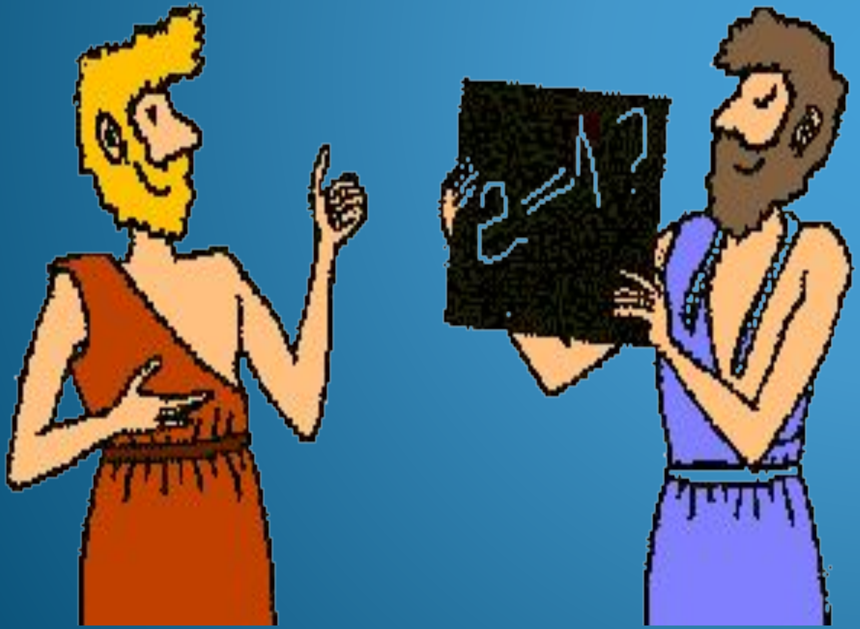
Софизмы в математике



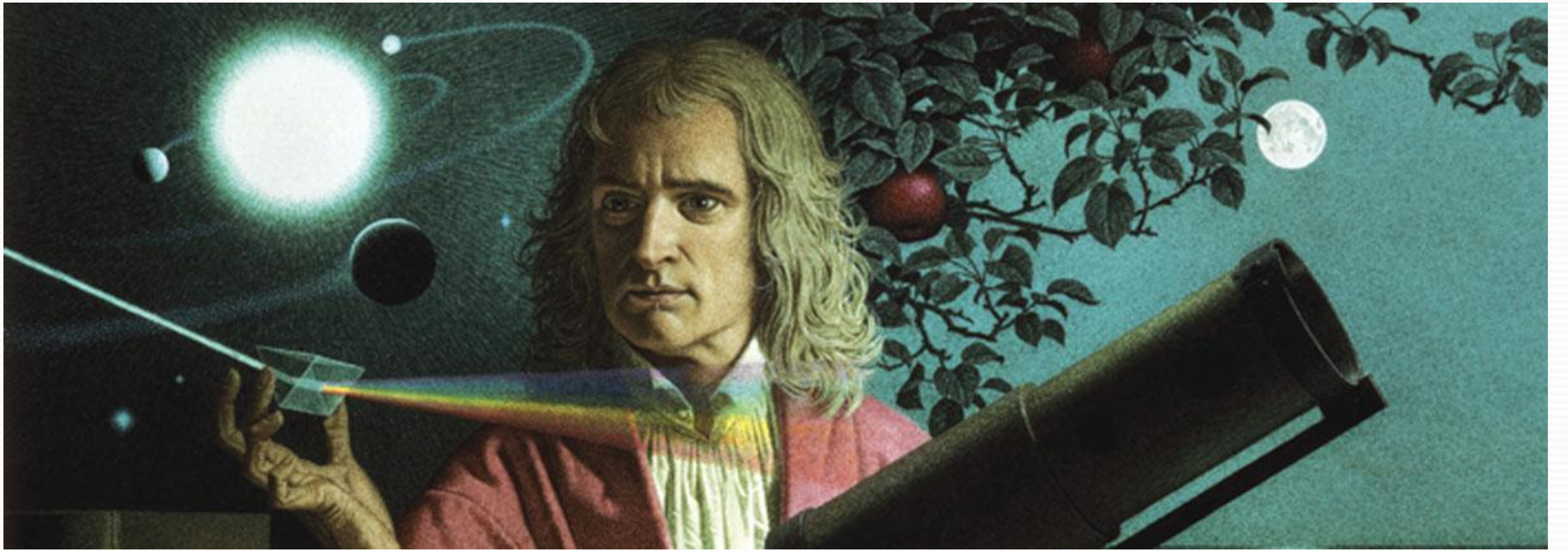
Авторы: Шеметова Анастасия,
Глазунова Екатерина,
ученицы 8Б класса
МБОУ «СОШ №18».
Научный руководитель: Лукьянова
Ольга Георгиевна,
учитель математики
МБОУ «СОШ №18».

