История развития решений квадратных уравнений

«Город – единство не похожих»

Аристотель

«Число выраженное десятичным знаком, прочтет и немец, и русский, и араб, и янки одинаково»

Д.И.Менделеев

Древний Египет

Найти стороны поля, имеющего форму прямоугольника, если его площадь 12, а $\frac{3}{4}$ длины равны ширине.

Рассмотрим эту задачу.

- Пусть x – длина поля, тогда $\frac{3x}{4}$ – его ширина,
- $S = \frac{3x^2}{4}$ – его площадь.
- Составим квадратное уравнение:
- $\frac{3x^2}{4} = 12.$
- В папирусе дано правило его решения : «Разделим 12 на $\frac{3}{4}$ ».
- $12 : \frac{3}{4} = 12 \cdot \frac{4}{3} = 16.$
- Итак, $x^2 = 16.$
- «Длина поля равна 4», - указано в папирусе.


Древний Вавилон

- Приведенное квадратное уравнение
- $x^2+px+q=0$,
- где p, q – любые действительные числа.
-

В одной из вавилонских задач так же требовалось определить длину прямоугольного поля (обозначим ее x) и его ширину (y).

Сложив длину и две ширины прямоугольного поля, получишь 14, а площадь поля 24. Найти его стороны .

Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + 2y = 14, \\ xy = 24. \end{cases}$$

$$x + \frac{48}{x} = 14.$$

Отсюда получаем квадратное уравнение $x^2 - 14x + 48 = 0$.

Для его решения прибавим к выражению $x^2 - 14x$ некоторое число, чтобы получить полный квадрат:

$x^2 - 14x = x^2 - 2 \cdot 7x = x^2 - 2 \cdot 7x + 7^2 - 7^2 = (x - 7)^2 - 49.$

$(x - 7)^2 - 49 + 48 = 0$ или $(x - 7)^2 = 1.$

$x - 7 = 1, \qquad x = 8$

Следовательно, $y = \frac{24}{8}$.

Вообще же квадратное уравнение $(x-7)^2 = 1$. Имеет два корня:

$x - 7 = 1$, откуда $x = 8$, $y = 3$.

$x - 7 = -1$, откуда $x = 6$, $y = 4$.

Древняя Греция

- ДИОФАНТ
- Древнегреческий математик, живший предположительно в III веке до н. э. Автор «Арифметики» — книги, посвящённой решению алгебраических уравнений.
- В наше время под «диофантовыми уравнениями» обычно понимают уравнения с целыми коэффициентами, решения которых требуется найти среди целых чисел. Диофант также одним из первых развивал математические обозначения.

«Найдите два числа, зная, что их сумма равна 20, а произведение 96».

Одно из чисел будет больше половины их суммы, то есть

10+x, другое же меньше, то есть 10-x.

Отсюда уравнение $(10+x)(10-x)$=96

$100-x^2$=96

x^2-4=0.

