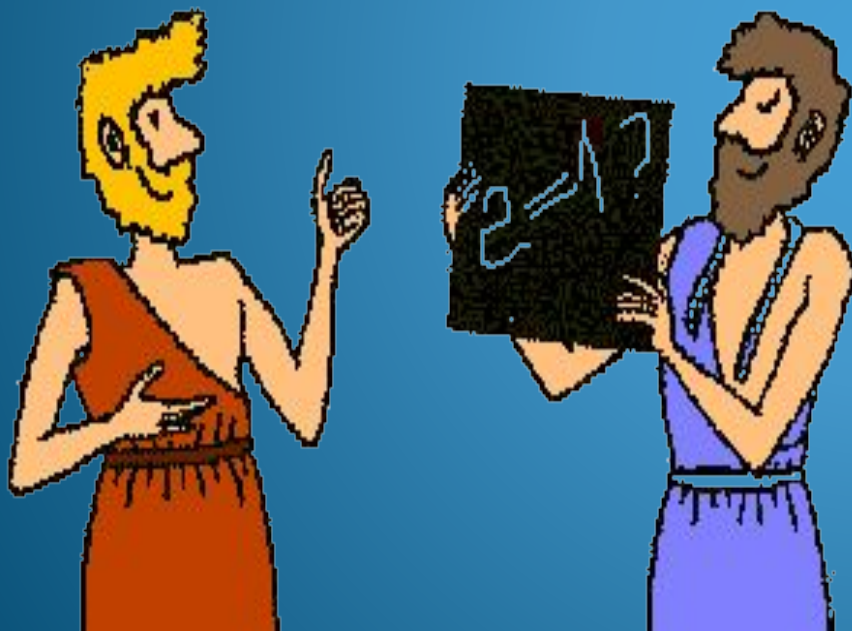


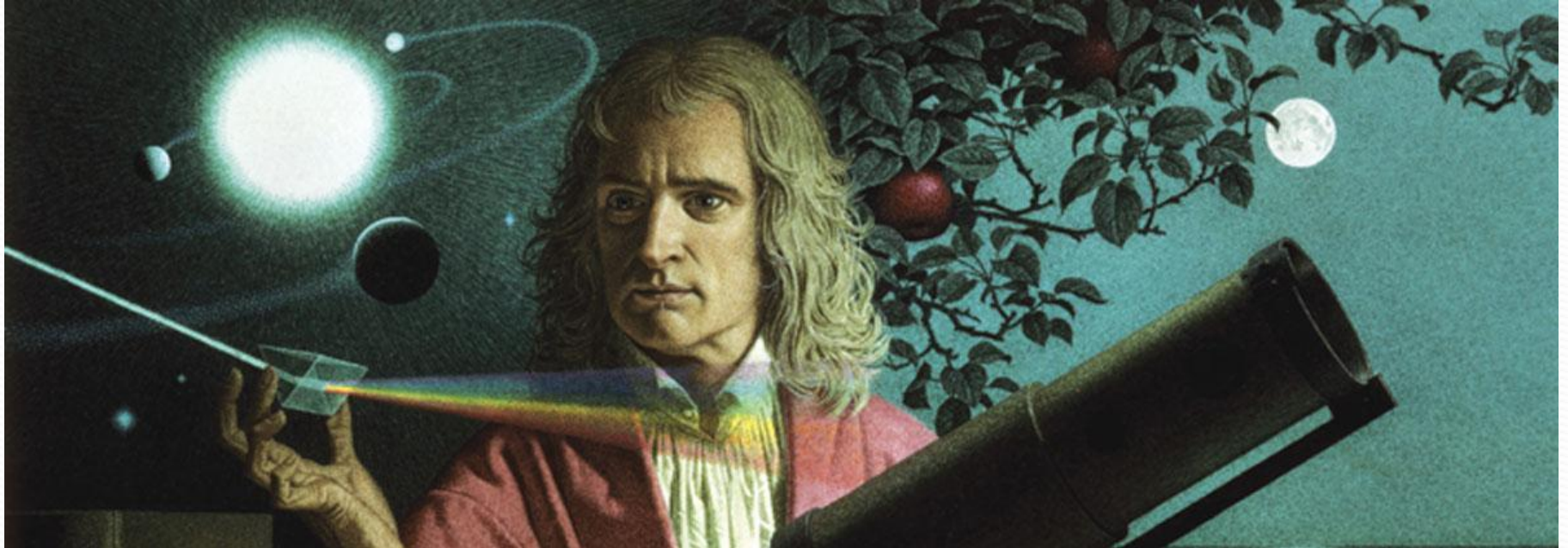
Софизмы в математике



Авторы: Шеметова Анастасия,
Глазунова Екатерина,
ученицы 8Б класса
МБОУ «СОШ №18».

Научный руководитель: Лукьянова
Ольга Георгиевна,
учитель математики
МБОУ «СОШ №18».

*В математических вопросах
нельзя
пренебрегать даже самыми
мелкими ошибками.
И. Ньютон*

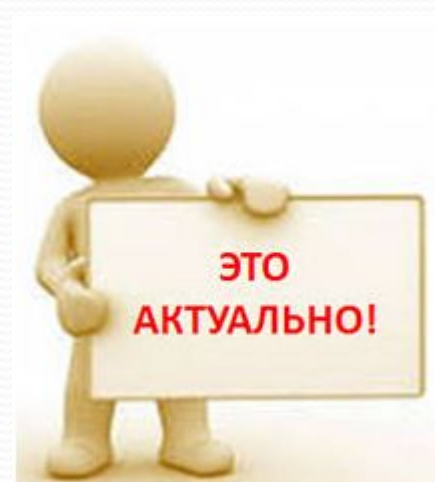


Актуальность

Каждый человек хоть раз в жизни слышал фразу:

- «Дважды два равно пяти»
- «Два равно трем».

Что они обозначают? Кто их выдумал? Имеют ли они какое-нибудь логическое объяснение или же это лишь вымысел? Чтобы ответить на эти и подобные им вопросы, мы в своей работе рассматриваем **математические софизмы.**



Цель:

- Исследование типичных ошибок, которые возникают у учащихся в процессе изучения математики, их причин и способов предупреждения.

Задачи:

- изучить понятие софизма и историю его возникновения;
- рассмотреть виды софизмов и дать классификацию их ошибок;
- составить сборник задач на софизмы по различным разделам математики для 6 -9 классов.