В математических вопросах нельзя

пренебрегать даже самыми

мелкими ошибками.

И. Ньютон

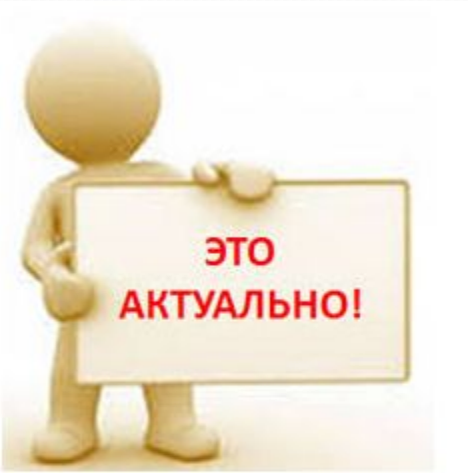


Актуальность

Каждый человек хоть раз в жизни слышал фразу:

- «Дважды два равно пяти»
- «Два равно трем».

Что они обозначают? Кто их выдумал? Имеют ли они какое-нибудь логическое объяснение или же это лишь вымысел? Чтобы ответить на эти и подобные им вопросы, мы в своей работе рассматриваем математические софизмы.



Цель:

- Исследование типичных ошибок, которые возникают у учащихся в процессе изучения математики, их причин и способов предупреждения.

Задачи:

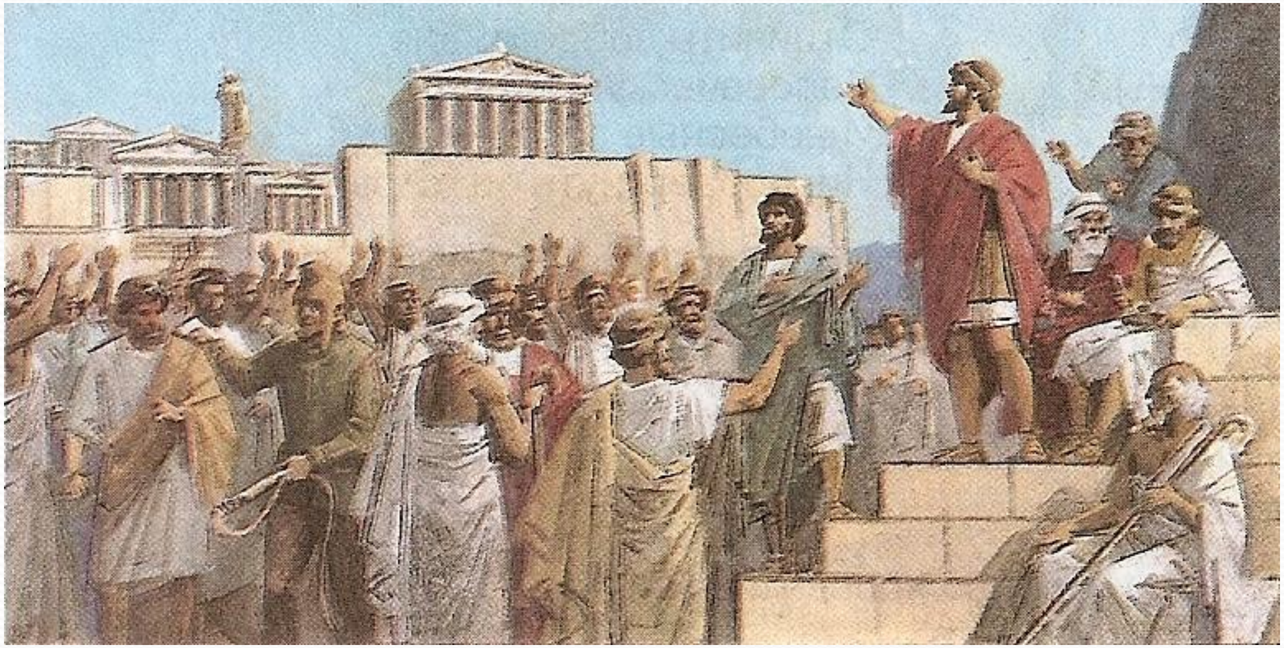
- изучить понятие софизма и историю его возникновения;
- рассмотреть виды софизмов и дать классификацию их ошибок;
- составить сборник задач на софизмы по различным разделам математики для 6 -9 классов.