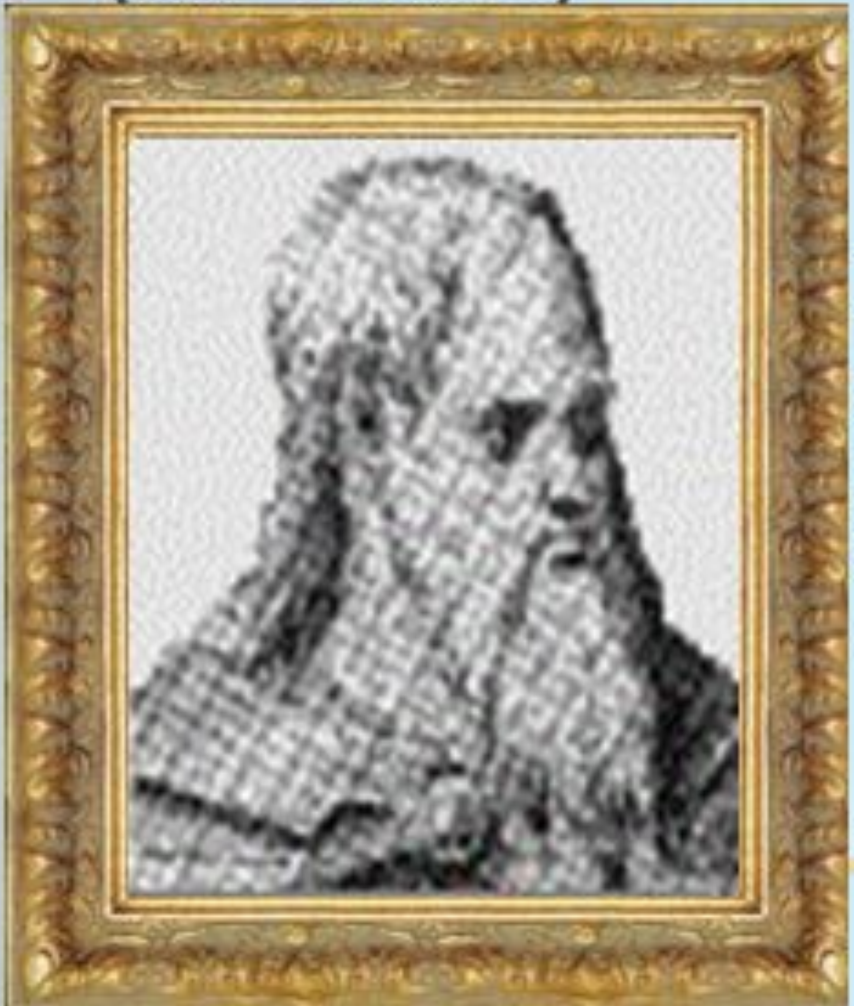
$x=2$.

Одно из искомых чисел равно 12, другое 8.

АРИАБХАТА — ДРЕВНИЙ МАТЕМАТИК И АСТРОНОМ

- Более 1500 лет назад индийский ученый Ариабхата сформулировал ряд математических правил и законов, используемых и поныне, а также изложил некоторые важные астрономические факты.
- Ариабхата написал свой главный труд «Ариабхатию», когда ему было всего 23 года.
- Именем Ариабхаты назван первый индийский искусственный спутник Земли, запущенный 19 апреля 1975 г. с помощью советской ракеты-носителя и предназначенный для изучения Солнца, земной ионосферы и космических рентгеновских источников.

Брахмагупта (Brahmagupta) (598 ок. 665)



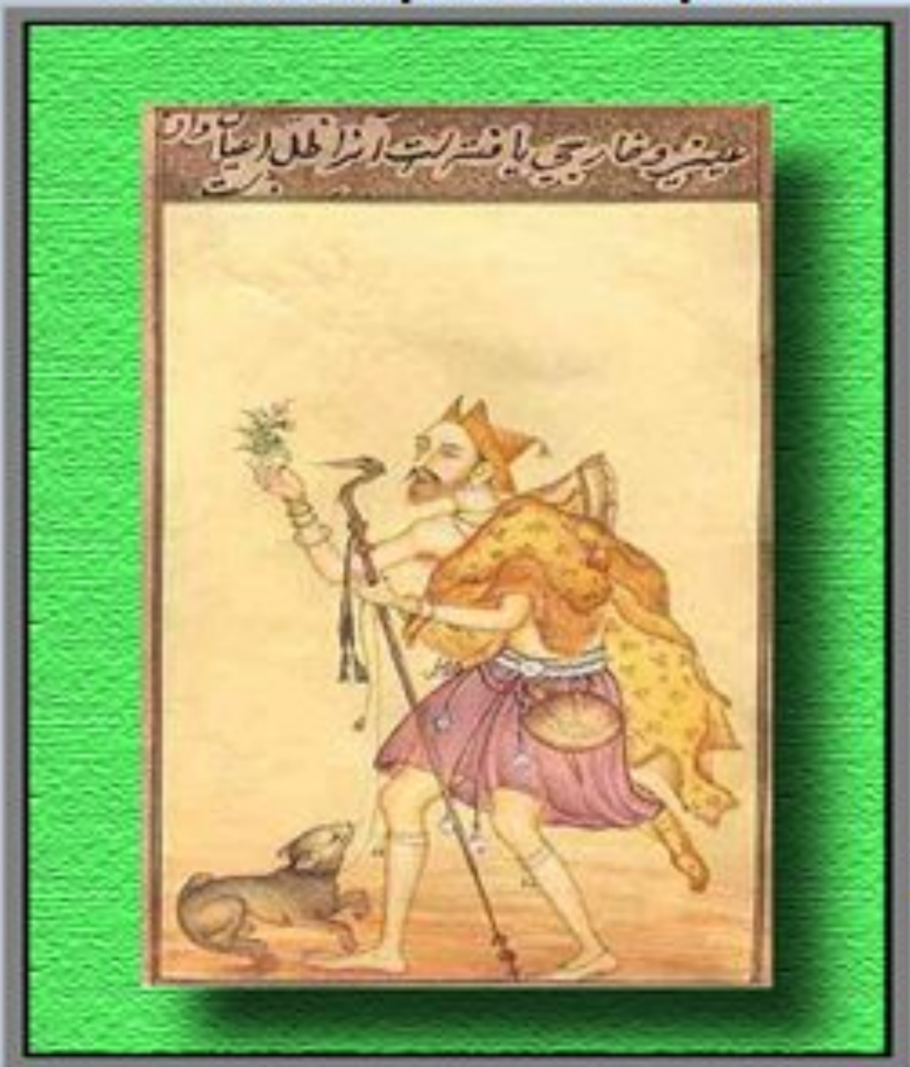
- Брахмагупта (Brahmagupta) (598 ок. 665) последний и наиболее выдающийся из древних индийских математиков и астрономов. Родом из Удджайны в Средней Индии

