Урок-конференция

«Применение формул сокращенного умножения»

«В математике есть своя красота, как в живописи и поэзии».

Н.Е.Жуковский

Альбрехт Дюрер. Автопортрет.

Альбрехт Дюрер. Дева Мария с младенцем и святой Анной

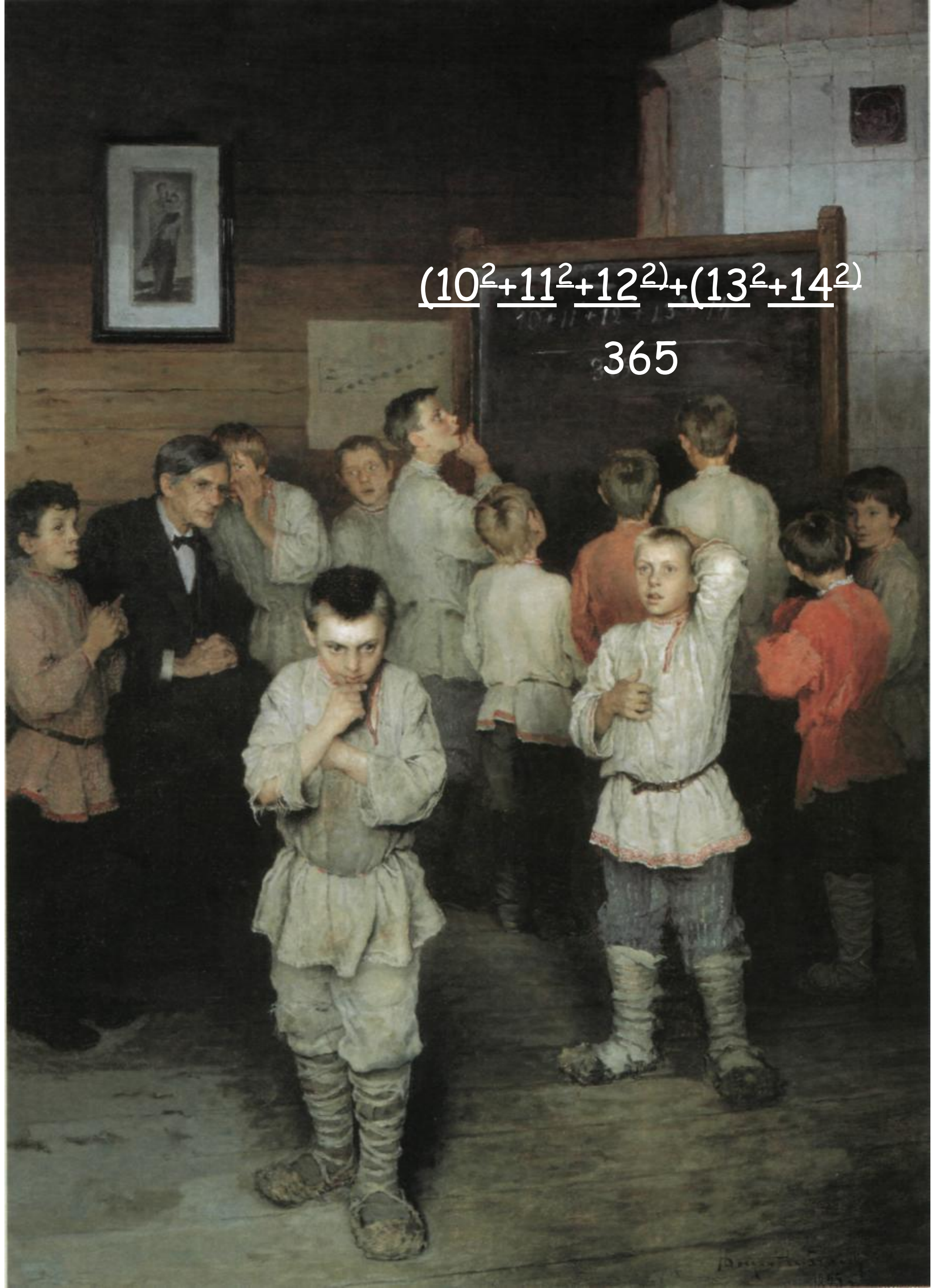
Альбрехт Дюрер. Лев

Альбрехт Дюрер. Долина Калькройт

Формулы сокращенного умножения

- квадрат суммы $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
- квадрат разности $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$
- разность квадратов $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