Гипотеза исследования

Если в процессе обучения математике целенаправленно и систематически организовывать работу учащихся над типичными ошибками, то это будет способствовать повышению качества математической подготовки учащихся.

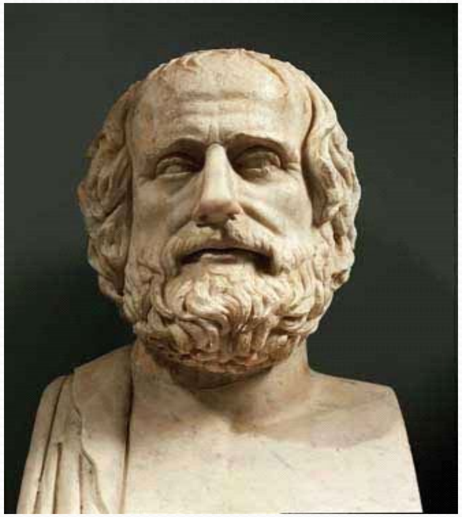
Софизм - преднамеренная ошибка, совершаемая с целью запутать противника и выдать ложное суждение за истинное.

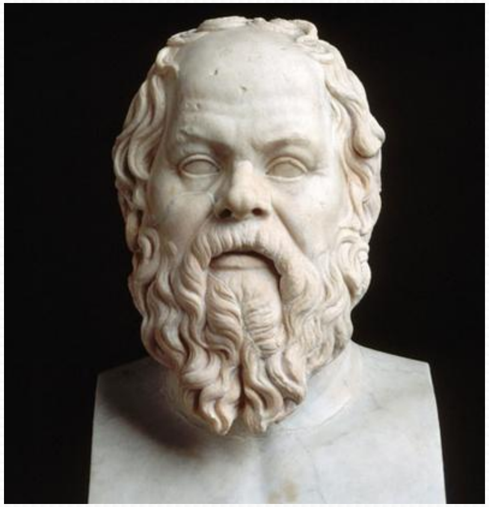
Софистика – направление философии, которое возникло в V-IV вв. до н.э. в Греции и стало очень популярным в Афинах.

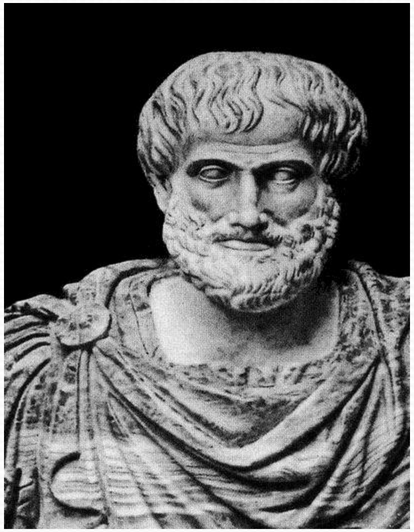


Софисты

Мудрецы особого рода. Этих мудрецов истина не интересовала. Они были, как правило, платными «учителями мудрости».







Протагор
490 г. до н. э.-411 г. до н. э.

Сократ
469 г. до н.э.-399 г. до н.э.

Аристотель
384 г. до н. э.-322 г. до н.э.

Убедительность на первый взгляд многих софизмов, их «логичность» обычно связана с хорошо **замаскированной ошибкой**, с использованием, например, **«неразрешённых»** или даже **«запрещённых» правил** или действий.

