МБОУ «Гимназия №4
им. А.С. Пушкина»

Ключевые задачи по теории вероятност ей

Подготовка К ОГЭ

№ 9

Автор-составитель: Софина Н.Ю.

Основные проверяемые требования к математической подготовке

№ 9

ОГЭ по математике

- ***Решать практические задачи, требующие систематического перебора вариантов;***
- ***сравнивать шансы наступления случайных событий, оценивать вероятности случайного события, сопоставлять и исследовать модели реальной ситуации с использованием аппарата вероятности и статистики.***

№ 9 – базовое задание. Максимальный балл за выполнение задания - 1.

Классическое определение вероятности

Напомним формулу для вычисления классической вероятности случайного события

$$P = \frac{m}{n}$$

- ***Вероятностью*** *события А называют отношение числа* ***m*** *благоприятствующих этому событию исходов к общему числу* ***n*** *всех равновозможных несовместимых событий, которые могут произойти в результате одного испытания или наблюдения*

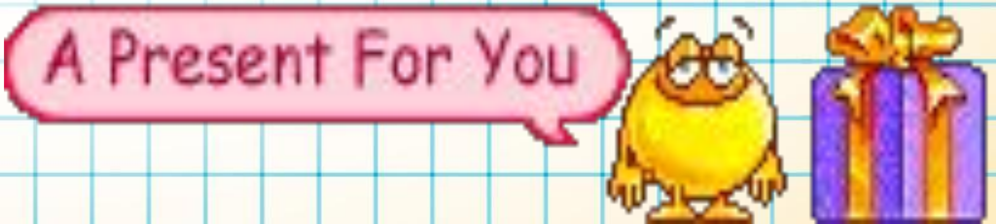
Классическое определение вероятности

- **Пример:** *Родительский комитет закупил 40 кижек-раскрасок для подарков детям на окончание учебного года. Из них 14 по сказкам А. С. Пушкина и 26 по сказкам Г.Х.Андерсена . Подарки распределяются случайным образом. Найдите вероятность того, что Насте достанется книжка-раскраска по сказкам А.С. Пушкина.*

- **Решение:** $m = 14$; $n = 14 + 26 = 40$

  $P = 14/40 = 0{,}35$

- **Ответ:** *0, 35.*



Классическое определение вероятности

- *Пример: На экзамен было вынесено 60 вопросов. Иван **не** выучил 3 из них. Найдите вероятность того, что ему попадётся выученный вопрос.*
- *Решение: Здесь n=60. Иван не выучил 3, значит выучил все остальные, т.е. m= 60-3=57.*
- *P=57/60=0,95.*

- *Ответ: 0,95.*

«Порядок определяется жеребьёвкой»

- *Пример:* *В чемпионате по гимнастике участвуют 20 спортсменок: 8 из России, 7 из США, остальные- из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется* ***жребием****. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая* ***пятой****, окажется из Китая.*
- *Решение:* *В условии задачи есть «волшебное» слово «жребий», значит мы забываем о порядке выступления.*

Т.о., m= 20-8-7=5 (из Китая); n=20.

P= 5/20 = 0,25.

- *Ответ:* *0, 25.*

«Порядок определяется жеребьёвкой»

- Пример: *Научная конференция проводится в 5 дней. Всего запланировано 75 докладов- первые 3 дня по 17 докладов, остальные распределены поровну между 4-м и 5-м днями. Порядок докладов определяется* ***жеребьёвкой****. Какова вероятность того, что доклад профессора Иванова окажется запланированным на последний день конференции?*
- Решение: *Занесём данные в таблицу.*

День	I	II	III	IV	V	Всего
Число докладов	17	17	17	12	12	75

- *Получили, что $m=12$; $n=75$.*
- *$P=12/75=0,16$.*

- Ответт: *0,16.*

Частота события

- ***Точно так же, как и вероятность, находится <u>частота события</u>, задания на которую также есть в прототипах. В чём же отличие? Вероятность- это прогнозируемая величина, а частота- констатация факта.***
- *<u>Пример:</u> Вероятность того, что новый планшет в течение года поступит в гарантийный ремонт , равна 0,045. В некотором городе из 1000 проданных планшетов в течение года в гарантийную мастерскую поступила 51 штука. На сколько отличается частота события «гарантийный ремонт» от его вероятности в этом городе?*
- *<u>Решение:</u> Найдём частоту события: 51/1000=0,051. А вероятность равна 0,045 (по условию).Значит в этом городе событие «гарантийный ремонт» происходит чаще, чем предполагалось. Найдём разницу*

$\Delta = 0{,}051 - 0{,}045 = 0{,}006.$

*При этом, надо учесть, что нам **<u>НЕ важен</u>** знак разности, а лишь её абсолютное значение.*

<u>Ответ:</u> 0,006.

Задачи с перебором вариантов («монеты», «матчи»)

Пусть k – количество бросков монеты, тогда количество всевозможных исходов: $n = 2^k$.

Пример: *В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.*

Решение: *Варианты выпадения монеты:*

ОО; ОР; РР; РО. Т.о., n=4.

Благоприятные исходы: ОР и РО. Т.е., m= 2.

