Действительные числа

Приближенные дроби;
Периодические дроби;
Округление дробей;
Иррациональные числа;
Комплексные числа.

РАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА
Множество R.

Рациональные числа — это целые и дробные числа (обыкновенные дроби, конечные десятичные дроби и бесконечные периодические дроби).

Обыкновенные дроби.

$$\frac{3}{7}, \frac{5}{9}, \frac{1}{6}, \frac{7}{3}, \frac{4}{4}, \frac{2}{5}, \frac{18}{7}$$

Конечные десятичные дроби.

$$0{,}45 = \frac{45}{100} = \frac{9}{20};$$

$$1{,}0125 = 1\frac{125}{10000} = 1\frac{1}{80}.$$

Переодические дроби.

$$\frac{1}{3} = 0{,}333\ldots; \quad \frac{1}{11} = 0{,}090909\ldots;$$

$$\frac{22}{7} = 3{,}142857142857142857\ldots;$$

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

Множество I.

- это бесконечная десятичная непериодическая дробь.

$\sqrt{3} = 1{,}732050\ldots$ - иррац.число,

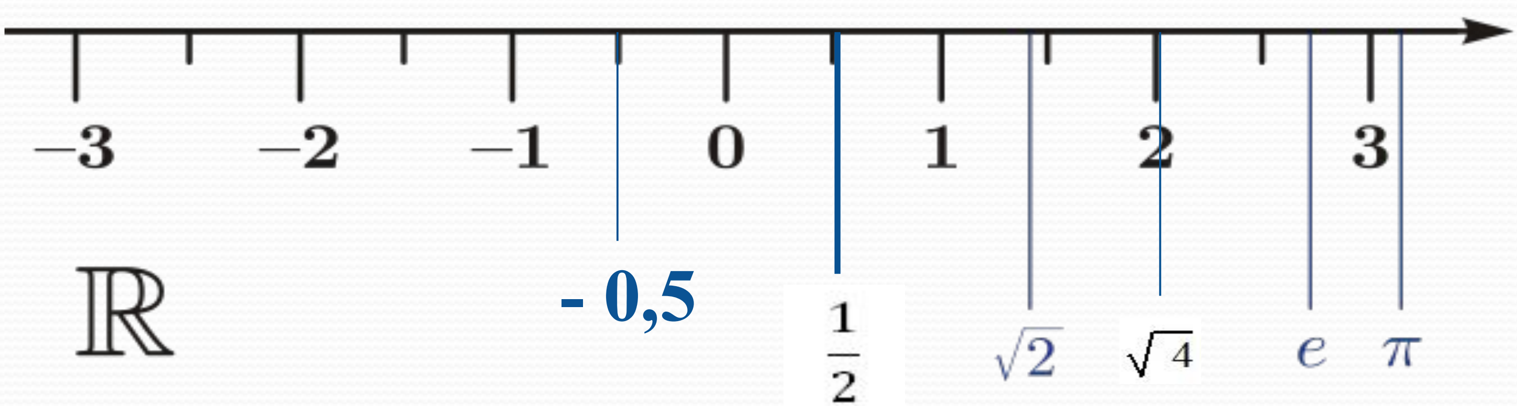
$\pi = 3{,}141592\ldots$ - иррац.число.