Математический софизм –

удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Математические софизмы

Арифметические софизмы

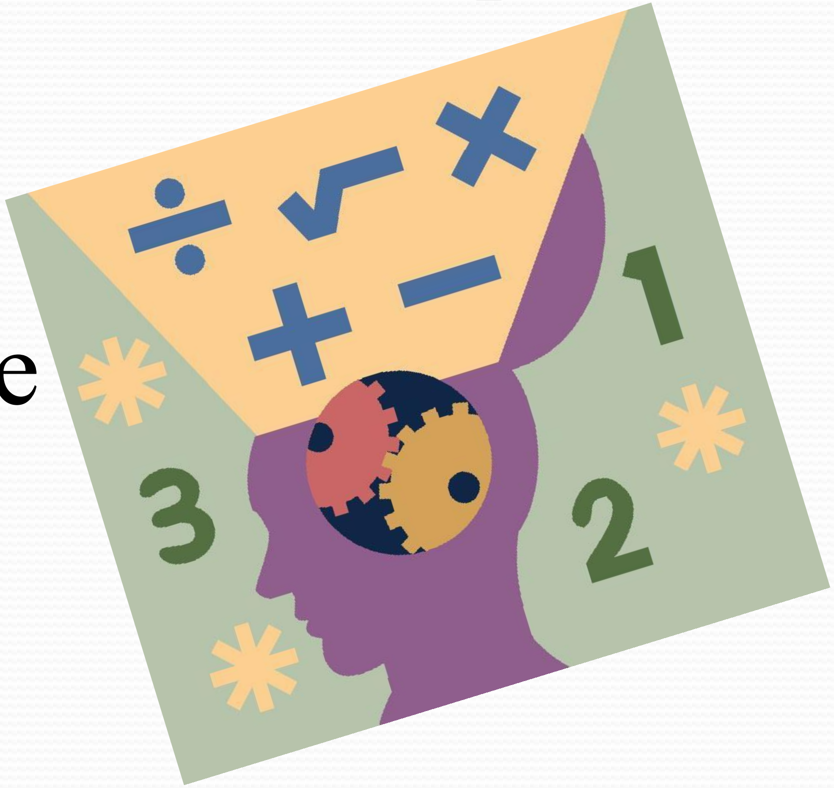
Логические софизмы

Алгебраические софизмы

Геометрические софизмы

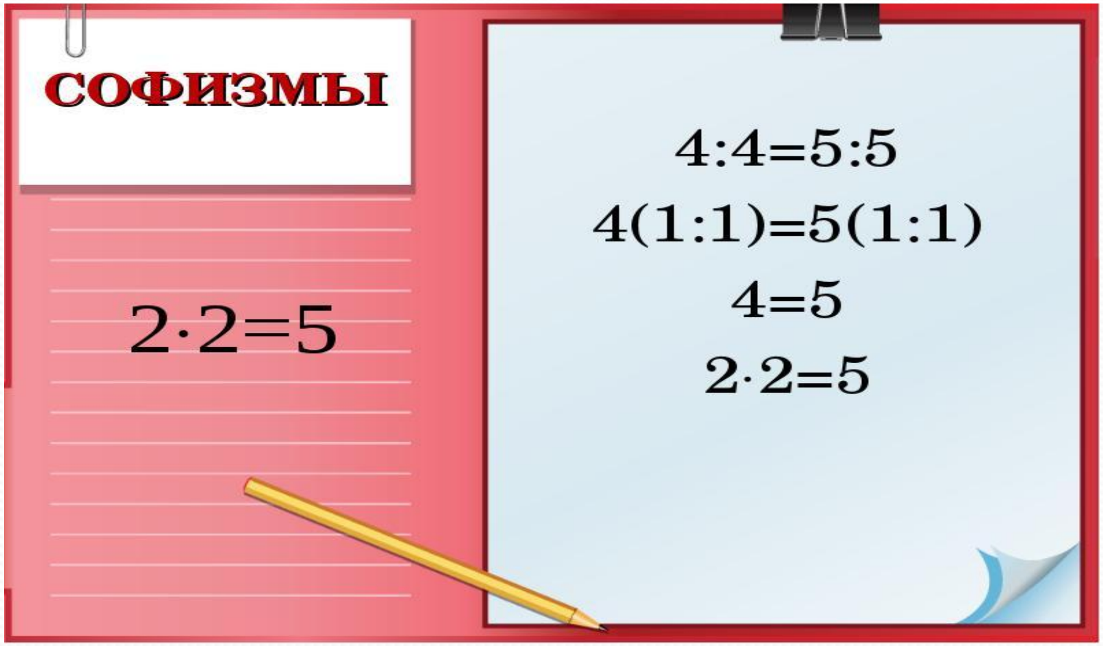
Типичные софизмы в математике :