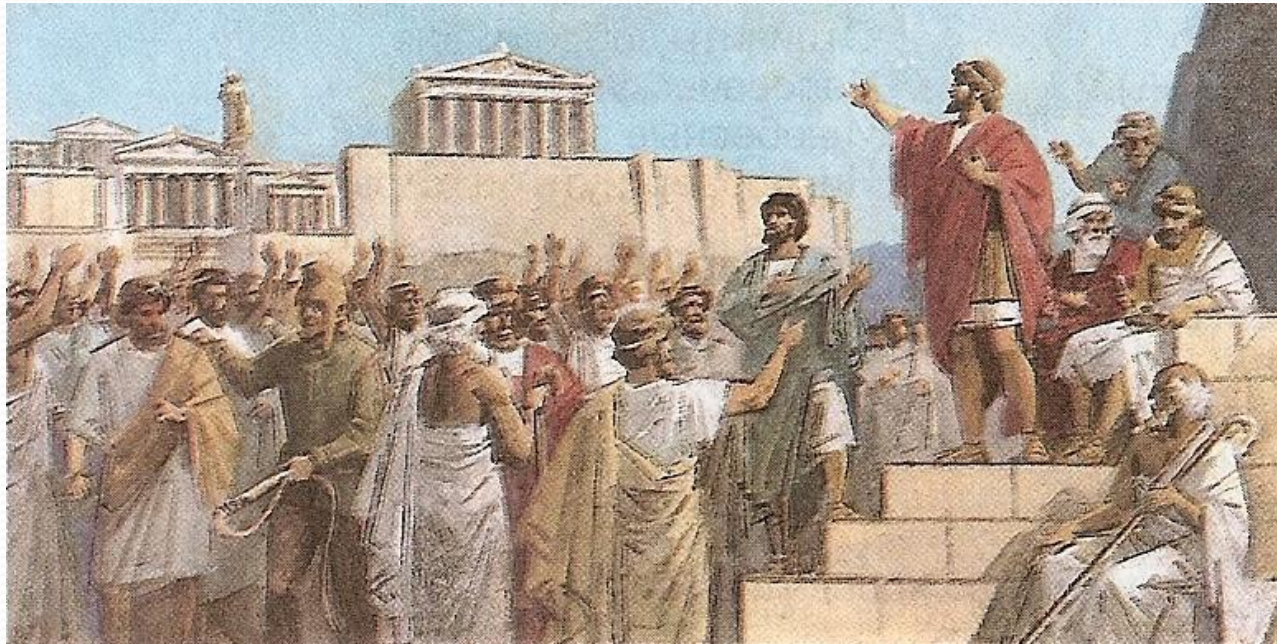
Гипотеза исследования

Если в процессе обучения математике целенаправленно и систематически организовывать работу учащихся над типичными ошибками, то это будет способствовать повышению качества математической подготовки учащихся.



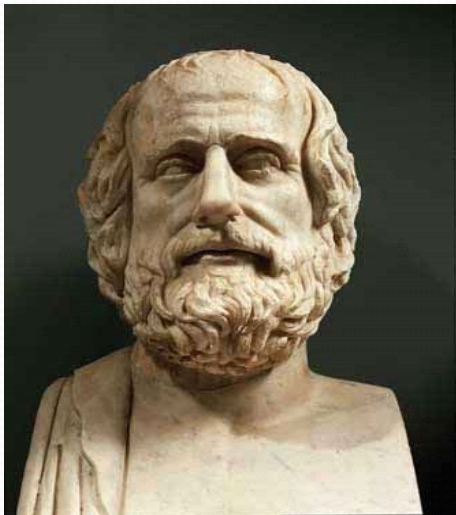
Софизм - преднамеренная ошибка, совершаемая с целью запутать противника и выдать ложное суждение за истинное.

Софистика – направление философии, которое возникло в V-IV вв. до н.э. в Греции и стало очень популярным в Афинах.



Софисты

Мудрецы особого рода. Этим мудрецов истина не интересовала. Они были, как правило, платными «учителями мудрости».

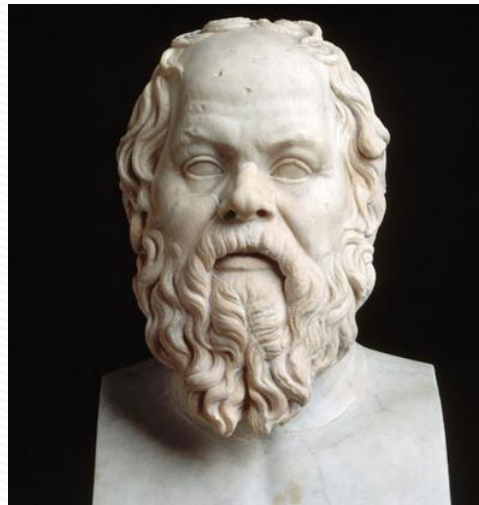


Протагор

490 г. до н.

э.-411 г. до н.

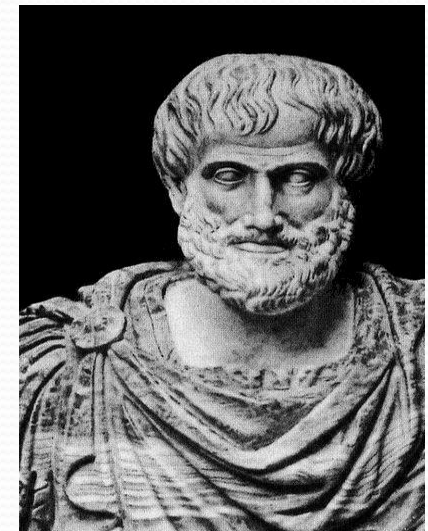
э.



Сократ

469 г. до н.э.-

399 г. до н.э.