- разность кубов $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- сумма кубов $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
- куб суммы $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$
- куб разности $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$



$$\frac{(10^2+11^2+12^2)+(13^2+14^2)}{365}$$

Известный способ:

$$\frac{(10^2+11^2+12^2)+(13^2+14^2)}{365}=\frac{(100+121+144)+(169+196)}{365}=\frac{365+365}{365}=2$$

А с помощью формул сокращённого умножения

можно выполнить вычисления и так:

$$10^2 + (10+1)^2 + (10+2)^2 + (10+3)^2 + (10+4)^2 =$$

$$= \underline{10^2} + \underline{10^2} + \underline{1} + \underline{20} + \underline{10^2} + \underline{4} + \underline{40} + \underline{10^2} + \underline{9} + \underline{60} +$$

$$\underline{+} \underline{10^2} + \underline{16} + \underline{80} = 500 + 200 + 30 = 730$$

$$\underline{730:365} = 2$$

Тоже очень просто, согласитесь!

Упростить выражение.
$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)$

Это очень легко сделать, если знаешь маленькую хитрость!

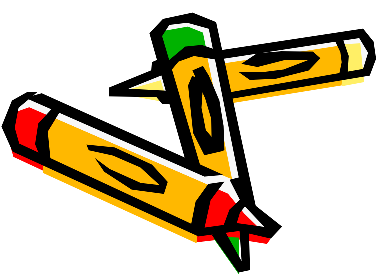
$$(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$$
$$=(2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$$
$$=(2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$$
$$=(2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$$
$$=(2^8-1)(2^8+1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=$$
$$=(2^{16}-1)(2^{16}+1)(2^{32}+1)=(2^{32}-1)(2^{32}+1)=$$
$$=2^{64}-1$$

Колб Екатерина

P^2-1 делится на 24, если P – простое число, большее 3

Всегда?!

Хотите, докажу!



$$P^2-1=(P-1)(P+1)$$

$$24=2^3*3=8*3$$

P-1, P, P+1-последовательные числа

P-1 и P+1-чётные последовательные числа, одно из которых делится на 2, а второе на 4,

т.е. (P-1)(P+1) делится на 8.

Одно из трёх последовательных чисел всегда делится на 3, это не P, значит P-1 или P+1 делится на 3 и P^2-1 делится на 3.

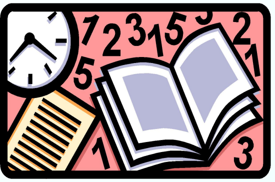
Если P^2-1 делится на 8 и на 3, значит делится и на 24.

Правда просто?

Доказательство проводила

Колб Екатерина

Есть числа с очень удивительными свойствами. Например, число - 12 ,наоборот - 21,



$12^2=144$ ⇨ $21^2=441$

Квадрат окажется тоже цифрами записанными теми же числами в обратном порядке.

$12^2= (10+2)^2=100+4+40=144$

$21^2=(20+1)^2=400+1+40=441$

$13^2=(10+3)^2=100+9+60=169$

$31^2=(30+1)^2=900+1+60=961$

Я думаю, что у всех чисел с таким свойством первая и последняя цифра не больше 3, т.к.

$1^2=1$

$2^2=4$ однозначные числа

$3^2=9$

Как определить остальные средние цифры чисел с таким свойством? Наверное, это числа из " 1,2,3" или начинающихся на 11, 12, 13 или заканчивающимся этими числами.
И опытным путём я нашла числа с такими свойствами.

102 и 201
112 и 211
122 и 221
133 и 331
...

Напр. $102^2=10404$
$201^2=40401$

Остальные числа, если вас заинтересовало - проверьте сами.