Тождество Брахмагупты утверждает, что произведение двух сумм двух квадратов само является суммой двух квадратов, причём двояким образом.

- $(a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = (ac \cdot bd)^2 + (ad + + bc)^2 = (ac + bd)^2 + (ad \cdot bc)^2$.
- К примеру, (1 2 + 4 2)(2 2 + 7 2) $= 26^2 + 15^2 = 30^2 + 1^2$.

ДРЕВНЯЯ ИНДИЯ

Бхаскара Ачарья.



- Бхаскара Ачарья. Родился он в 1114 году, умер в возрасте 71 года
- Его основной труд «Венец учения», или в ином переводе, - «Венец систем», - состоял из четырех частей:
- 1) «Лилавати» - посвящена арифметике;
- 2) «Биждаганита» - алгебре;
- 3) «Голадхайя» - геометрии на сфере;
- 4) «Гранхаганита» - теории планетарных движений.

Приведем одну из задач знаменитого индийского математика XII века Бхаскары:

Обезьянок резвых стая

Всласть поевши, развлекалась.

Их в квадрате часть восьмая

На поляне забавлялась.

А двенадцать по лианам…

Стали прыгать, повисая…

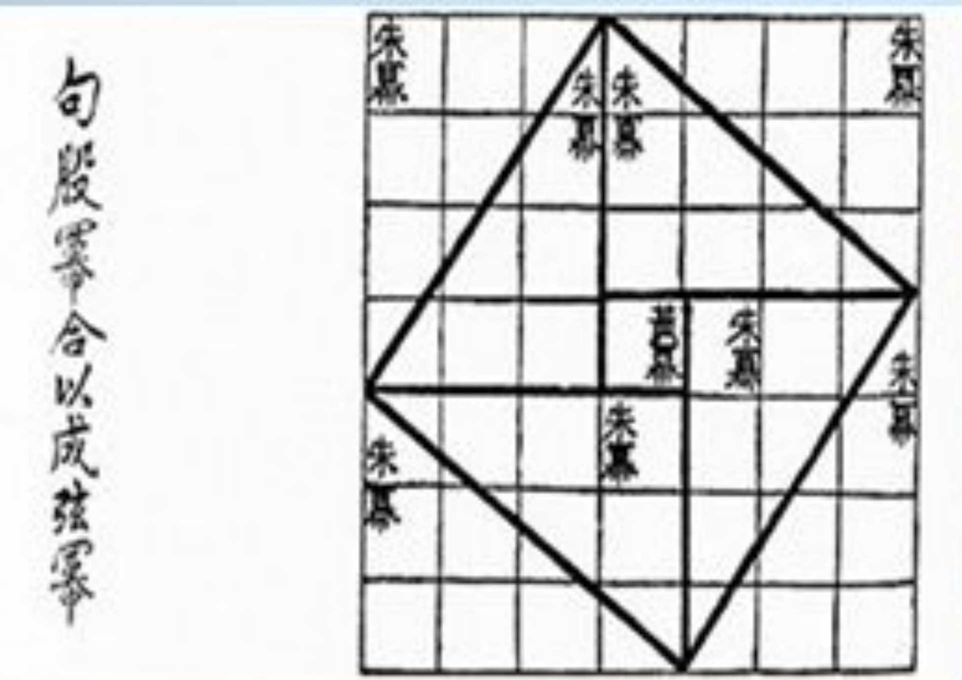
Сколько ж было обезьянок,

Ты скажи мне, в этой стае?

