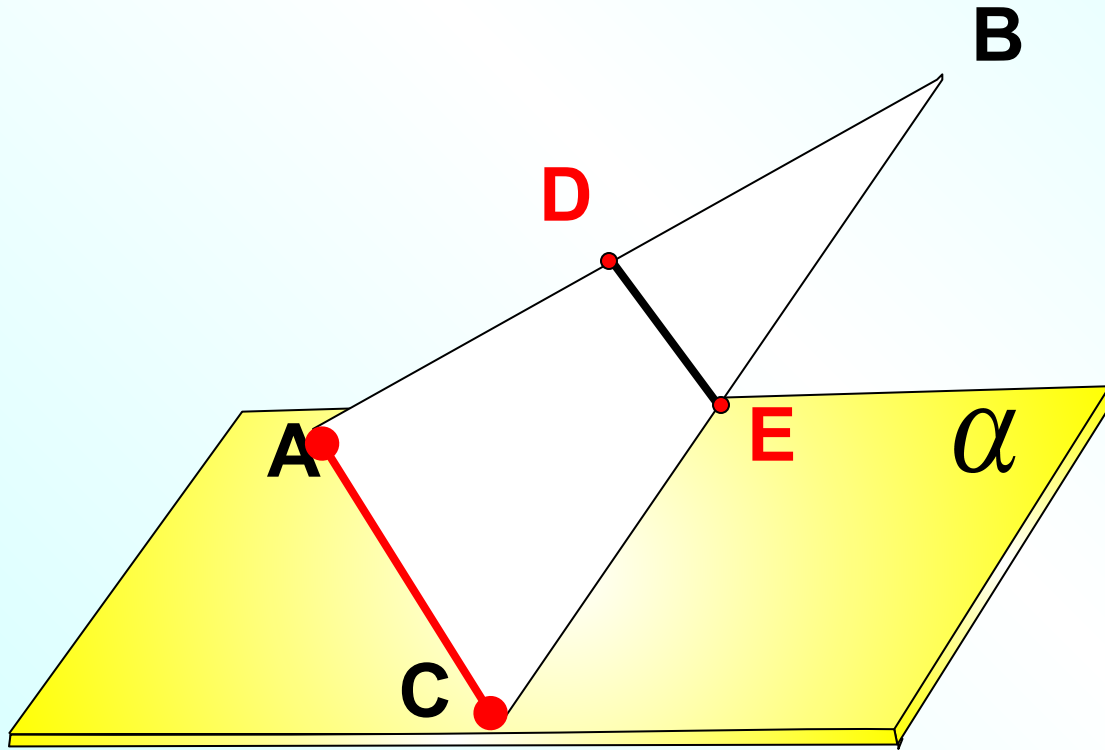
Доказать:  $b \parallel \alpha$ ,  
 $b \subset \alpha$

**№1.** Плоскость  $\alpha$  проходит через основание AD трапеции ABCD. Точки E и F - середины отрезков AB и CD соответственно. Докажите, что  $EF \parallel \alpha$

