



Урок алгебры в 8 классе по теме «Теорема Виета»

Учитель: Ротару Л. В.
Школа № 2
г. Малоярославца



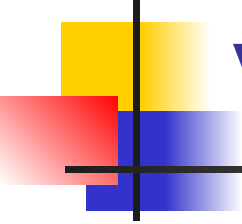
Цели урока:

- Познакомить учащихся с теоремой Виета;
- Доказать утверждение, обратное теореме Виета;
- Рассмотреть примеры применения теоремы Виета и теоремы, обратной теореме Виета.



Познакомимся с ещё одним способом решения квадратных уравнений.

- Данным способом решаются приведённые квадратные уравнения
- *Квадратное уравнение , в котором первый коэффициент равен 1, называют приведённым квадратным уравнением.*



Задание: Какие из данных уравнений приведённые?

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$5x^2 - 15x + 5 = 0$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$2x^2 - 9x + 10 = 0$$

$$x^2 - 3x + 1 = 0$$

$$x^2 - 4,5x + 5 = 0$$

Как квадратное уравнение
сделать приведённым?



Вывод:

Обе части уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0$$

разделим на первый коэффициент ***a***

и получим приведённое уравнение

$$x^2 + px + q = 0, \quad \text{где } p = \frac{b}{a}, \quad q = \frac{c}{a}$$

Франсуа Виет (1540-1603)



- Франсуа Виет — замечательный французский математик, положивший начало алгебре как науке о преобразовании выражений, о решении уравнений в общем виде, создатель буквенного исчисления. Виет первым стал обозначать буквами не только неизвестные, но и данные величины.

Теорема Виета:

- Сумма корней приведённого квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену.

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x_1 + x_2 = -p$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$





Справедливо утверждение, обратное теореме Виета:

Если числа m и n таковы, что их сумма равна $-p$, а произведение равно q , то эти числа являются корнями уравнения: $x^2+px+q=0$



Доказательство:

По условию $m+n=-p$, а $mn=q$.

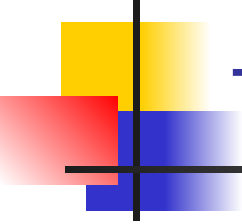
Значит, уравнение $x^2+px+q=0$ можно записать в виде $x^2-(m+n)x+mn=0$.

Подставив вместо x число m , получим:

$$m^2-(m+n)m+mn=m^2-m^2-mn+mn=0.$$

Значит, число m является корнем уравнения.

Аналогично можно показать, что число n также является корнем уравнения.



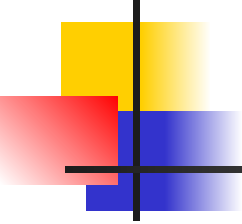
Рассмотрим примеры применения теоремы Виета и теоремы, обратной теореме Виета.

Пример №1

Найдите сумму и произведение корней уравнения

$$3x^2 - 5x + 2 = 0.$$

Решение:



Дискриминант $D=25-4*3*2=1$ - положительное число. Значит, уравнение имеет корни. Эти же корни имеет приведённое квадратное уравнение:

$$x^2 - \frac{5}{3}x + \frac{2}{3} = 0.$$

Значит, сумма корней уравнения $3x^2-5x+2=0$

также равна $\frac{5}{3}$, а произведение равно $\frac{2}{3}$.



Тренировочные упражнения

№ 573 а)-г) устно
д)-з) письменно

Пример № 2. С помощью теоремы, обратной теореме Виета, решить уравнение

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

Пусть x_1 и x_2 корни уравнения.