Доброде
й
Юлия

$$(a + b+c)^2 = a^2+b^2+c^2+2ab+2ac+2bc$$
$$(a + b - c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab-2ac-2bc$$
$$(a - b - c)^2=a^2+b^2+c^2-2ab-2ac+2bc$$

Зная, эти формулы легко возвести в квадрат трехзначное число

$$112^2=(100+10+2)^2=100^2+10^2+2^2+2*100*10+2*100*2+2*10*2=$$
$$=10000+100+4+2000+4000+40=12544$$

$$211^2=(200+10+1)^2=200^2+10^2+1^2+2*200*10+2*200*1+2*10*1=$$
$$=40000+100+1+4000+400+20= 44521$$

Ковалец
Анастасия


ПРЕЗЕНТАЦИЯ

ВАМ СЛАБО РЕШИТЬ ТАКОЕ УРАВНЕНИЕ???

$$\underline{x^8}+\underline{x^4}-\underline{2=0}$$

Мне НЕТ

И Я С УДОВОЛЬСТВИЕМ МОГУ ПОДЕЛИТЬСЯ С ВАМИ МОИМ РЕШЕНИЕМ

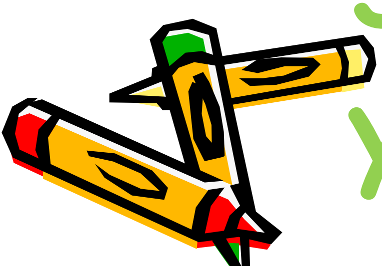
Итак…

Чтобы решить это коварное уравнение нам понадобится:

1) знание формул сокращённого умножения

2) немного терпения

3) и конечно же умственное напряжение



$$X^8+X^4-2=0$$

$$X^8+X^4-1-1=0$$

$$(X^8-1)+(X^4-1)=0$$

$$(\underline{X^4-1})(X^4+1)+(\underline{X^4-1})=0$$

$$(X^4-1)(X^4+1+1)=0$$

$$(X^4-1)(X^4+2)=0$$

$$(x^4-1)(x^4+2)=0$$

$$(x^2-1)(x^2+1)(x^4+2)=0$$

$$(x-1)(x+1)(x^2+1)(x^4+2)$$

$x-1=0$ или $x+1=0$ или $x^2+1=0$ или $x^4+2=0$

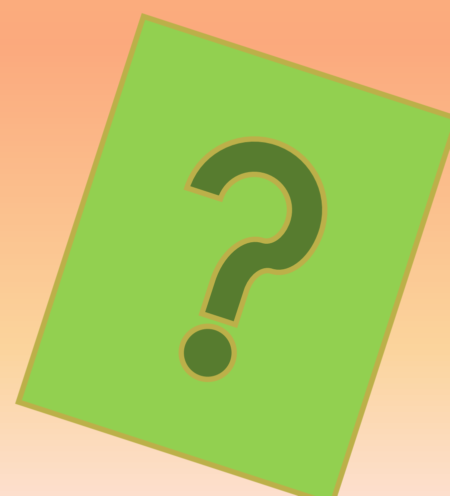
$x=1$ $\quad$ $x=-1$ $\quad$ нет корня, т.к. $x^2 \geq 0$ $\quad$ нет корня, т.к. $x^4 \geq 0$

Ответ: -1 и 1

Любопытно, ведь можно было сразу догадаться, что -1 и 1 являются корнями уравнения, т.к.

$$1^8+1^4-2=0 \text{ и } (-1)^8+(-1)^4-2=0$$

Зачем тогда решать???