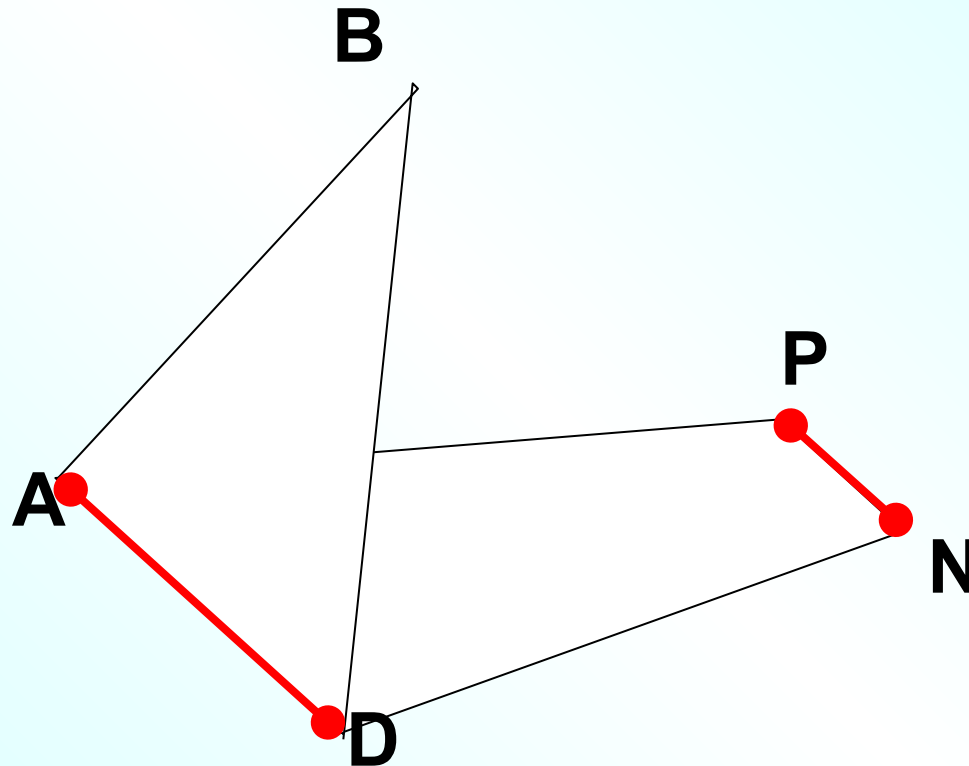




**№2.** Плоскость  $\alpha$  проходит через сторону AC треугольника ABC. Точки D и E - середины отрезков AB и BC соответственно. Докажите, что  $DE \parallel \alpha$

