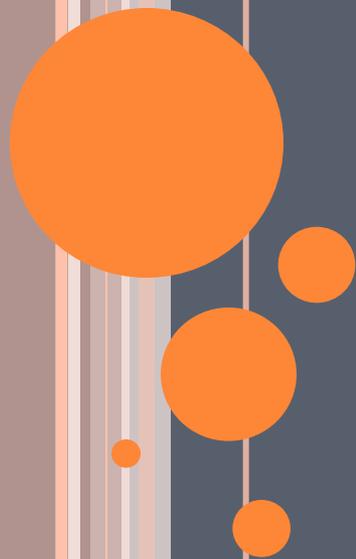


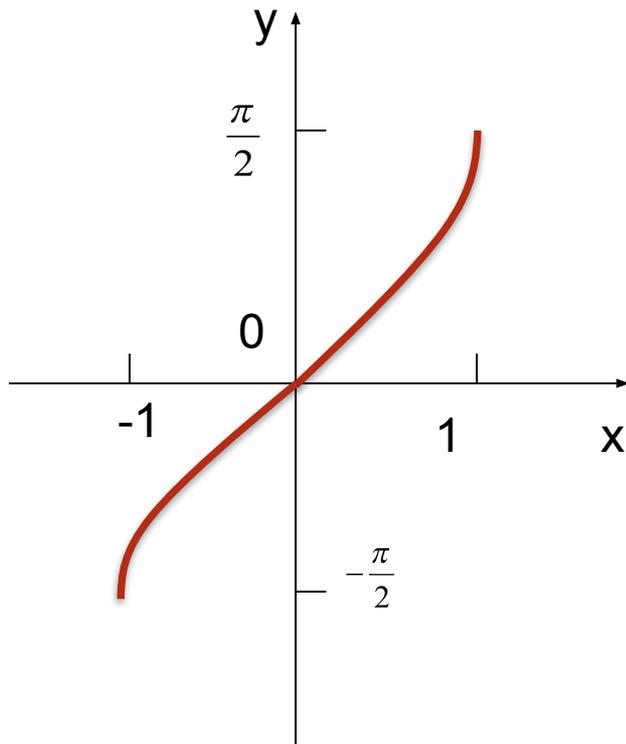
**ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ,
СОДЕРЖАЩИХ ОБРАТНЫЕ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ**



ФУНКЦИЯ $y = \text{ARCSIN } x$

Свойства функции

$$y = \text{arcsin } x$$



□ $D(f) = [-1; 1]$.

□ $E(f) = [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$.

□ Функция является нечётной:

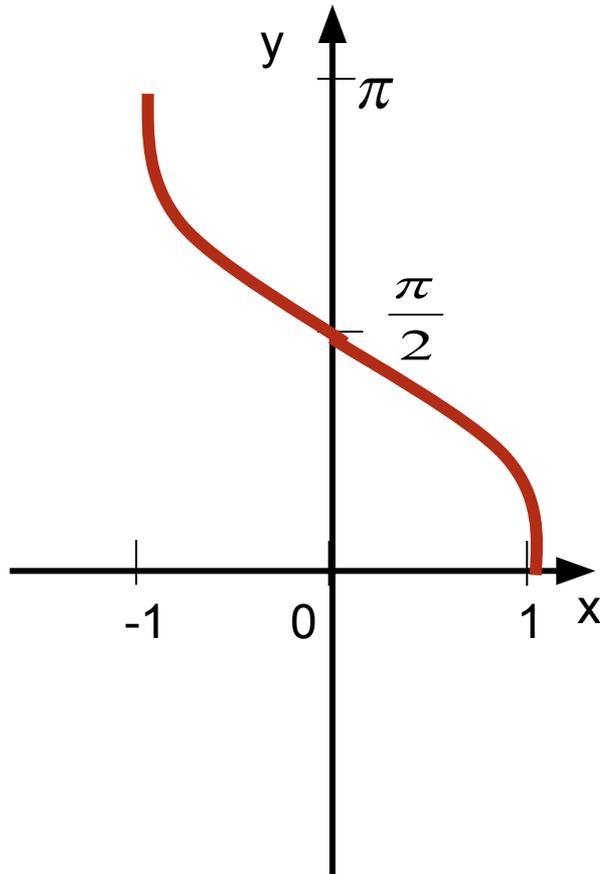
$$\text{arcsin}(-x) = -\text{arcsin } x.$$

□ Функция возрастает.

□ Функция непрерывна.