- Решение Бхаскары свидетельствует о том, что он знал о двузначности корней квадратных уравнений.
- Соответствующее решение уравнения
- $\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$
- Бхаскара записывает в виде $x^2 - 64x = -768$ и, чтобы дополнить левую часть этого уравнения до квадрата, прибавляем к обеим частям 32^2, получая
- $x^2 - 64x + 32^2 = -768 + 1024,$
- $(x - 32)^2 = 256,$
- $x - 32 = \pm 16$
- $x_1 = 16$ и $x_2 = 48.$

ПРЕСТИЖ **МАТЕМАТИКИ** В КИТАЕ БЫЛ ВЫСОК.

Китайская версия пифагоровой тройки:
3 × 4 × 5



При жизни Ду Фу не был написан его **портрет**.

СРЕДНЕВЕКОВЫЙ ВОСТОК

Муха́ммад ибн Муса́ аль-Хорезми́

Аль –Хорезми Мухаммед бен Муса
(ок. 783 – ок. 850)

- **Абу́ Абдулла́х** (или **Абу Джафар**) **Муха́ммад ибн Муса́ аль-Хорезми** (араб. أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمي ; ок.783, Хива, Хорезм — ок. 850, Багдад) — один из крупнейших средневековых персидских[5][6] учёных IX века, математик, астроном, географ и историк.
- Примерно в 830 году Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми создал первый известный арабский трактат по алгебре.
- Аль-Хорезми разработал подробные тригонометрические таблицы, содержащие функции синуса. В XII и XIII веках на основании книг аль-Хорезми на латыни были написаны работы Carmen de Algorismo и Algorismus vulgaris, сохранявшие актуальность ещё много столетий. До XVI века переводы его книг по арифметике использовались в европейских университетах как основные учебники по математике.

«АЛЬ-ДЖЕБР» – ВОССТАНОВЛЕНИЕМ - АЛЬ-ХОРЕЗМИ НАЗЫВАЛ ОПЕРАЦИЮ ИСКЛЮЧЕНИЯ ИЗ ОБЕИХ ЧАСТЕЙ УРАВНЕНИЯ ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ ПУТЕМ ДОБАВЛЕНИЯ РАВНЫХ ЧЛЕНОВ, НО ПРОТИВОПОЛОЖНЫХ ПО ЗНАКУ.

«АЛЬ-МУКАБАЛА» – ПРОТИВОПОСТАВЛЕНИЕ – СОКРАЩЕНИЕ В ЧАСТЯХ УРАВНЕНИЯ ОДИНАКОВЫХ ЧЛЕНОВ.

ПРАВИЛО «АЛЬ-ДЖЕБР»

ПРИ РЕШЕНИИ УРАВНЕНИЯ
ЕСЛИ В ЧАСТИ ОДНОЙ,
БЕЗРАЗЛИЧНО КАКОЙ,
ВСТРЕТИТСЯ ЧЛЕН ОТРИЦАТЕЛЬНЫЙ,
МЫ К ОБЕИМ ЧАСТЯМ
РАВНЫЙ ЧЛЕН ПРИДАДИМ,
ТОЛЬКО С ЗНАКОМ ДРУГИМ,
И НАЙДЕМ РЕЗУЛЬТАТ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ.

1) квадраты равны корням, то есть $ax^2 = bx$;

2)квадраты равны числу, то есть $ax^2 = c$;

3)корни равны числу, то есть $ax = c$;

4)квадраты и числа равны корням, т. е. $ax^2 + c = bx$;

5)квадраты и корни равны числу, т. е. $ax^2 + bx = c$;

6)корни и числа равны квадратам, т. е. $bx + c = ax^2$.