- запрещенные действия;
- пренебрежение условиями теорем, формул и правил;
- ошибочный чертеж;
- опора на ошибочные умозаключения.



Арифметические софизмы

- Пример: **« Дважды два - пять!»**



- Ошибка: *Распределительный закон умножнения применяется только для сложения и вычитания.*

$$ab \pm ac = a(b \pm c).$$

Алгебраические софизмы

- Пример : **Упростить выражение.**

$$\sqrt{11-4\sqrt{7}}=\sqrt{4-4\sqrt{7}+7}=\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}=2-\sqrt{7}$$

- Ошибка: Неверное извлечение квадратного корня из квадрата выражения $\sqrt{x^2}=|x|$

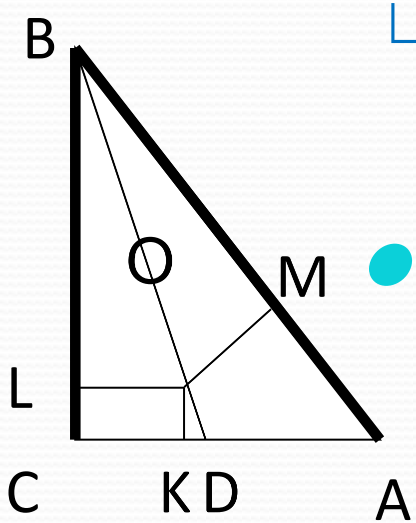
$2-\sqrt{7}<0$

$$\sqrt{11-4\sqrt{7}}=\sqrt{4-4\sqrt{7}+7}=\sqrt{(2-\sqrt{7})^2}=|2-\sqrt{7}|=\sqrt{7}-2$$

Геометрические софизмы

- Пример: **«Катет равен гипотенузе».**

∟С=90, ВД - биссектриса ∟ СВА, СК=КА, ОК ⊥ СА, О - точка пересечения прямых ОК и ВД, ОМ ⊥ АВ, OL ⊥ ВС.



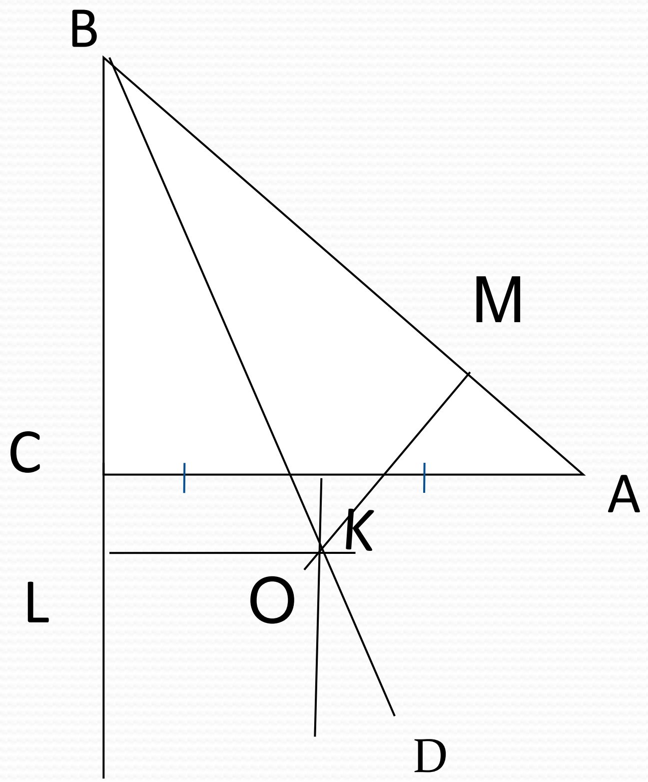
- *Решение.*

Имеем: Δ LBO=Δ MBO, BL = BM,

OM = OL = CК = КА,

Δ КОА=Δ ОМА (ОА- общая сторона, КА = ОМ, ∟ ОКА и ∟ ОМА - прямые), ∟ ОАК = ∟МОА, ОК = МА = CL, ВА = ВМ + МА, ВС = BL + LC, но ВМ = BL, МА = CL, и потому **BA = BC.**