ФУНКЦИЯ $y = \arccos x$



Свойства функции

$$y = \arccos x$$

- $D(f) = [-1; 1]$.
- $E(f) = [0; \pi]$.
- Функция не является ни чётной, ни нечётной.
- Функция убывает.
- Функция непрерывна



УПРАЖНЕНИЕ 1.

□ Заполните пропуски в таблице:

<i>a</i>	1	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
<i>arcsin a</i>	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{\pi}{6}$	0	—	—	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$
<i>arccos a</i>	0	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	—	—	π	$\frac{5\pi}{6}$
<i>arctg a</i>	$\frac{\pi}{4}$	—	0	$\frac{\pi}{6}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	—
<i>arcctg a</i>	$\frac{\pi}{4}$	—	—	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	—



УПРАЖНЕНИЕ 2

- Найдите область определения и область значений выражений:

Выражение	Область определения	Область значений
$2\arccos x$	$[-1; 1]$	$[0; 2\pi]$
$\arcsin 3x$	$\left[-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}\right]$	$\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
$\operatorname{arctg} \sqrt{x}$	$[0; +\infty)$	$\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$
$-3\operatorname{arcsctg} x$	$(-\infty; +\infty)$	$(-3\pi; 0)$



УПРАЖНЕНИЕ 3

- Имеет ли смысл выражение:

$$\arcsin(-1/2)$$

да

$$\arccos \sqrt{5}$$

нет

$$\arcsin(3 - \sqrt{20})$$

нет

$$\arcsin 1,5$$

нет

$$\arccos(-\sqrt{3} + 1)$$

да

$$\arccos \frac{\pi}{5}$$

да



УПРАЖНЕНИЕ 4

□ Сравните числа:

$$\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) < \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