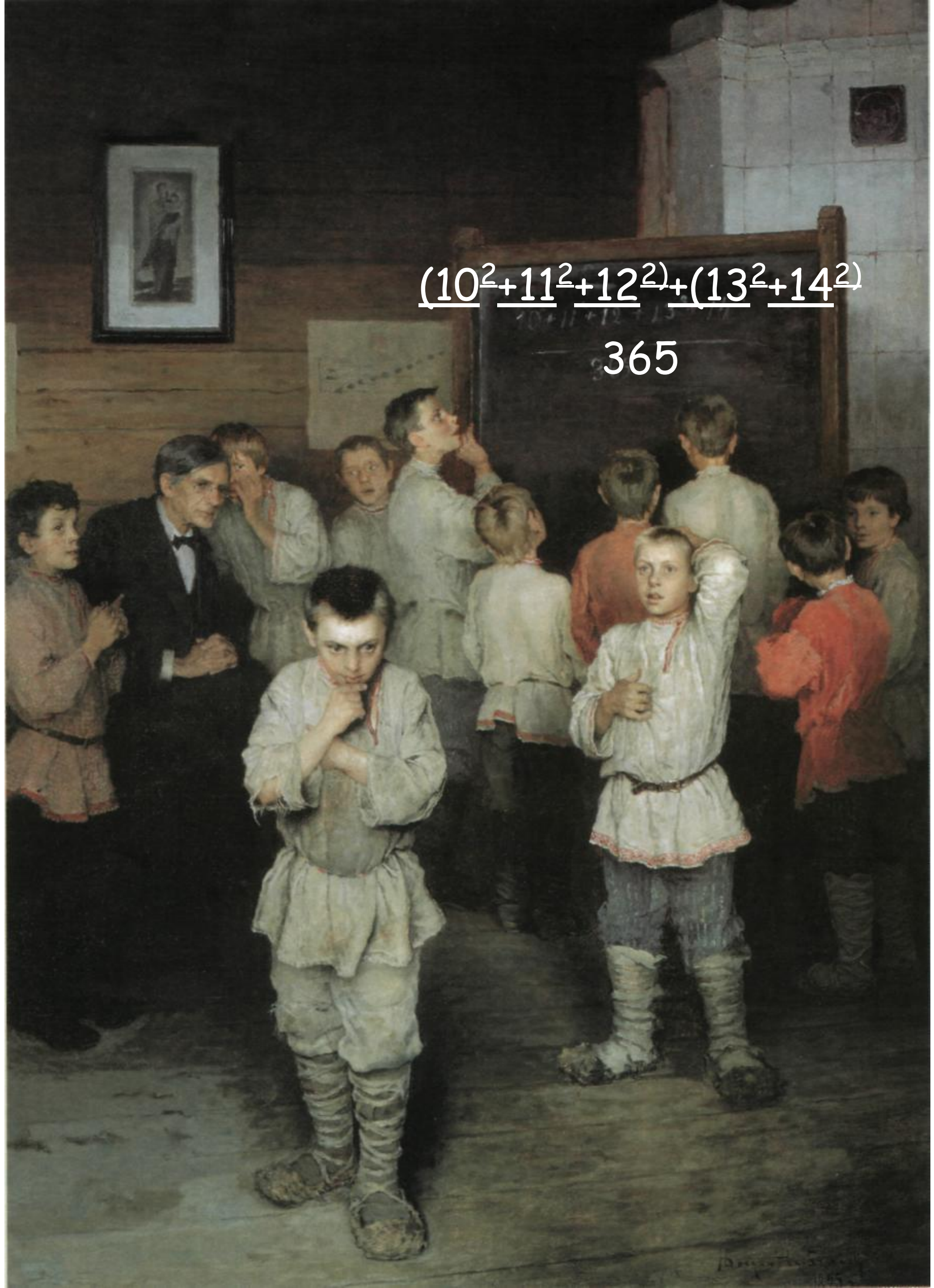
В уравнении количество корней равно или меньше его степени!!!

Поэтому нам и пришлось решать, чтобы убедиться, что других корней в уравнении нет

7а

Создатель презентации

Макаёва Юлия



$$\frac{(10^2+11^2+12^2)+(13^2+14^2)}{365}$$

Найти пять последовательных натуральных чисел таких, что сумма квадратов двух больших из них равна сумме квадратов трёх остальных.

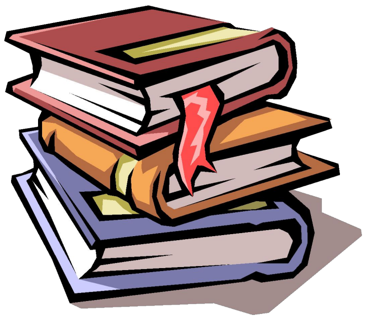
Пусть n-2, n-1, n, n+1 и n+2 пять последовательных чисел,

$(n-2)^2; (n-1)^2; n^2; (n+1)^2; (n+2)^2$

По условию задач должно выполняться равенство:

$$(n+1)^2+(n+2)^2=(n-2)^2+(n-1)^2+n^2,$$

$$n^2+2n+1+n^2+4n+4=n^2-4n+4+n^2-2n+1+n^2,$$



$$n^2-6n+5=6n+5,$$

$$n^2-12n=0,$$

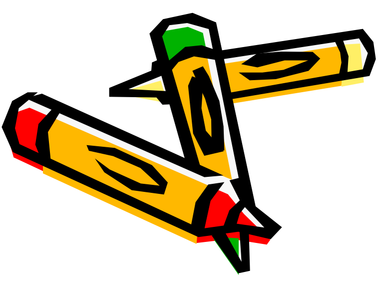
$$n(n-12)=0,$$

n=0 или n=12,

0 – не является натуральным числом.