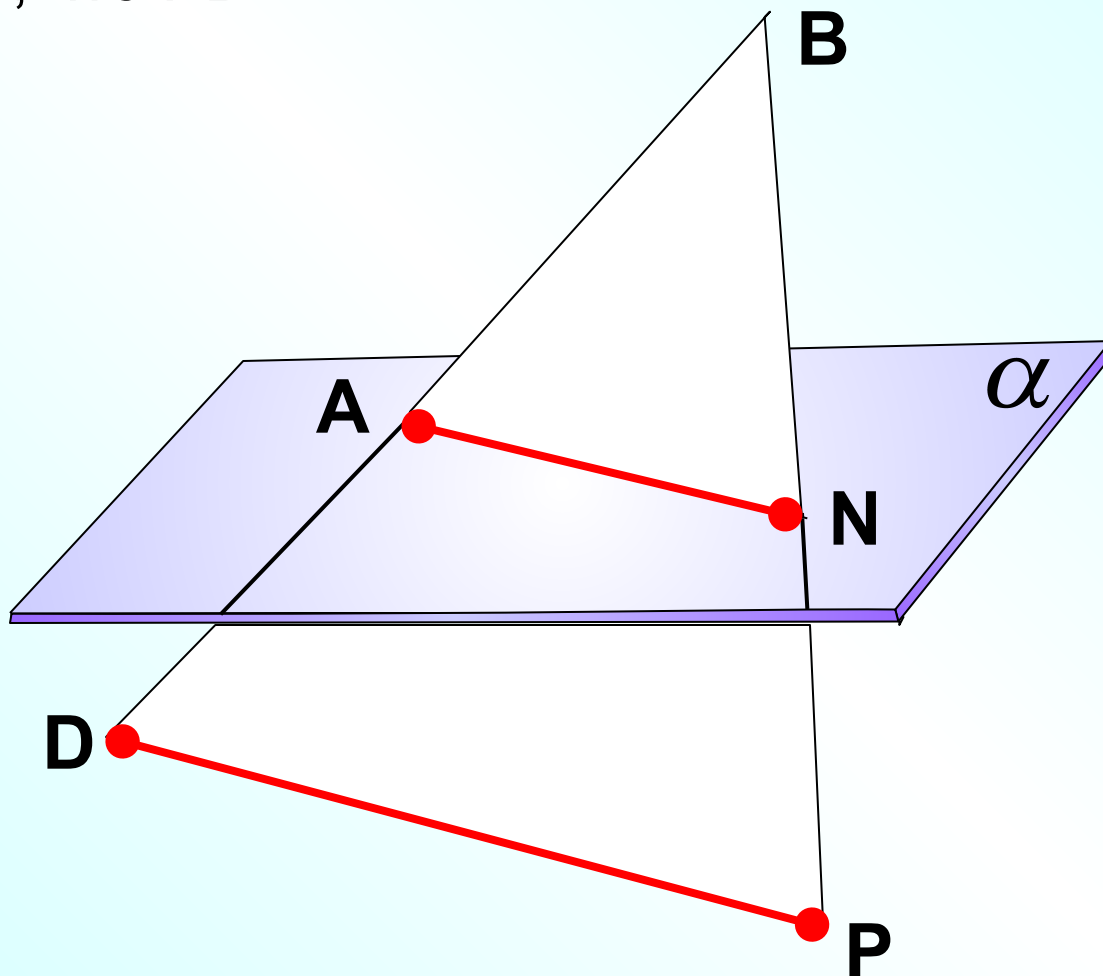


**№3.** ADNP – трапеция, ADB –  
треугольник.  
Докажите, что  $PN \parallel (ABD)$

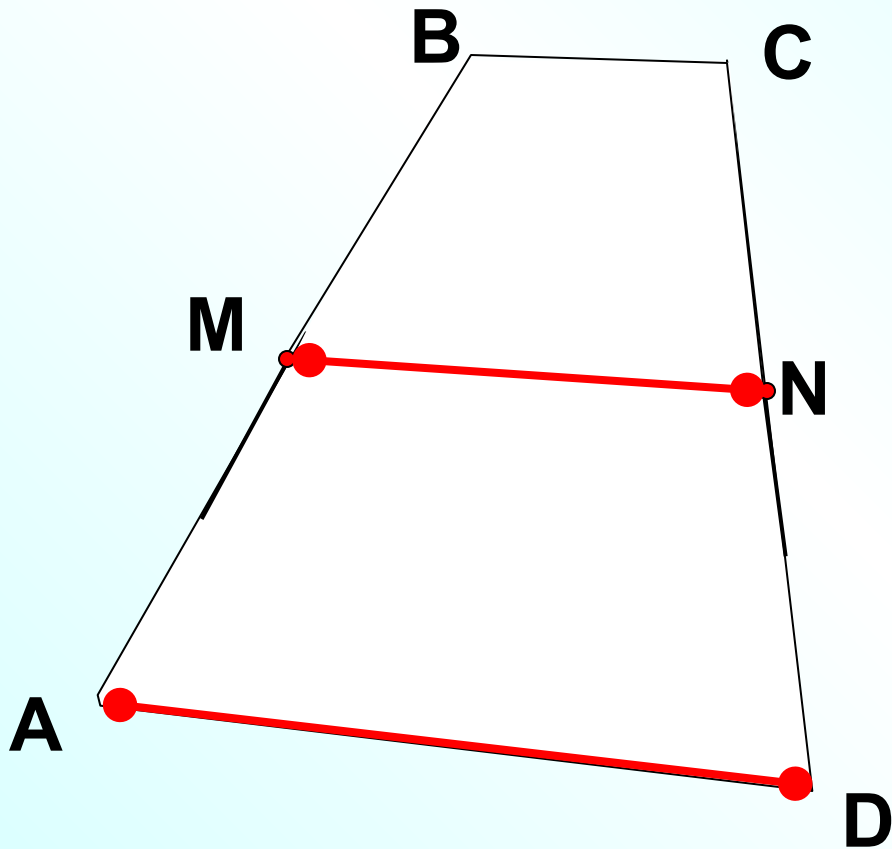


**№4.**  $PDB$  – треугольник.  $A$  и  $N$  – середины сторон  $BD$  и  $BP$  соответственно.

Докажите, что  $PD \parallel \alpha$