Ошибка: **Выводы и вычисления по неверно построенным чертежам.**



Рассуждения о том, что катет равен гипотенузе, опирались на ошибочный чертеж.

Точка О пересечения прямой, определяемой биссектрисой BD и серединного перпендикуляра к катету AC, находится вне ΔABC.

Логические софизмы

- Пример: **«Полупустое или полуполное»**

  Полупустое есть то же, что и полуполное. Если равны половины, значит, равны и целые. Следовательно, пустое есть то же, что и полное

- Ошибка:

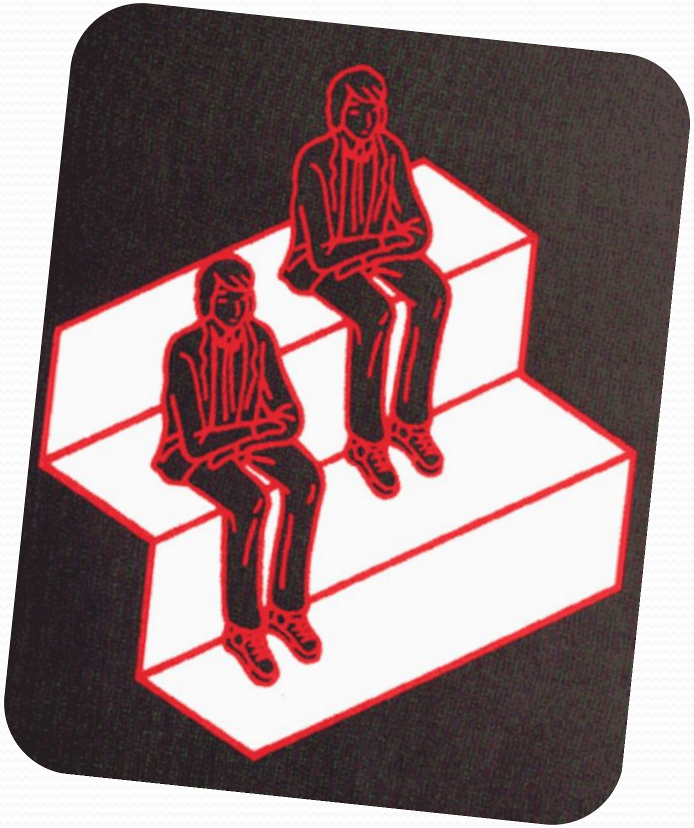
  Полупустое не является половиной чего либо пустого, а является чем либо наполовину наполненным.

Примеры рассмотренных софизмов:

- «Пять равно шести».
- «Уравнение х-а=0 не имеет корней».
- «Один метр не равен ста сантиметрам».
- «Один рубль не равен ста копейкам».
- «Два неодинаковых натуральных числа равны между собой».
- «Если А больше В, то А всегда больше, чем 2В».

Источники софизмов

- Многие слова имеют несколько смыслов.
- Неправильное ударение.
- Пренебрежение условиями теорем, формул и правил; ошибочный чертеж.
- Опора на ошибочные умозаключения.



«Софизмы из наших школьных тетрадей»

Цель практической работы: составить сборник софизмов, на основе анализа контрольных работ и типичных ошибок.

Ошибка – вещь необходимая и полезная!

Алгебраические софизмы

Пример № 1 Решить уравнение.

$$\boxed{\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}=1,}$$

$$\frac{(x-2)(x-3)}{x-3}-\overset{x-3}{1}=0$$

$$\frac{x^2-3x-2x+6-x+3}{x-3}=0$$

$$\frac{x^2-6x+9}{x-3}=0$$

$$\frac{(x-3)^2}{x-3}=0$$

x = 3 обращает знаменатель в нуль, значит уравнение корней не имеет.