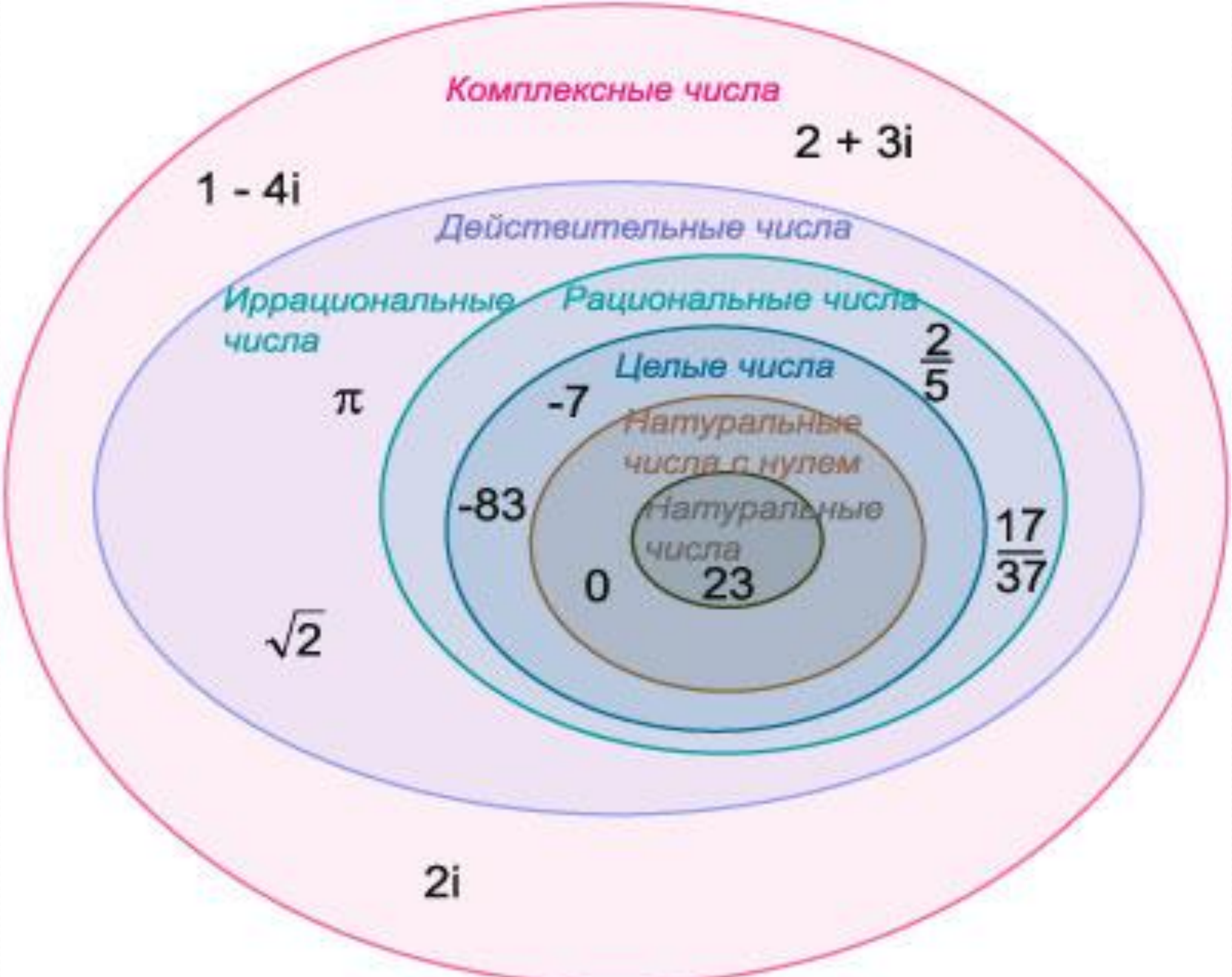
ratio – разум

рациональное число – разумное число

иррациональное число – неразумное число

РАСПОЛОЖЕНИЕ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ НА ЧИСЛОВОЙ ПРЯМОЙ




Комплексные числа
2 + 3i
1 - 4i
Действительные числа
Иррациональные числа
Рациональные числа
$\frac{2}{5}$
Целые числа
π
-7
Натуральные числа с нулем
-83
Натуральные числа
$\frac{17}{37}$
0
23
$\sqrt{2}$
2i

