
Тема: Умножение и деление КОМПЛЕКСНЫХ ЧИСЕЛ, заданных в алгебраической форме.

г. Елец

ГА ПОУ «Елецкий медицинский колледж»

Преподаватель математики Абреимова Анна Александровна

2014 г.

Цели урока:

- Обобщить и систематизировать знания, умения и навыки учащихся по теме умножение и деление комплексных чисел, заданных в алгебраической форме.
- Развить коммуникативные навыки при оперировании математическими понятиями.
- Воспитать аккуратность при записи в тетради и на доске, тактичность при анализе ответов одноклассников, умение принимать самостоятельное решение при выборе способов решения задачи.
- Повысить интерес учащихся к предмету.

Тип урока: изучение нового материала.

Оборудование:

- компьютер
- учебные материалы
- научная литература
- презентация.

Прогнозируемый результат:

- Знать и понимать понятия комплексных чисел.
- Уметь решать задачи разного уровня по теме урока.

План урока:

- Ознакомление с темой урока и планом урока.
 - Решение упражнений по данной теме.
 - Проверка решений.
-

Определение:

**Умножение двух комплексных чисел
выполняется по формуле:**

$$\begin{aligned} & (a_1 + b_1 i)(a_2 + b_2 i) = \\ & = (a_1 a_2 - b_1 b_2) + (a_1 b_2 + a_2 b_1) i \end{aligned}$$

Пример:

Найти произведение комплексных чисел:

$$z_1 = 2 + 3i \text{ и } z_2 = -1 - i$$

Решение:

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (2(-1) - 3(-1)) + (2(-1) + (-1)3)i = \\ &= (-2 + 3) + (-2 - 3)i = 1 - 5i \end{aligned}$$

Правило *умножения*
распространяется и на большее
число сомножителей.

Пример:

Найти произведение комплексных чисел:

$$z_1 = 3 - 2i \text{ и } z_2 = 1 + 4i \text{ и } z_3 = 2 - i$$

Решение:

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 &= (3 - 2i)(1 + 4i) = 3 + 12i - 2i - 8i^2 = \\ &= 3 + 10i + 8 = 11 + 10i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_1 \cdot z_2 \cdot z_3 &= (11 + 10i)(2 - i) = 22 - 11i + 20i - \\ &- 10i^2 = 22 + 9i - 10 = 32 + 9i. \end{aligned}$$

При перемножении сопряженных чисел

$z = a + bi$ и $\bar{z} = a - bi$ получим

$$z \cdot \bar{z} = (a + bi)(a - bi) = a^2 - b^2i^2 = a^2 + b^2 = r^2,$$

где r – модуль каждого из сомножителей.

Итак, произведение двух сопряженных комплексных чисел является

действительным числом, равным r^2 , т.е. квадрату их общего модуля.

Равенство $a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi)$

показывает, что сумму квадратов двух действительных чисел можно разложить на комплексные множители.

Пример:

Используя формулу $a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi)$,
разложить на комплексные множители:

$$4m^2 + 9n^2$$

Решение:

$$4m^2 + 9n^2 = (2m)^2 + (3n)^2 = (2m + 3ni)(2m - 3ni)$$

Пример:

Используя формулу $a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi)$,
разложить на комплексные множители:

$$a + b$$

Решение:

$$a + b = (\sqrt{a})^2 + (\sqrt{b})^2 = (\sqrt{a} + \sqrt{b}i)(\sqrt{a} - \sqrt{b}i)$$

Пример:

Используя формулу $a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi)$,
разложить на комплексные множители:

$$2 + \sqrt{5}$$

Решение:

$$2 + \sqrt{5} = (\sqrt{2})^2 + (\sqrt[4]{5})^2 = (\sqrt{2} + \sqrt[4]{5} i)(\sqrt{2} - \sqrt[4]{5} i)$$

Пример:

Используя формулу $a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi)$,
разложить на комплексные множители:

5

Решение:

$$5 = 1 + 4 = 1^2 + 2^2 = (1 + 2i)(1 - 2i)$$

Практические задания:

Найдите произведение комплексных чисел:

№1 $z_1 = 2 - 3i$ и $z_2 = -4 + i$

№2 $z_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{4}i$ и $z_2 = \frac{2}{3} + \frac{1}{4}i$

№3 $z_1 = \sqrt{5}i$ и $z_2 = 4\sqrt{5}i$

№4 $z_1 = 5 - 3i$ и $z_2 = 2i$

№5 $z_1 = -1 + 6i$ и $z_2 = 6 - i$

№6 $z_1 = \frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ и $z_2 = \frac{1}{3} + \frac{4}{3}i$

*Деление комплексных чисел,
заданных в алгебраической форме.*

Деление комплексных чисел рассматривается как действие, обратное умножению, и производится по формуле:

$$\frac{a_1 + b_1 i}{a_2 + b_2 i} = \frac{a_1 a_2 + b_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} + \frac{a_2 b_1 - a_1 b_2}{a_2^2 + b_2^2} i$$

Пример:

Найти частное от деления числа $z_1 = 3 + 4i$
на число $z_2 = 2 - 3i$

Решение:

$$\begin{aligned} \frac{z_1}{z_2} &= \frac{3+4i}{2-3i} = \frac{3 \cdot 2 + 4 \cdot (-3)}{2^2 + (-3)^2} + \frac{2 \cdot 4 - 3 \cdot (-3)}{2^2 + (-3)^2} i = \\ &= \frac{6 - 12}{4 + 9} + \frac{8 + 9}{4 + 9} i = -\frac{6}{13} + \frac{17}{13} i \end{aligned}$$

Домашняя работа.

Найдите произведение комплексных чисел:

№ 1 $z_1 = 0,2 - 0,3i$ и $z_2 = 0,5 + 0,4i$

Выполните действие:

№ 1
$$\frac{1 - 3i}{-2 + i}$$