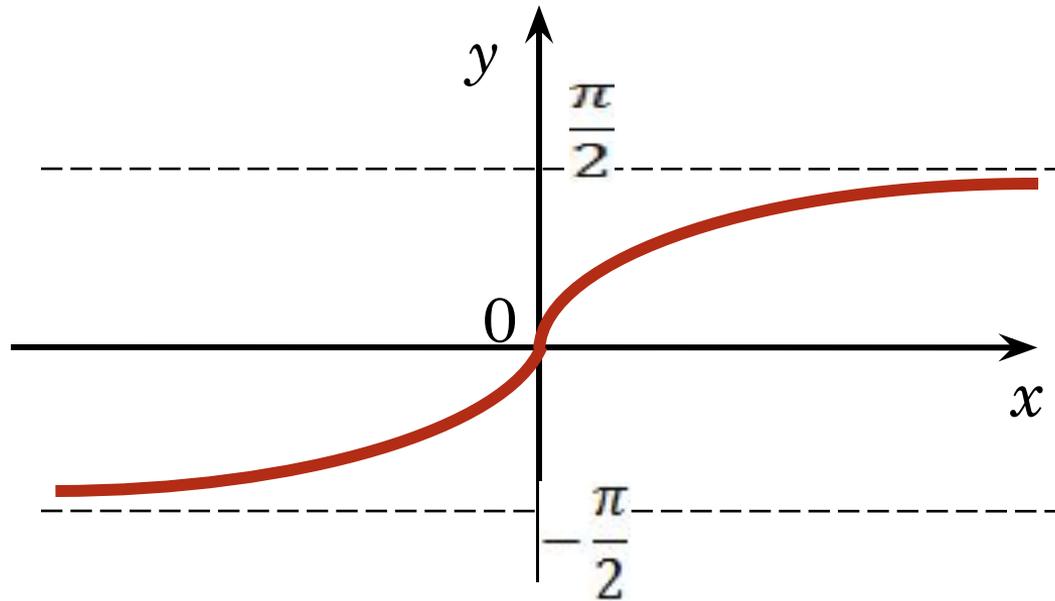
$$\arccos 0,3 > \arccos 0,7$$

$$\arcsin \frac{1}{3} < \arcsin \frac{2}{3}$$

$$\arctg 1 < \arctg 1,5$$



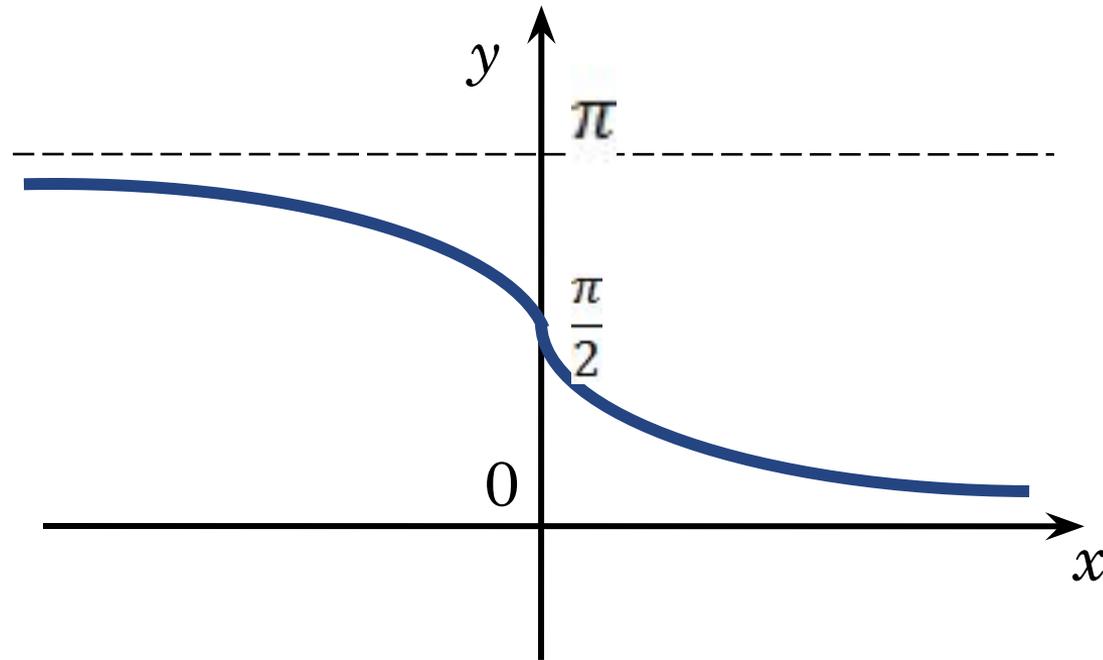
Функция $y = \operatorname{arctg} x$



- $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
- $E(f) = (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$.
- Функция нечётная: $\operatorname{arctg}(-x) = -\operatorname{arctg} x$
- Функция возрастает.
- Функция непрерывна.



Функция $y = \operatorname{arcsctg} x$



- $D(f) = (-\infty; +\infty)$.
- $E(f) = (0; \pi)$.
- Функция не является ни чётной, ни нечётной.
- Функция убывает.
- Функция непрерывна.



СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ ОБРАТНЫМИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

1. $\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2} \quad -1 \leq x \leq 1$

2. $\operatorname{arctg} x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}$



ПРИМЕР

- При каких значениях параметра a число

$$\arcsin(-a) + \arccos a$$

принадлежит промежутку $(\quad ; \frac{\pi}{2})$?



ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД ОБРАТНЫМИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ

$\sin(\arcsin x) = x, x \leq 1$	$\cos(\arccos x) = x, x \leq 1$
$\cos(\arcsin x) = \sqrt{1-x^2}, x \leq 1$	$\sin(\arccos x) = \sqrt{1-x^2}, x \leq 1$
$\operatorname{tg}(\arcsin x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, x < 1$	$\operatorname{tg}(\arccos x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, x \leq 1, x \neq 0$
$\operatorname{ctg}(\arcsin x) = \frac{\sqrt{1-x^2}}{x}, x \leq 1, x \neq 0$	$\operatorname{ctg}(\arccos x) = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}, x < 1$
$\operatorname{tg}(\operatorname{arctg} x) = x$	$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x$
$\sin(\operatorname{arctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	$\sin(\operatorname{arcctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
$\cos(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$	$\cos(\operatorname{arcctg} x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
$\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$	$\operatorname{tg}(\operatorname{arcctg} x) = \frac{1}{x}, x \neq 0$

**ОБРАТНЫЕ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ОПЕРАЦИИ НАД
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИМИ ФУНКЦИЯМИ**

$$\arcsin(\sin x) = \begin{cases} x - 2\pi k, \text{ если } -\frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq x \leq \frac{\pi}{2} + 2\pi k, \\ (\pi - x) + 2\pi k, \text{ если } \frac{\pi}{2} + 2\pi k \leq x \leq \frac{3\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

$$\arccos(\cos x) = \begin{cases} x - 2\pi k, \text{ если } 2\pi k \leq x \leq \pi + 2\pi k, \\ -x + 2\pi k, \text{ если } -\pi + 2\pi k \leq x \leq 2\pi k, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$



ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- 1) Дано $\arcsin \frac{7}{\sqrt{50}}$. Выразить через остальные аркфункции.
- 2) Вычислить: $\arcsin(\sin 10)$; $\text{arcctg}(\text{ctg}(-3))$