Аристотель

384 г. до н.

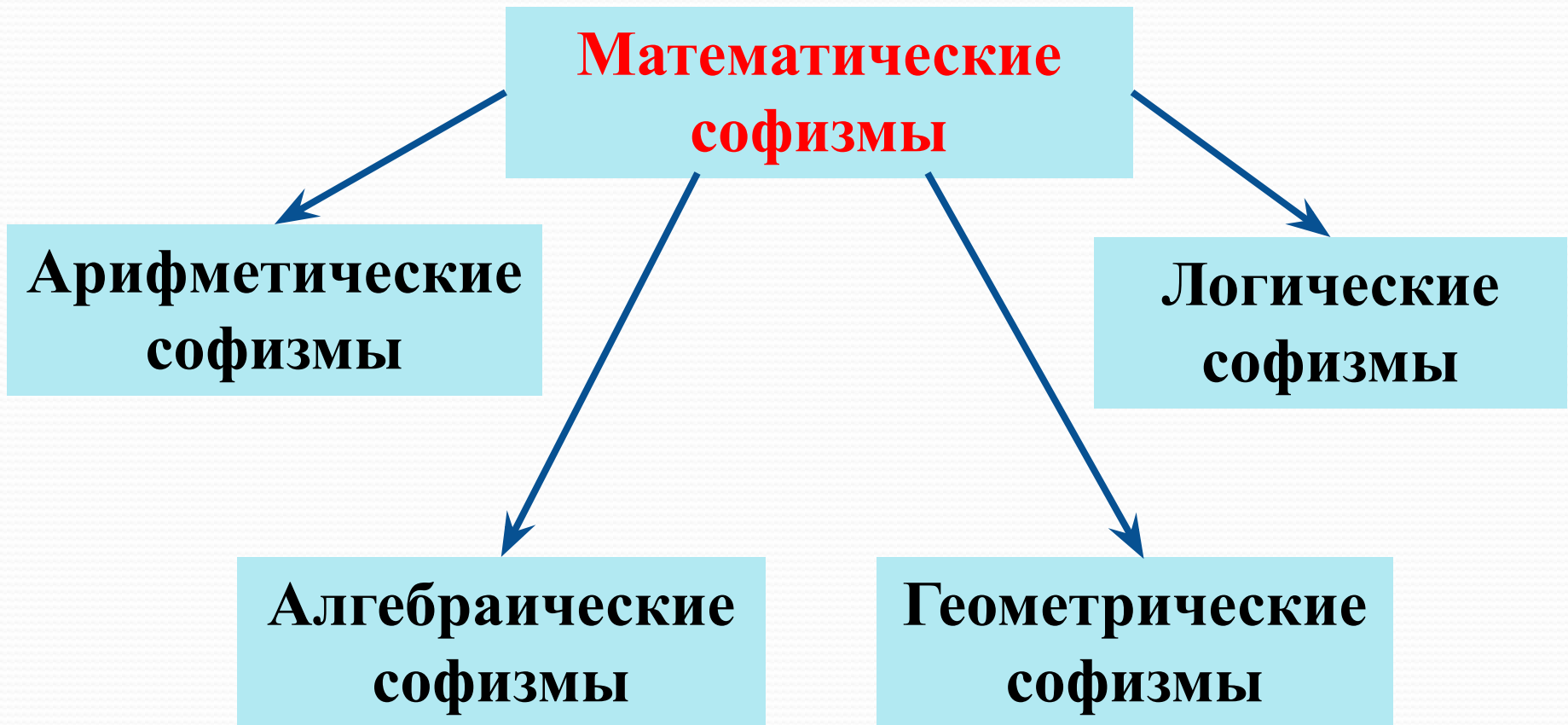
э.-322 г. до н.э.

Убедительность на первый взгляд многих софизмов, их «логичность» обычно связана с хорошо **замаскированной ошибкой**, с использованием, например, **«неразрешённых»** или даже **«запрещённых»** **правил** или действий.