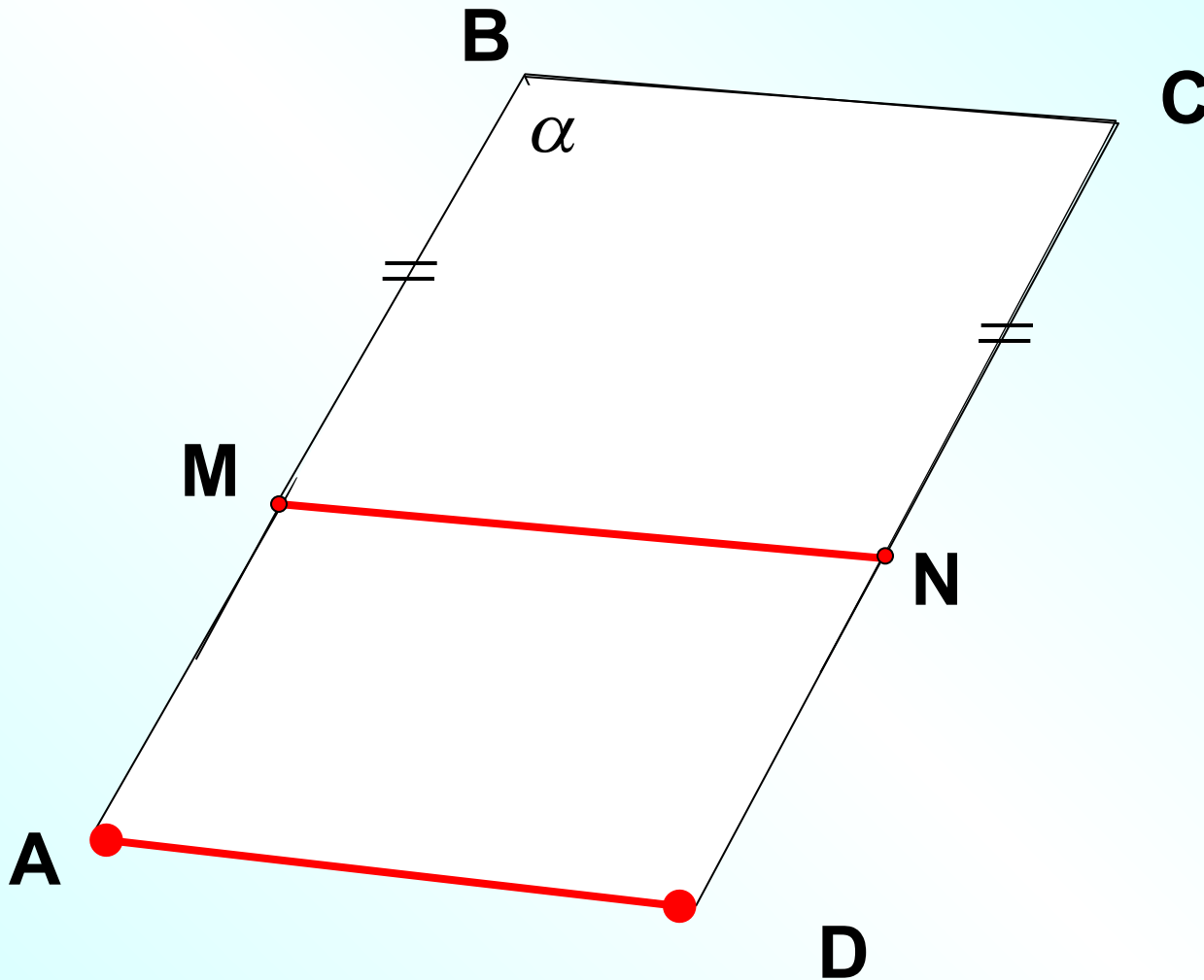


**№5.** Плоскость  $\alpha$  проходит через середины боковых сторон  $AB$  и  $CD$  трапеции  $ABCD$  – точки  $M$  и  $N$ .



Докажите, что  $AD \parallel \alpha$ .

Найдите  $BC$ , если  $AD=10$  см,  $MN=8$  см.