Задача. *Квадрат и число 21 равны 10 корням.*

Найти корень.

Решение. Разделим пополам число корней – получишь 5, умножь 5 на само себя,

от произведения отними 21, останется 4.

Извлеки корень из 4 – получишь 2.

Отними 2 от 5 – получишь 3, это и будет искомый корень. Или же прибавь к 5, что даст 7, это тоже есть корень.

Мухáммад ибн Мусá аль-Хорезми́

Аль –Хорезми Мухаммед бен Муса
(ок. 783 – ок. 850)

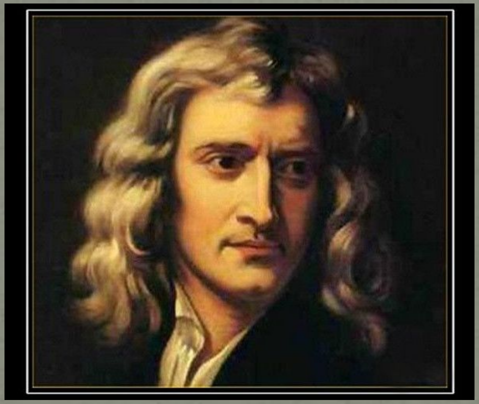
- **Абу́ Абдуллáх** (или **Абу Джафар**) **Мухáммад ибн Мусá аль-Хорезми́** (араб. أبو عبد الله محمد بن موسى الخوارزمی ; ок.783, Хива, Хорезм — ок. 850, Багдад) — один из крупнейших средневековых персидских[5][6] учёных IX века, математик, астроном, географ и историк.
- Примерно в 830 году Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми создал первый известный арабский трактат по алгебре.
- Аль-Хорезми разработал подробные тригонометрические таблицы, содержащие функции синуса. В XII и XIII веках на основании книг аль-Хорезми на латыни были написаны работы Carmen de Algorismo и Algorismus vulgaris, сохранявшие актуальность ещё много столетий. До XVI века переводы его книг по арифметике использовались в европейских университетах как основные учебники по математике.

Фибоначчи родился в итальянском торговом центре городе Пиза, предположительно в 1170-е годы. . В 1192 году он был назначен представлять пизанскую торговую колонию в Северной Африке . По желанию отца, он переехал в Алжир и изучал там математику. В 1200 году Леонардо вернулся в Пизу и принялся за написание своего первого труда «Книги абака»[. По словам историка математики А. П. Юшкевича *Книга абака“ резко возвышается над европейской арифметико-алгебраической литературой XII—XIV веков разнообразием и силой методов, богатством задач, доказательностью изложения… Последующие математики широко черпали из неё как задачи, так и приёмы их решения».*

Знаменитый немецкий математик, протестантский пастор. В 1544 году Штифель первым в Европе сформулировал правило решения квадратных уравнений, приведенных к единому каноническому виду. Он занимался изучением арифметической и геометрической прогрессий, систематически сравнивал действия над членами обеих сопоставляемых прогрессий и вводил дробные и отрицательные показатели степени. Штифель первым из математиков рассматривал отрицательные числа как числа, меньшие нуля, и одним из первых ввел знак корня с целым показателем, круглые скобки и символы для многих неизвестных. Его идеями пользовался при изобретении логарифмов Джон Непер.








$$x^2+x=\frac{3}{4}$$

$$4x^2+4x-3=0.$$

$$\mathcal{D}=4^2-4\cdot 4\cdot(-3)=16+48=64.$$

$$x=\frac{-4\pm\sqrt{64}}{2\cdot 4},$$

$$x_1=-1\frac{1}{2},\qquad x_2=\frac{1}{2}.$$

$$4x^2 + 4x - 3 = 0.$$

$$\frac{\mathcal{D}}{4} = 2^2 - 4 \cdot (-3) = 16.$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{4},$$

$$x_1 = -1\frac{1}{2}, \qquad x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$x^2 + x - \frac{3}{4} = \left(x^2 + 2x \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4} - \frac{3}{4}$$

$$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - 1,$$

$$(x + \frac{1}{2})^2 - 1 = 0,$$

$$(x + ½ - 1)(x + ½ + 1) = 0$$

$$x + 1\frac{1}{2} = 0 \text{ или } x - \frac{1}{2} = 0,$$

$$x = -1\tfrac{1}{2} \text{ или } x = \tfrac{1}{2}.$$

Построим график функции $y = x^2 + x - \frac{3}{4}$.