Ответ:10; 11; 12; 13; 14.

Других чисел с этим свойством нет.

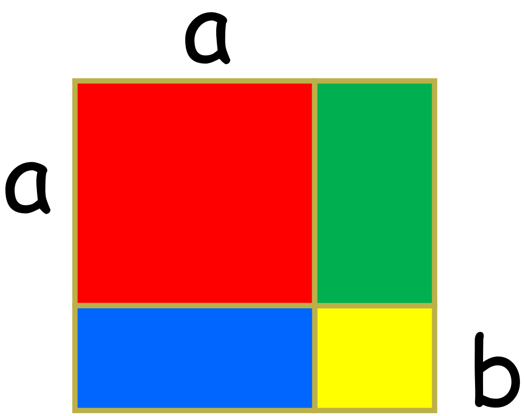


Позицкая
Дарья

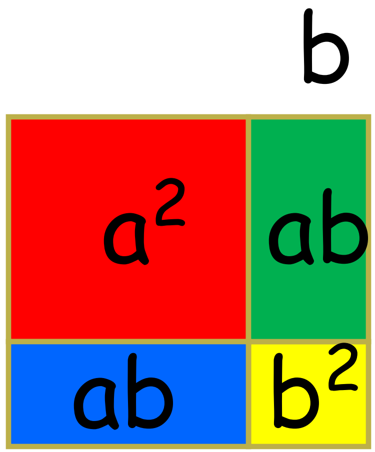
А вы знаете,

откуда взялось название «формулы квадрата суммы», «разности квадратов»?

А ВОТ ОТКУДА!