**№6.**  $ABCD$  – параллелограмм.  $BM=NC$ . Через точки  $M$  и  $N$  проходит плоскость.

Докажите, что  $AD \parallel \alpha$

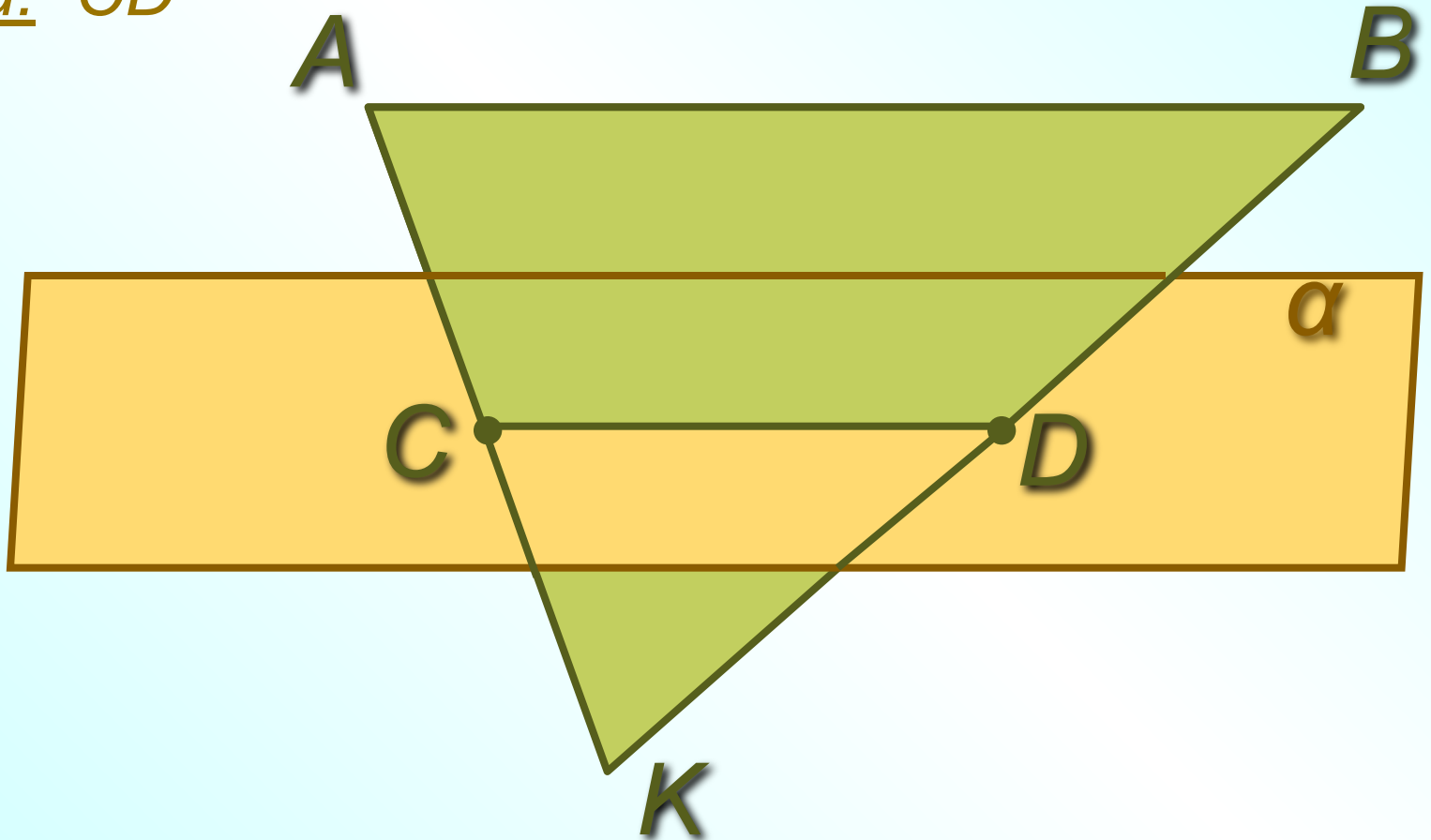
# Решите задачу 7

Дано:  $AB \parallel \alpha$ ;  $(ABK) \cap \alpha = CD$ ;