Отклонимся от алгоритма

Сократим дробь в левой части уравнения на (x – 3)

$$\frac{(x-2)\cancel{(x-3)}}{\cancel{x-3}}=1,$$

$$x-2=1$$

$$x=3$$

При таком «способе решения» мы получили посторонний корень.

Ошибка: Отклонение от алгоритма может привести к приобретению посторонних корней данного уравнения.

Пример № 2

«Сокращение дробей».

$$\frac{x^2-4}{x-2} = x-2$$

Ошибка : *нарушение правил сокращения дробей.*

$$\frac{x^2-4}{x-2} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = x+2$$

Пример № 3

«Выполнить действие».

$\sqrt{121}$-10$\sqrt{6,4}$ $\sqrt{0,1}$=**11-10**$\sqrt{6,4}$*$\sqrt{0,1}$=$\sqrt{6,4 \cdot 0,1}$=

$= \sqrt{0,64} = 0,8$

Ошибка: Неправильный порядок действий:

$$\sqrt{121} \overset{3}{-} 10 \overset{1}{\sqrt{6,4}} \overset{2}{\cdot} \sqrt{0,1} = 11 - 10\sqrt{6,4} \cdot \sqrt{0,1} = 11 - 10\sqrt{6,4 \cdot 0,1} = 11 - 10\sqrt{0,64} = 11 - 10 \cdot 0,8 = 11 - 8 = 3$$

Пример № 4

«Свойства степени».

$$\frac{6^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}} = \frac{6^{-4}}{6^{-10}} = 6^6 = 46656$$

Верное решение: $\frac{6^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}} = \frac{(2*3)^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}}$

$$= \frac{2^{-4} * 3^{-4}}{2^{-6} * 3^{-4}} = \frac{2^{-4}}{2^{-6}} = 2^2 = 4$$

Ошибка: $2^{-6} * 3^{-4} \neq 6^{-10}$

Правило: при умножении степеней с одинаковым основанием, показатели складываются, а основание остаётся прежним.

Свойства степени

1) $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

2) $a^n : a^m = a^{n-m}$

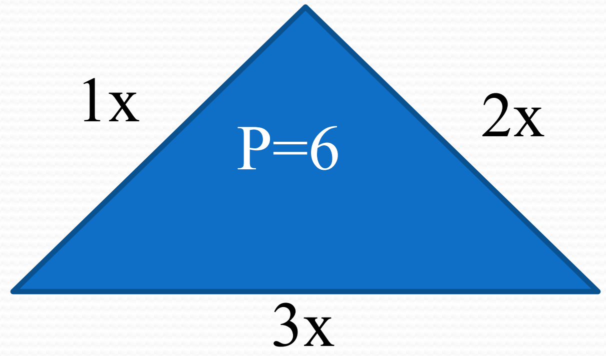
3) $\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$

4) $\left(a \cdot b\right)^n = a^n \cdot b^n$

5) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

Геометрический софизм
Пример № 5
«Неравенство треугольника».

Периметр треугольника равен 6, его стороны относятся как 1:2:3. Чему равна его средняя по величине сторона.	<u>Ошибка:</u> Задача провоцирует учащихся на то, чтобы дать ответ 2. При этом не выполняется неравенство треугольника.



1x+2x+3x=6
6x=6
x=1
2x=2

Заключение

В процессе обучения математики обнаружение и **анализирование ошибки**, заключенной в софизме, оказываются более важными, **чем просто разбор решений «безошибочных» задач.**

Литература

1. «Софисты» под редакцией Б.С. Чернышева
2. «Софизмы. Алгебра. Геометрия. Тригонометрия» под редакцией Т.Н. Михеевой
3. Алгебраические софизмы -http://gamzatovasm.ru/node/88
4. Геометрические софизмы - http://reshit.ru/sofizm
5. Арифметические софизмы -http://sophisms.ucoz.ru/index/arifmeticheskie_sofizmy/0-6
6. Логические софизмы - http://referatwork.ru/category/logika/view/131832_sofizmy
7. Апории Зенона -https://ru.wikipedia.org/wiki/Апории_Зенона