1) Графиком является парабола, ветви которой направлены вверх, так как $a = 1 > 0$.

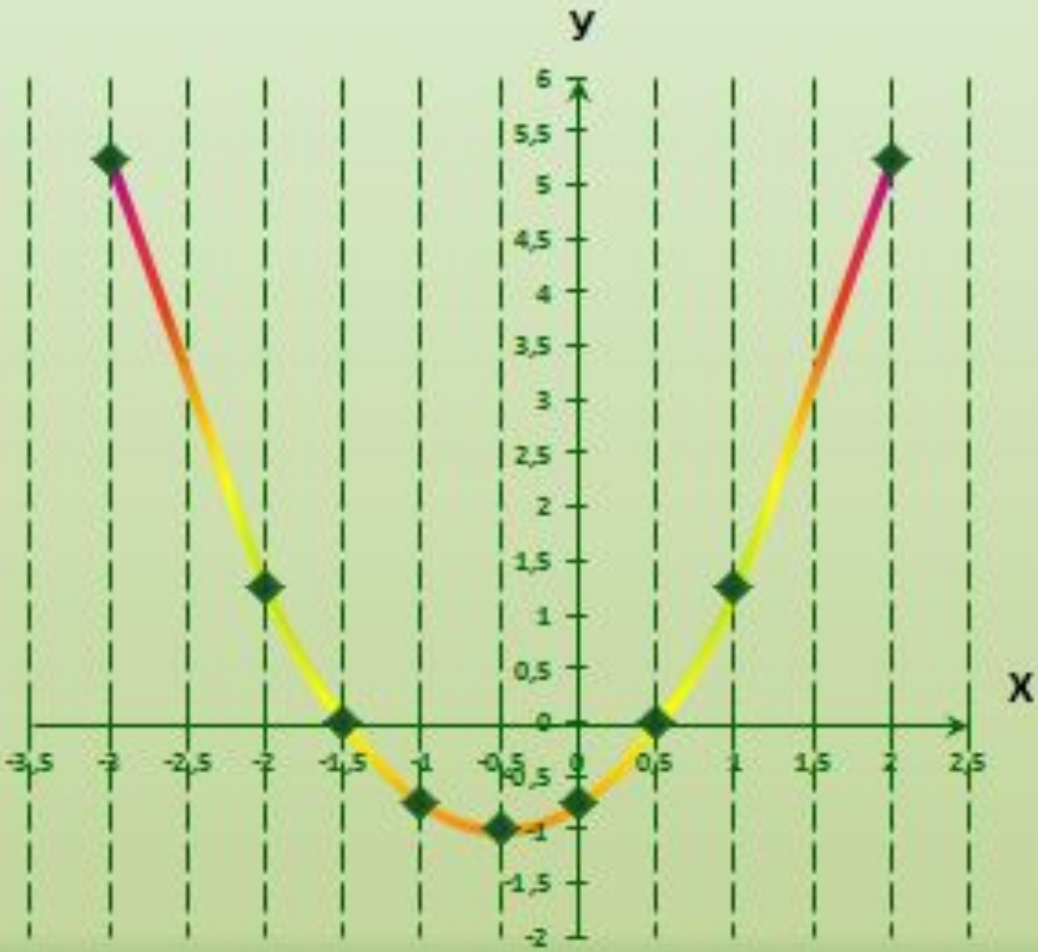
2) Координаты вершины параболы $x_0 = -\frac{b}{2a}$,

$x_0 = -\frac{1}{2}$, $y_0 = \left(-\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} - \frac{3}{4} = -1$.

3) Составим таблицу

	-2	-1		0	1
			-1		

График функции $y = x^2 + x - \frac{3}{4}$



У. Соейр говорил :

«Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решать одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различных задачи. Решая одну задачу различными методами, можно путем сравнений выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт».

«Город – единство не похожих»

Аристотель

«Число выраженное десятичным знаком, прочтет и немец, и русский, и араб, и янки одинаково»

Д.И.Менделеев