$CK = 8$ ;  $AB = 7$ ;  $AC = 6$

Доказать:  $AB \parallel CD$

Найти:  $CD$



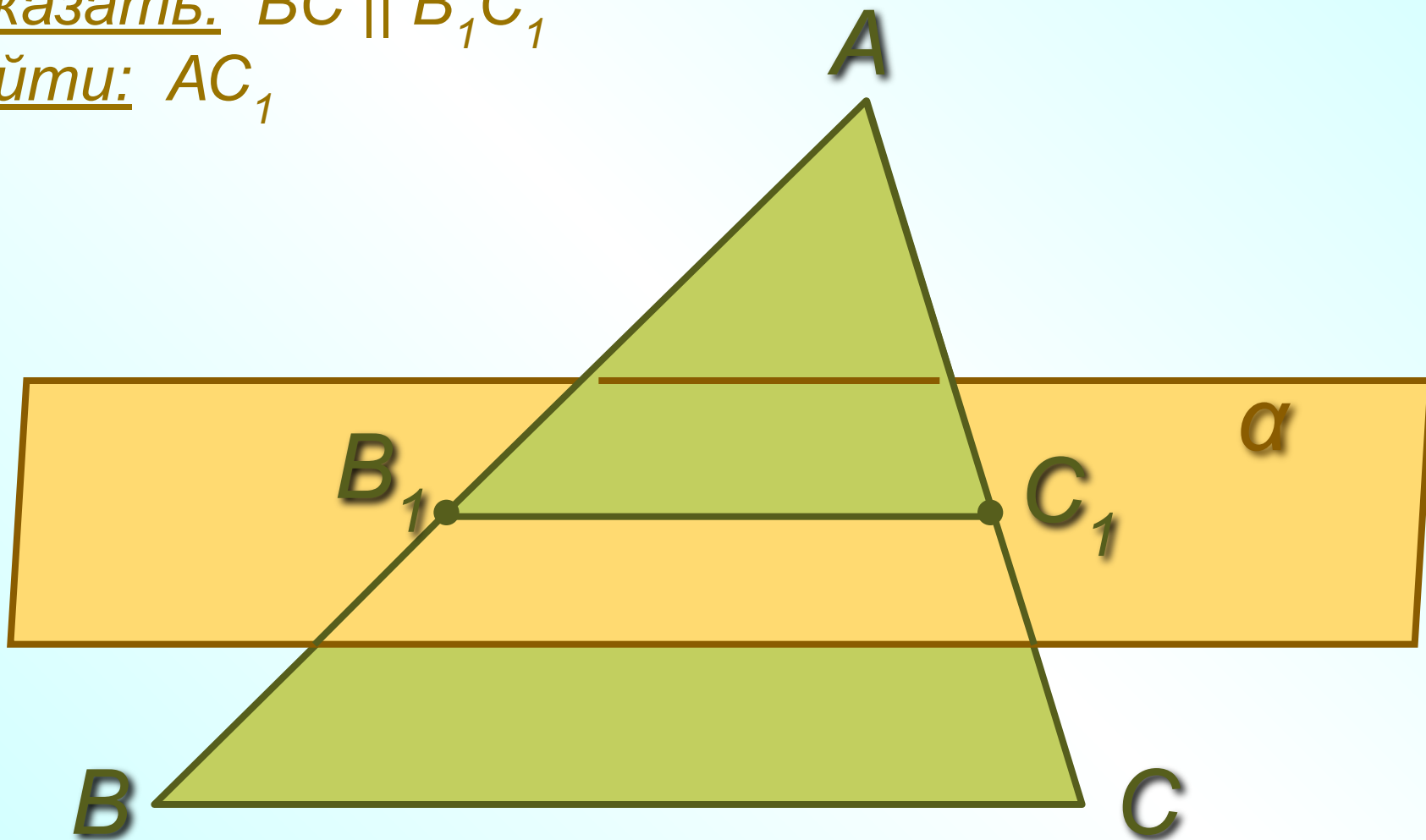
## Решите задачу 8

Дано:  $AB \cap \alpha = B_1$ ;  $AC \cap \alpha = C_1$ ;  $BC \parallel \alpha$ ;