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА
ЧИСЛА

$$\boxed{5+\sqrt{-3}}$$

ОШИБОЧНЫЙ ВАРИАНТ

$$\boxed{\sqrt{-3}\cdot\sqrt{-3}=\sqrt{(-3)\cdot(-3)}=\sqrt{(-3)^2}=\sqrt{9}=3.}$$

$$i^2=-1$$

$$\sqrt{-3}=\sqrt{-1*3}=\sqrt{i^2*3}=i\sqrt{3}$$

$$5+i\sqrt{3}$$

$$\left(i\sqrt{3}\right)\cdot\left(i\sqrt{3}\right)=\left(i\cdot\sqrt{3}\right)^2=i^2\cdot\left(\sqrt{3}\right)^2=-3.$$

Комплексные числа

Определение 1. Числа вида $a + bi$,

где a и b – действительные числа,

i – мнимая единица,

называются *комплексными*.

a - *действительная часть* комплексного числа,

bi – *мнимая часть* комплексного числа,

b – *коэффициентом при мнимой части*.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА
ЧИСЛА

ДЕЙСТВИЯ С КОМПЛЕКСНЫМИ ЧИСЛАМИ

Сложение	$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i$
Вычитание	$(a + bi) - (c + di) = (a - c) + (b - d)i$
Умножение	$(a + bi)(c + di) = (ac - bd) + (ad + bc)i$
Деление	$\frac{a+bi}{c+di} = \frac{ac+bd}{c^2+d^2} + \frac{bc-ad}{c^2+d^2}i; \quad c^2+d^2 \neq 0$
Возведение в степень числа i	$i^{4m}=1,\ i^{4m+1}=i,\ i^{4m+2}=-1,\ i^{4m+3}=-i.$

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА

ЧИСЛА

Пример 1.

а) Найти $z_1+z_2,\ z_1\cdot z_2,\ z_1^2,\ \dfrac{z_1}{z_2}$, если

$z_1=4-5i,\ z_2=2+3i$.

Решение:

$$z_1+z_2=4-5i+2+3i=(4+2)+(-5+3)i=6-2i$$

$$z_1\cdot z_2=(4-5i)\cdot(2+3i)=8+12i-10i-15i^2=8+2i-15(-1)=23+2i$$

$$z_1^2=(4-5i)^2=16-40i+25i^2=16-40i-25=-9-40i$$

$$\frac{z_1}{z_2}=\frac{4-5i}{2+3i}=\frac{(4-5i)\cdot(2-3i)}{(2+3i)\cdot(2-3i)}=\frac{8-10i-12i+15i^2}{2^2-(3i)^2}=\frac{8-22i-15}{4+9}=$$

$$=\frac{-7-22i}{13}=-\frac{7}{13}-\frac{22}{13}i$$

Приближенные вычисления.

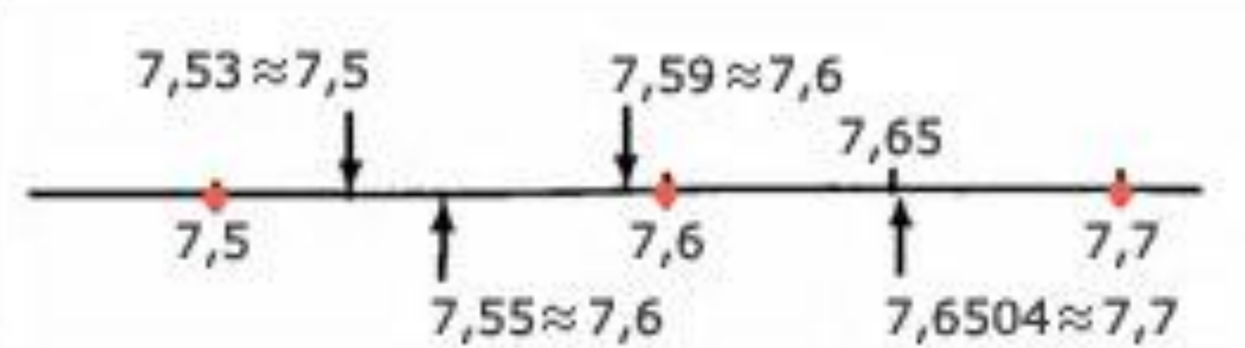
$$\frac{1}{2} = 0,5 = 0,50, \quad \frac{1}{4} = 0,25, \quad \frac{1}{7} \approx 0,14,$$