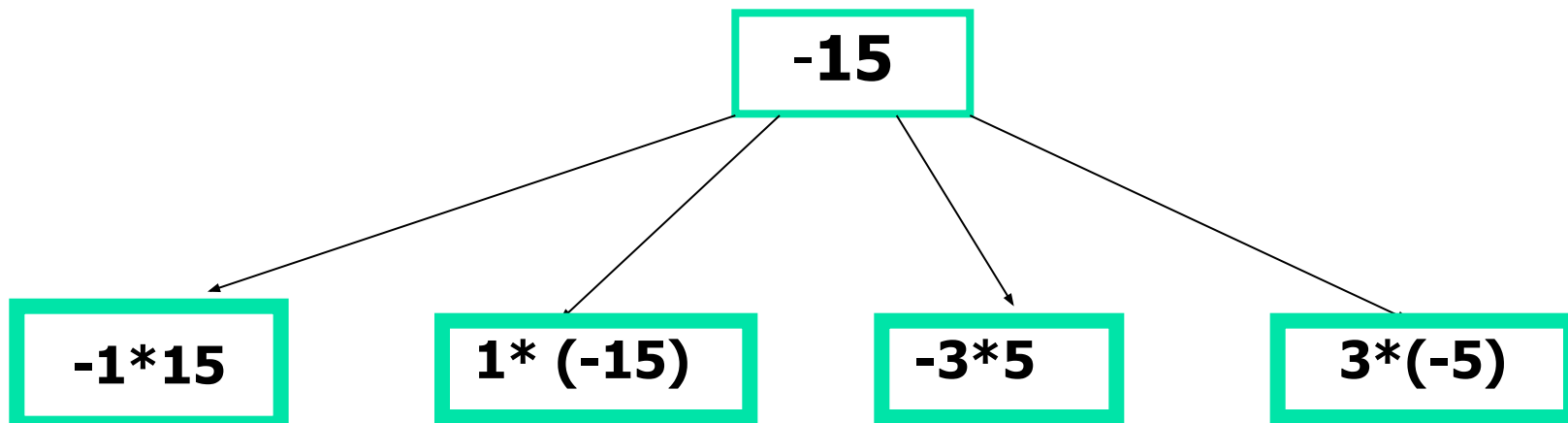
Составим систему

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 * x_2 = -15 \end{cases}$$

Внимание! При записи 1-го уравнения системы важно не совершить ошибку. Сумма корней равна **-p**.

Решим составленную систему подбором.

Разложим число -15 на множители:



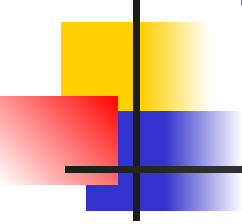
Из предложенных вариантов в сумме дают 2 числа -3 и 5



Пример №2 (продолжение)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = -15 \end{cases} \begin{cases} -3 + 5 = 2 \\ -3 * 5 = -15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -3 \\ x_2 = 5 \end{cases}$$

Ответ: корни уравнения -3 и 5.



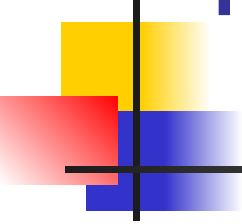
Пример №3. Решить уравнение

$$x^2+5x+6=0$$

Решение: По теореме, обратной теореме Виета, имеем:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-5 \\ x_1*x_2=6 \end{cases}$$

Так как произведение корней –положительное число, то **1)** оба множителя– отрицательные числа или **2)** оба множителя - положительные числа. Сумма корней отрицательна, значит, возможен **1)** случай.



Пример №3. Решить уравнение

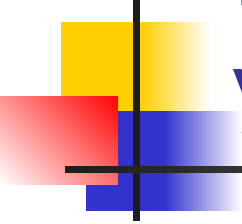
$$x^2+5x+6=0$$

Решение: По теореме, обратной теореме Виета, имеем:

$$\begin{cases} x_1+x_2=-5 \\ x_1*x_2=6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=-2 \\ x_2=-3 \end{cases}$$

Так как произведение корней –положительное число, то **1)** оба множителя– отрицательные числа или **2)** оба множителя - положительные числа. Сумма корней отрицательна, значит, возможен **1)** случай. Нетрудно догадаться, что это числа - 2 и - 3.

ОТВЕТ: - 2 и - 3.



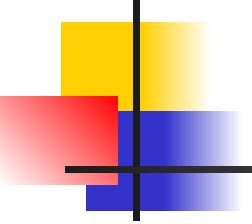
Пример: №4. Решите квадратное уравнение, используя теорему Виета:

а) $x^2 - 5x + 6 = 0$

Ответ: $x_1 = 3, x_2 = 2$, т.к. $3 \times 2 = 6$ и $3 + 2 = 5$,
 $-p = 5, q = 6$

б) $x^2 + 3x - 4 = 0$

Ответ: $x_1 = -4, x_2 = 1$, т.к. $-4 \times 1 = -4$ и $4 + 1 = -3$,
 $p = 3, q = -4$.



-
- Выполните № 576.

 - Домашнее задание:
№ 574 в)
№ 577
№ 586 а), б), в).



Подведение итогов.

По праву в стихах быть достойна
воспета,
О свойствах корней теорема Виета.
Что лучше, скажи, постоянства
такого:
Умножишь ты корни и дробь уж
готова
В числителе **с**, в знаменателе **а**.
А сумма корней тоже дроби равна,
Хоть с минусом дробь эта- что за
беда,
В числителе **в**, в знаменателе **а**.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x_1 * x_2 = c/a,$$

$$x_1 + x_2 = -b/a$$



КОНЕЦ