$AB : BB_1 = 8 : 3$ ;  $AC = 16$  см

Доказать:  $BC \parallel B_1C_1$

Найти:  $AC_1$

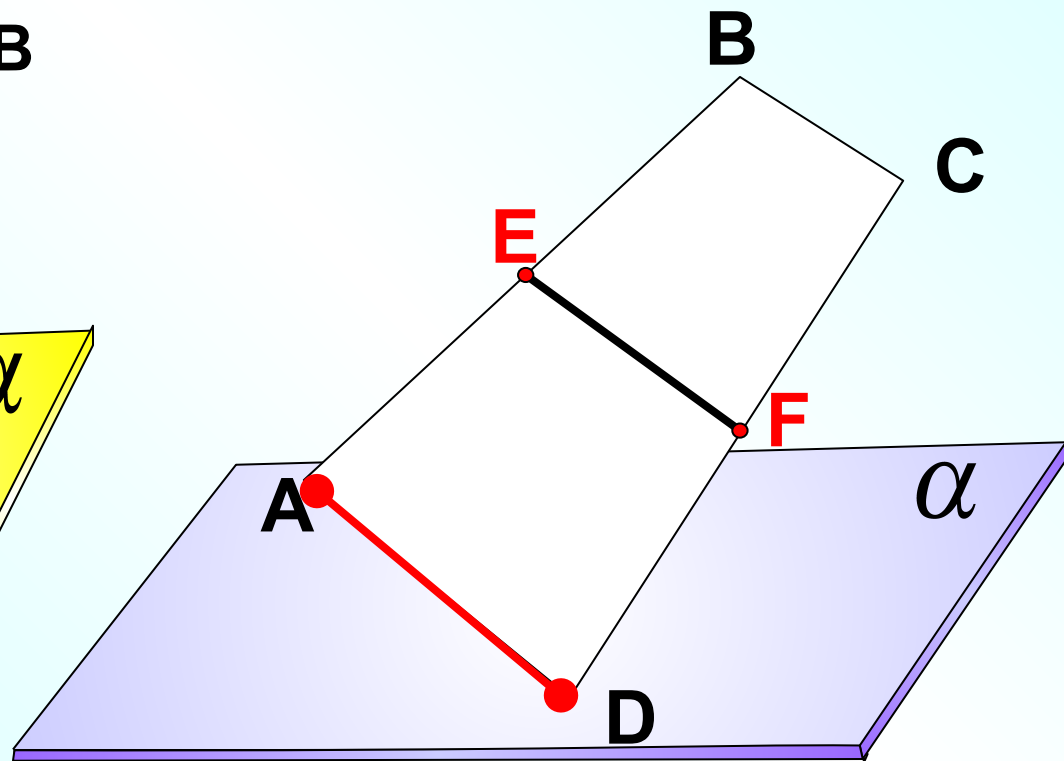
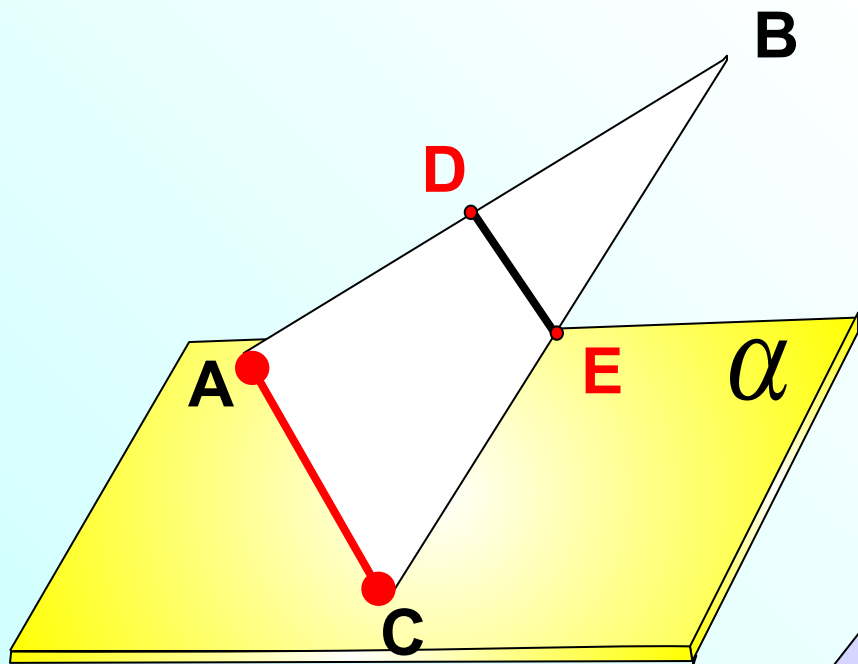


Плоскость  $\alpha$  проходит через сторону AC треугольника ABC. Точки D и E - середины отрезков AB и BC соответственно.

**Докажите, что  $DE \parallel \alpha$**

Плоскость  $\alpha$  проходит через основание AD трапеции ABCD. Точки E и F - середины отрезков AB и CD соответственно.