P=2/4 = 1/2 = 0,5. *Ответ:* *0,5.*

Задачи с перебором вариантов («монеты», «матчи»)

• **Пример:** *Перед началом футбольного матча судья бросает монету, чтобы определить, какая из команд будет первая владеть мячом. Команда "Меркурий" по очереди играет с командами "Марс", "Юпитер", "Уран". Найдите вероятность того, что во всех матчах право владеть мячом выиграет команда "Меркурий"?*

Решение: *Обозначим право владения первой мячом команды "Меркурий" в матче с одной из других трех команд как "Решка". Тогда право владения второй мячом этой команды – «Орел». Итак, напишем все возможные исходы бросания монеты три раза. «О» – орел, «Р» – решка.*

«Марс»	«Юпитер»	«Уран»
О	О	О
О	О	Р
О	Р	О
О	Р	Р
Р	О	О
Р	О	Р
Р	Р	Р

$n = 2^3$; *т.е., n=8; m=1.*

P=1/8= 0,125.

Ответ: *0,125*

Задачи на «кубики» (игральные кости)

- ***Пусть k – количество бросков кубика, тогда количество всевозможных исходов: n = 6^k.***

- *Пример:* *Даша дважды бросает игральный кубик. Найдите вероятность того, что сумме у нее выпало 8 очков. Результат округлите до сотых.*

Ответ: *0,14.*

Решение: *В сумме на двух кубиках должно выпасть 8 очков. Это возможно, если будут следующие комбинации:*

2 и 6

6 и 2

3 и 5

5 и 3

4 и 4

m= 5 (5 подходящих комбинаций)

n =36

P= 5/36 = 0,13(8)

Независимые события и закон умножения

- ***Вероятность нахождения и 1-го, и 2-го, и n-го события находятся по формуле: P= P1*P2*…*Pn***

- *Пример:* *Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся.*
- *Результат округлите до сотых.*

- *Ответ:* *0,02.*

- *Решение:* *Результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущих. Поэтому события «попал при первом выстреле», «попал при втором выстреле» и т.д. независимы.*
- *Вероятность каждого попадания равна 0,8. Значит, вероятность промаха равна 1 – 0,8 = 0,2.*

- *1 выстрел: 0,8*
- *2 выстрел: 0,8*
- *3 выстрел: 0,8*
- *4 выстрел: 0,2*
- *5 выстрел: 0,2*
- *По формуле умножения вероятностей независимых событий, получаем:*

$P = 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}8 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}2 = 0{,}02048 \approx 0{,}02.$

Сочетания законов «и» и законов «или»

- *Пример:* *Офис закупает канцелярию для сотрудников 3 различных фирм. Причём продукция 1-ой фирмы составляет 40% всех поставок, а остальных 2-х- поровну. Выяснилось, что 2% ручек 2-ой фирмы-бракованные. Процент брака в 1-ой и 3-ей фирме соответственно 1% и 3%. Сотрудник А взял ручку из новой поставки. Найдите вероятность того, что она будет исправна.*
- *Решение:* *Продукция 2и 3 фирм составляет (100%-40%):2=30% от поставок.*

	1 фирма	2 фирма	3 фирма	Общее кол-во
Какую часть от всего составляет?	40% (p=0,4)	30% (p=0,3)	30% (p=0,3)	100% (p=1)
Процент брака	1% (p=0,01)	2% (p=0,02)	3% (p=0,03)	X

Р(брака)= 0,4· 0,01+ 0,3·0,02 + 0,3·0,03= 0,019.
Р(исправных ручек) = 1- 0,019 = 0,981.

Ответ: *0,981.*

Сочетания законов «и» и законов «или»

- **Пример:** *Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.*

- **Решение:** *Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «чайник прослужит больше двух лет», тогда A + B = «чайник прослужит больше года».*
  События A и B совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года – строго в тот же день, час и секунду – равна нулю.

- *Тогда:* $P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B),$

- *откуда, используя данные из условия, получаем*

  $0{,}97 = P(A) + 0{,}89.$

- *Тем самым, для искомой вероятности имеем:*

- $P(A) = 0{,}97 - 0{,}89 = 0{,}08.$

- **Ответ:** 0,08.

Если количество участников уменьшается (условная вероятность)

- *Пример:* *Перед началом первого тура чемпионата по бадминтону участников разбивают на игровые пары случайным образом с помощью жребия. Всего в чемпионате участвует 26 бадминтонистов, среди которых 10 участников из России, в том числе Руслан Орлов. Найдите вероятность того, что в первом туре Руслан Орлов будет играть с каким-либо бадминтонистом из России?*
- *Решение:* *Нужно учесть, что Руслан Орлов должен играть с каким-либо бадминтонистом из России. И сам Руслан Орлов тоже из России.*
- $m=10-1=9$; $n= 26-1=25$ («минус» Руслан Орлов)
- $P= 9/25= 0,36$.

Ответ: *0,36.*

Используемые материалы

http://www.fipi.ru/content/otkrytyy-bank-zadaniy-oge- Материалы открытого банка заданий по математике 2017 года

- *http://reshuege.ru/ – Сайт Дмитрия Гущина*
- *http:// www.schoolmathematics.ru*
- *https://vk.com/mat24 - В.В. Прилепова «Теория вероятности в ОГЭ и ЕГЭ»*
- *Рязановский А.Р., Д.Г. Мухин ОГЭ 2017. Математика. Основной государственный экзамен. Теория вероятностей и элементы статистики.- М. Издательство «Экзамен», 2017.*

СПАСИБО

ЗА ВНИМАНИЕ!