$$\frac{1}{3} \approx 0,33, \quad \frac{3}{4} = 0,75, \quad \frac{2}{7} \approx 0,29,$$

$$\frac{2}{3} \approx 0,67, \quad \frac{5}{6} \approx 0,83, \quad \frac{3}{7} \approx 0,43.$$

Округление дроби.

$7,53 \approx 7,5$
$7,55 \approx 7,6$
$7,59 \approx 7,6$
$7,6504 \approx 7,7$



Если – 5,6,7,8,9, то ↑ на 1.

Если – 0,1,2,3,4, то не изменяем.

Округлите дроби:	Округлите дроби:
а) до десятых:	б) до сотых:
2,781	0,07268
3,1423	1,35506
203,962	10,081
80,46	76,544
	4,455

Абсолютная погрешность

$$a \approx x$$

точное приближенное

Абсолютная погрешность Δ округления $a \approx x$ – это модуль разности между точным и приближенным значением числа:

$$\Delta = |a - x|$$

Пример. $\pi = 3{,}1415926...$

$\pi \approx 3{,}14$

$\Delta = |3{,}1415926... - 3{,}14| = 0{,}0015926...$

Относительная погрешность

Относительная погрешность округления $a \approx x$ – это отношение абсолютной погрешности к модулю числа:

$$\omega = \frac{\Delta}{|x|} \quad \text{или} \quad \omega = \frac{\Delta}{|a|}$$

Относительную погрешность удобно выражать в процентах. Для этого ее нужно умножить на 100%.

№ 1. При измерении длины и диаметра провода получили:

$l = 50 \pm 0{,}1\ мм$ $\qquad$ $d = 2 \pm 0{,}1\ мм$

Вычислить относительные погрешности измерений. Что измерено точнее?

$$E_l = \frac{0{,}1}{50} = 0{,}002 = 0{,}2\%$$ - точнее

$$E_d = \frac{0{,}1}{2} = 0{,}05 = 5\%$$

№ 2. Вычислить, округлить до сотых и сравнить, какое округление точнее: $\frac{1}{3}$ и $\sqrt{30}$

$$1)\ \frac{1}{3} = 0{,}33333... \quad \approx 0{,}33$$

$$\Delta_1 = 0{,}33333\ldots - 0{,}33 = 0{,}00333\ldots \le 0{,}004 = h_1$$

$$E_1 = \frac{0{,}004}{0{,}33} = 0{,}012\ldots \le 0{,}02$$

$$2)\ \sqrt{30} = 5{,}4772255... \quad \approx 5{,}48$$

$$\Delta_2 = 5{,}4772255\ldots - 5{,}48 = 0{,}0027745\ldots \le 0{,}003 = h_2$$

$$E_2 = \frac{0{,}003}{5{,}48} = 0{,}000547\ldots \quad \le 0{,}0006$$

$E_1 < E_2$ => 2-е округление точнее

№ 3. При измерении длины одного отрезка с точностью до 5 м получено 23,37 км, а при измерении длины другого отрезка с точностью до 0,5 см получено 3 м. Какое измерение по своему качеству лучше?

КО ВСЕМ ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫМ ЧИСЛАМ ПРИМЕНИМЫ ФОРМУЛЫ СОКРАЩЕННОГО УМНОЖЕНИЯ

1	$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2	$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3	$(a+b)\cdot(a-b) = a^2 - b^2$
4	$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
5	$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$
6	$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$
7	$(a-b)\cdot(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$