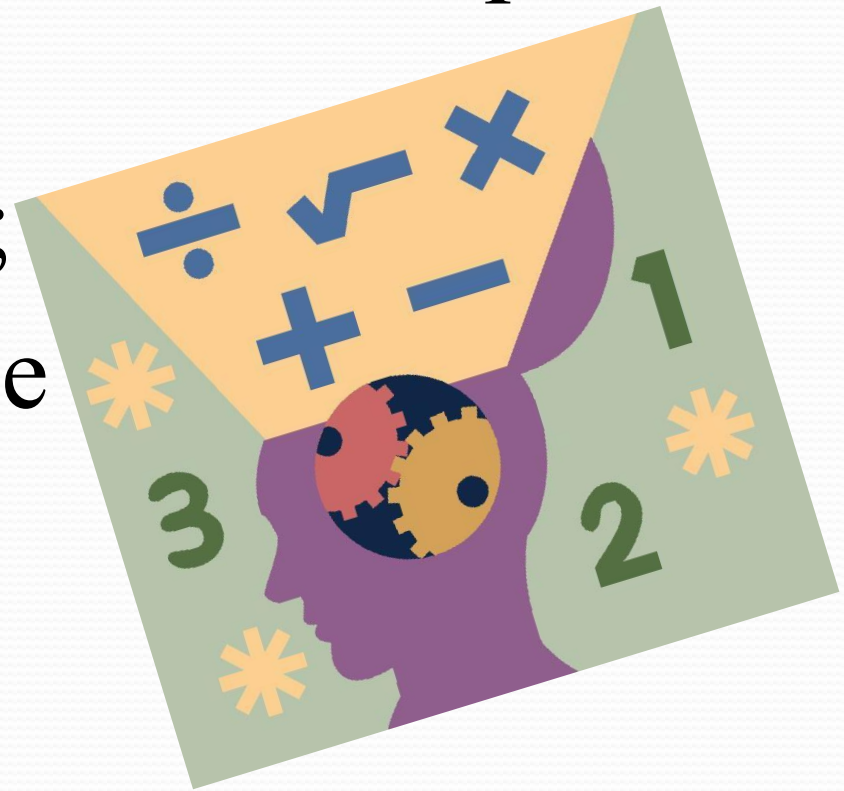
Математический софизм -

удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.



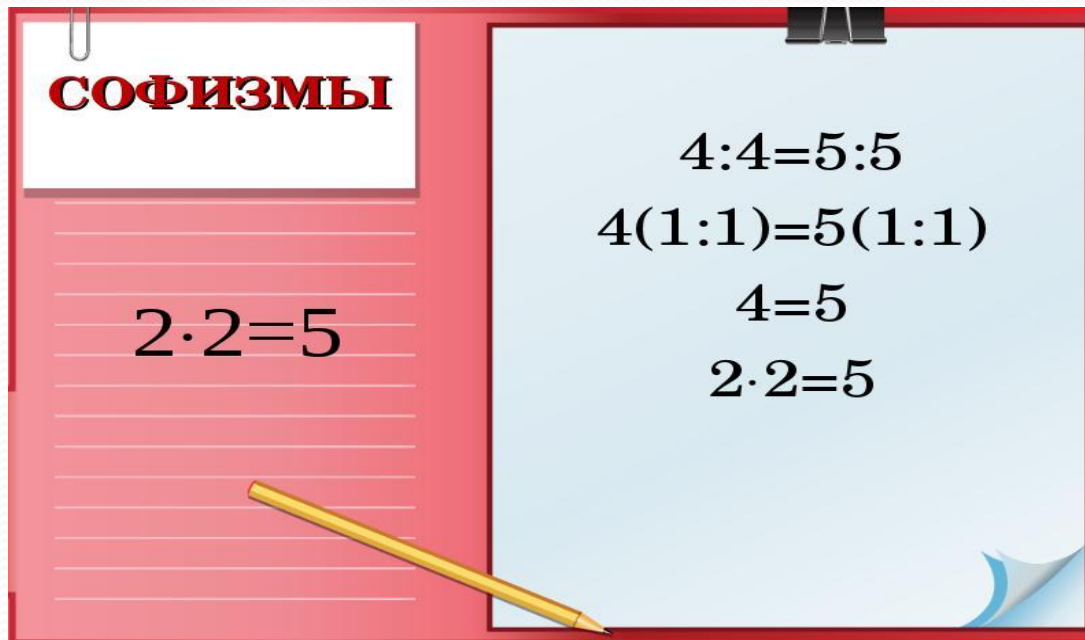
Типичные софизмы в математике :

- запрещенные действия;
- пренебрежение условиями теорем, формул и правил;
- ошибочный чертеж;
- опора на ошибочные умозаключения.