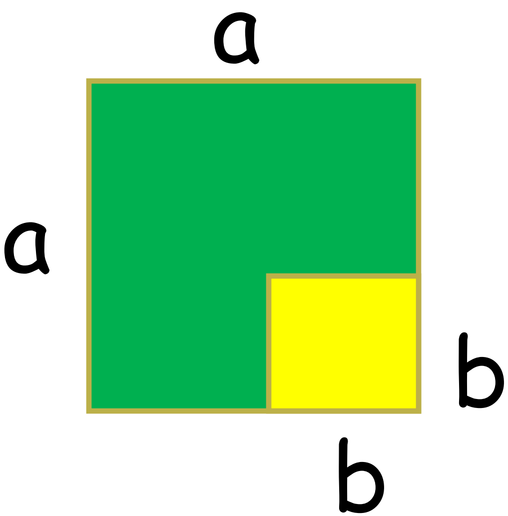


Если сторона квадрата равна сумме a+b, то его площадь $(a+b)^2=$



$$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$$

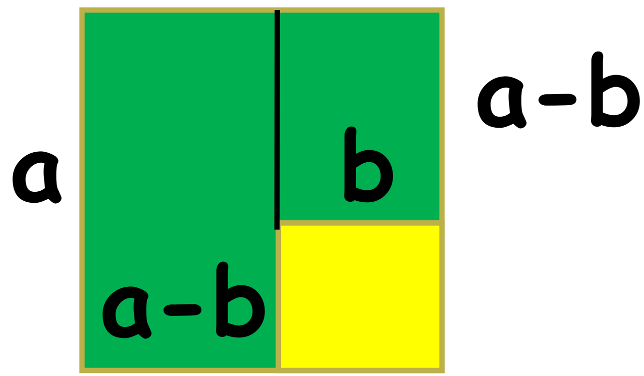
РАЗНОСТЬ КВАДРАТОВ



Возьмем квадрат со стороной a