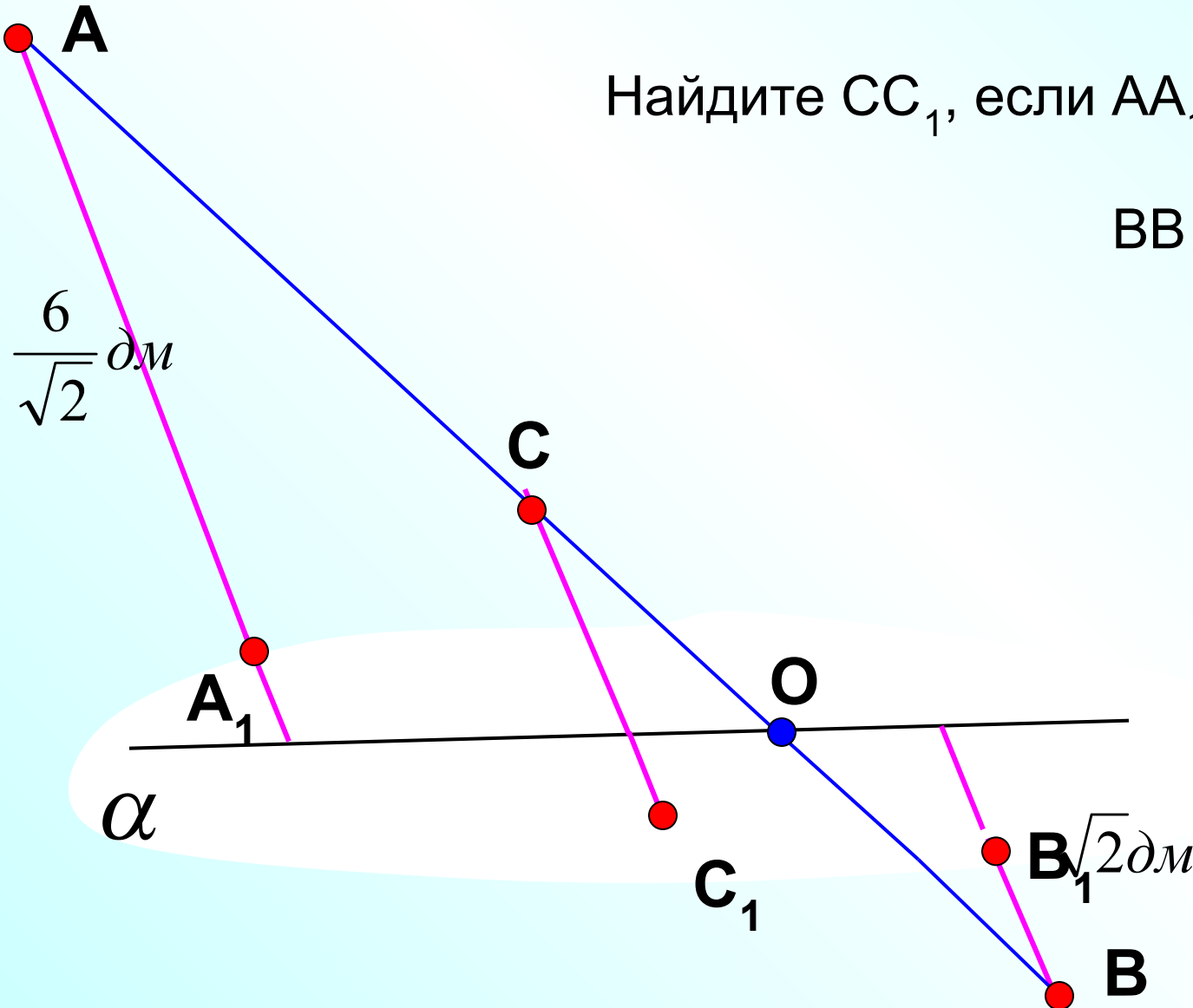
**Докажите, что  $EF \parallel \alpha$**





Отрезок АВ пересекает плоскость  $\alpha$ , точка С – середина АВ. Через точки А, В и С проведены параллельные прямые, пересекающие плоскость  $\alpha$  в точках  $A_1$ ,  $B_1$  и  $C_1$ .

Найдите  $CC_1$ , если  $AA_1 = \frac{6}{\sqrt{2}} \delta m$   
 $BB_1 = \sqrt{2} \delta m$



Проверка