Арифметические софизмы

- Пример: « Дважды два - пять! »



- Ошибка: *Распределительный закон умножения применяется только для сложения и вычитания.*

$$av \pm ac = a(v \pm c).$$

Алгебраические софизмы

- Пример : Упростить выражение.

$$\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{4 - 4\sqrt{7} + 7} = \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} = 2 - \sqrt{7}$$

- Ошибка: Неверное извлечение квадратного корня

из квадрата выражения $\sqrt{x^2} = |x|$

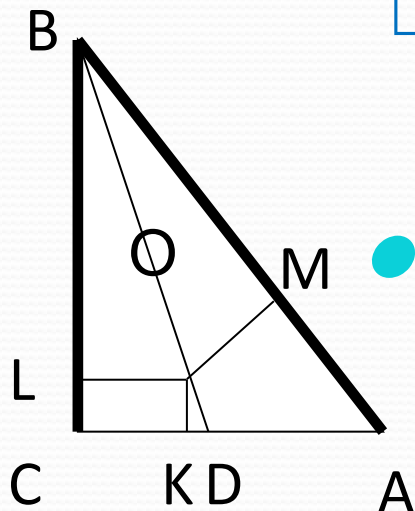
$$2 - \sqrt{7} < 0$$

$$\sqrt{11 - 4\sqrt{7}} = \sqrt{4 - 4\sqrt{7} + 7} = \sqrt{(2 - \sqrt{7})^2} = |2 - \sqrt{7}| = \sqrt{7} - 2$$

Геометрические софизмы

- Пример: «Катет равен гипотенузе».

└ $C=90$, BD - биссектриса $\angle CBA$, $CK=KA$, $OK \perp CA$, O - точка пересечения прямых OK и BD , $OM \perp AB$, $OL \perp BC$.



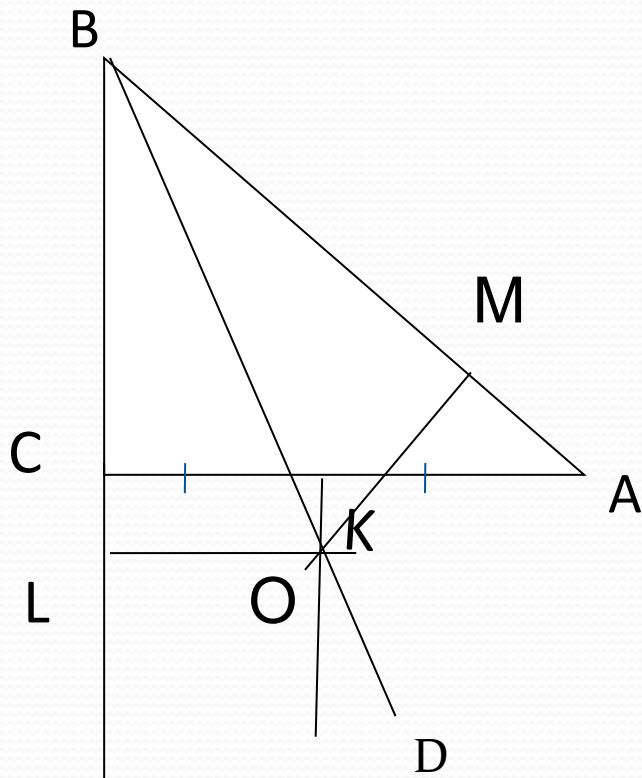
- Решение.