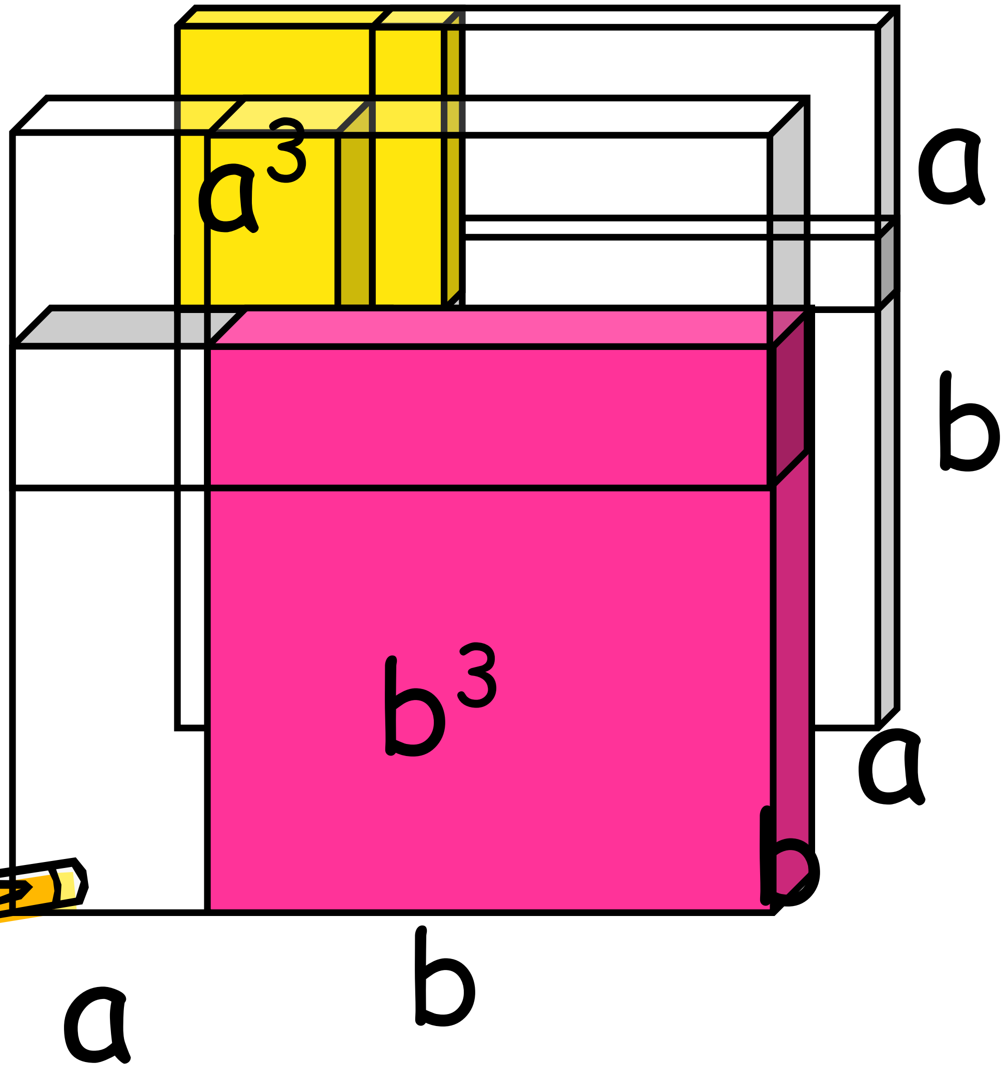
И отрежем от него квадрат со стороной b

Площадь оставшейся фигуры

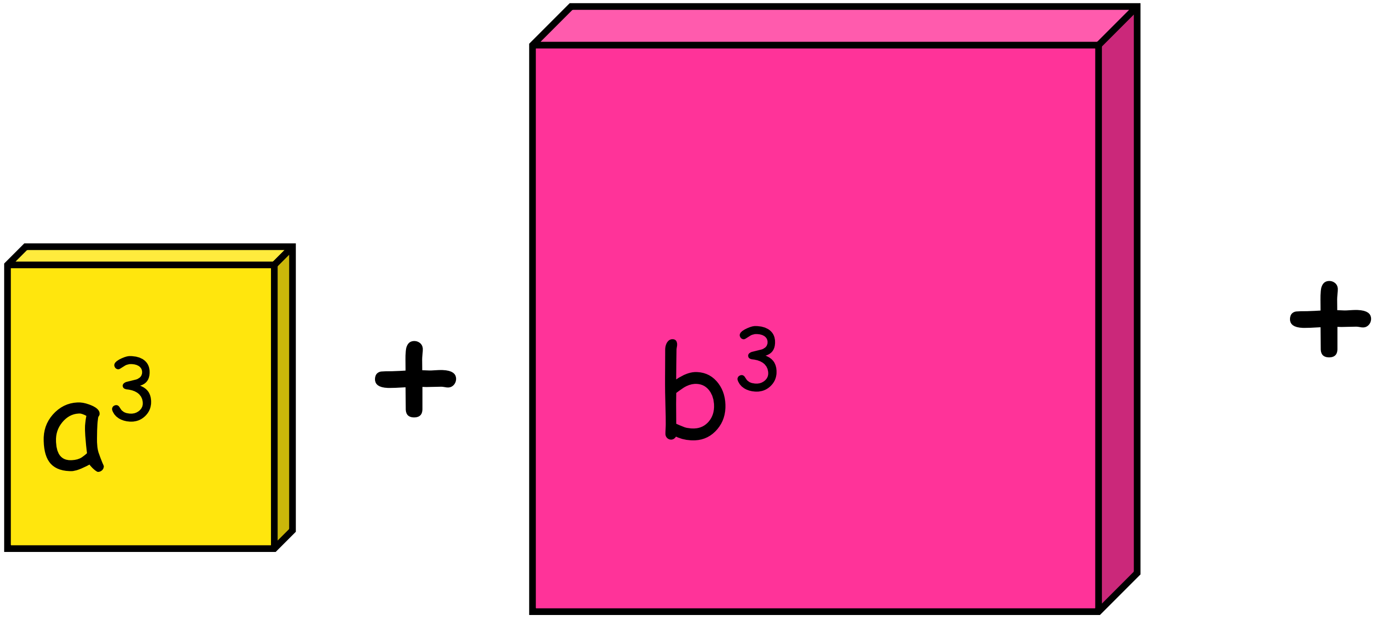


$$a^2-b^2=a(a-b)+b(a-b)=(a-b)(a+b)$$

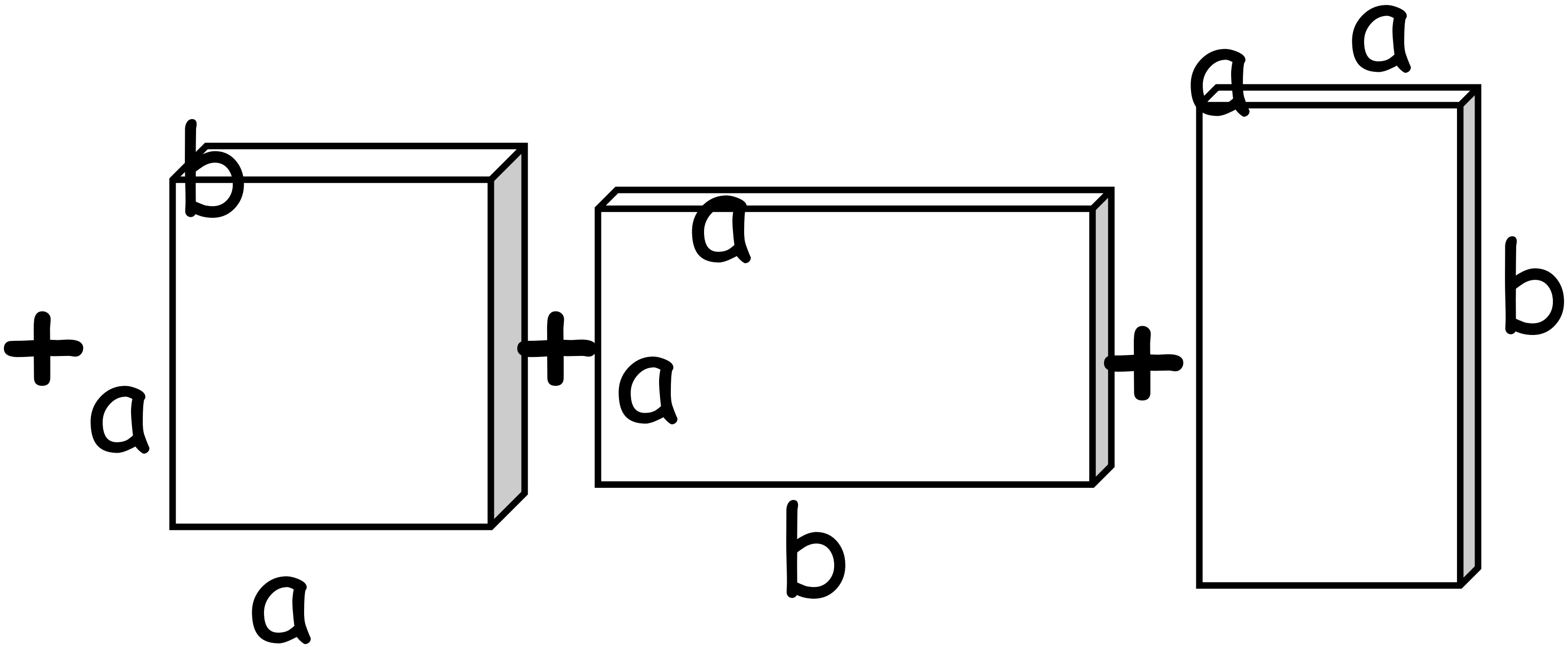
Формулы кубов тоже не зря так назвали!