Имеем: $\triangle LBO = \triangle MBO$, $BL = BM$,

$$OM = OL = CK = KA,$$

$\triangle KOA = \triangle OMA$ (OA - общая сторона, $KA = OM$, $\angle OKA$ и $\angle OMA$ - прямые), $\angle OAK = \angle MOA$,
 $OK = MA = CL$, $BA = BM + MA$, $BC = BL + LC$,
но $BM = BL$, $MA = CL$, и потому **$BA = BC$** .

Ошибка: Выводы и вычисления по неверно построенным чертежам.



Рассуждения о том, что катет равен гипотенузе, опирались на ошибочный чертеж.

Точка O пересечения прямой, определяемой биссектрисой BD и серединного перпендикуляра к катету AC , находится **вне $\triangle ABC$** .

Логические софизмы

- Пример: «Полупустое или полуполное»

Полупустое есть то же, что и полуполное. Если равны половины, значит, равны и целые.

Следовательно, пустое есть то же, что и полное

- Ошибка:

Полупустое не является половиной чего либо пустого, а является чем либо наполовину наполненным.

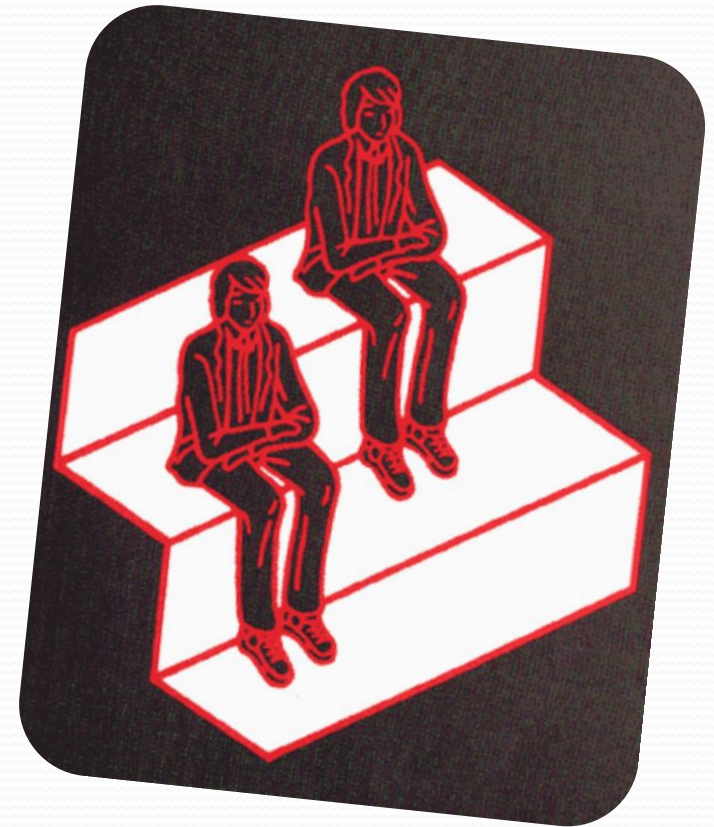


Примеры рассмотренных софизмов:

- «Пять равно шести».
- «Уравнение $x-a=0$ не имеет корней».
- «Один метр не равен ста сантиметрам».
- «Один рубль не равен ста копейкам».
- «Два неодинаковых натуральных числа равны между собой».
- «Если A больше B , то A всегда больше, чем $2B$ ».

Источники софизмов

- Многие слова имеют несколько смыслов.
- Неправильное ударение.
- Пренебрежение условиями теорем, формул и правил; ошибочный чертеж.
- Опора на ошибочные умозаключения.



«Софизмы из наших школьных тетрадей»

Цель практической работы: составить сборник софизмов, на основе анализа контрольных работ и типичных ошибок.

Ошибка – вещь необходимая и полезная!



Алгебраические софизмы

Пример № 1 Решить уравнение.

$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3} = 1,$ $\frac{(x-2)(x-3) \overset{x-3}{-1}}{x-3} = 0$ $\frac{x^2 - 3x - 2x + 6 - x + 3}{x-3} = 0$ $\overset{x-3}{x^2 - 6x + 9} = 0$ $\frac{(x-3)^2}{x-3} = 0$ <p>$x = 3$ обращает знаменатель в нуль, значит уравнение корней не имеет.</p>	<p>Отклонимся от алгоритма</p> <p>Сократим дробь в левой части уравнения на $(x-3)$</p> $\frac{(x-2)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}} = 1,$ $x - 2 = 1$ $x = 3$ <p>При таком «способе решения» мы получили посторонний корень.</p>
---	--

Ошибка: Отклонение от алгоритма может привести к приобретению посторонних корней данного уравнения.

Пример № 2

«Сокращение дробей».

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = x - 2$$

Ошибка : нарушение правил сокращения дробей.

$$\frac{x^2 - 4}{x - 2} = \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = x + 2$$

Пример № 3

«Выполнить действие».

$$\begin{aligned} & \sqrt{121} - 10(\sqrt{6,4} \cdot \sqrt{0,1}) = 11 - 10\sqrt{6,4 \cdot 0,1} = \\ & = \sqrt{0,64} = 0,8 \end{aligned}$$

Ошибка: Неправильный порядок действий:

$$\begin{aligned} & \sqrt{121} - 10\sqrt{6,4} \cdot \sqrt{0,1} = 11 - 10\sqrt{6,4} \\ & \cdot \sqrt{0,1} = 11 - 10\sqrt{6,4 \cdot 0,1} = 11 - \\ & 10\sqrt{0,64} = 11 - 10 \cdot 0,8 = 11 - 8 = 3 \end{aligned}$$

Пример № 4

«Свойства степени».

$$\frac{6^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}} = \frac{6^{-4}}{6^{-10}} = 6^6 = 46656$$

Верное решение: $\frac{6^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}} = \frac{(2*3)^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}}$

$$= \frac{2^{-4} * 3^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}} = \frac{2^{-4}}{2^{-6}} = 2^2 = 4$$

Ошибка: $2^{-6} * 3^{-4} \neq 6^{-10}$

Правило: при умножении степеней с одинаковым основанием, показатели складываются, а основание остаётся прежним.

Свойства степени

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $a^n : a^m = a^{n-m}$

3) $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

4) $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Геометрический софизм

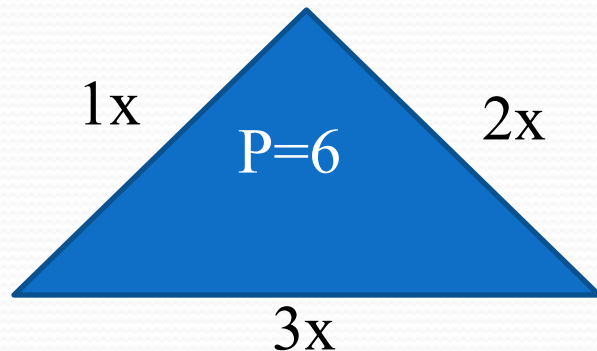
Пример № 5

«Неравенство треугольника».

Периметр треугольника равен 6, его стороны относятся как 1:2:3. Чему равна его средняя по величине сторона.

Ошибка:

Задача провоцирует учащихся на то, чтобы дать ответ 2. При этом не выполняется неравенство треугольника.



$$1x+2x+3x=6$$

$$6x=6$$

$$x=1$$

$$2x=2$$

Заключение

В процессе обучения математики обнаружение и **анализирование ошибки**, заключенной в софизме, оказываются более важными, чем просто разбор решений «безошибочных» задач.



Литература

1. «Софисты» под редакцией Б.С. Чернышева
2. «Софизмы. Алгебра. Геометрия. Тригонометрия» под редакцией Т.Н. Михеевой
3. Алгебраические софизмы - <http://gamzatovasm.ru/node/88>
4. Геометрические софизмы - <http://reshit.ru/sofizm>
5. Арифметические софизмы
- http://sophisms.ucoz.ru/index/arifmeticheskie_sofizmy/0-6
6. Логические софизмы -
http://referatwork.ru/category/logika/view/131832_sofizmy
7. Апории Зенона
- https://ru.wikipedia.org/wiki/Апории_Зенона