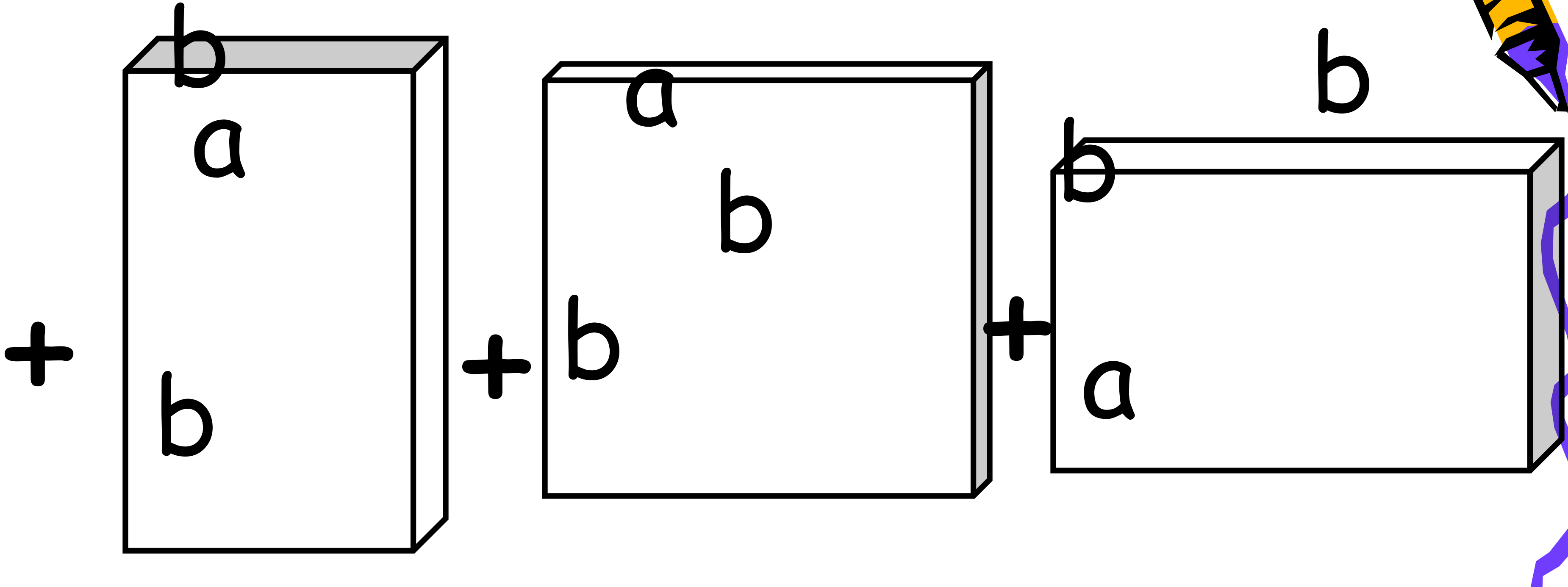
a³
b³
a
b
a
b
a
b



a^3
+
b^3
+



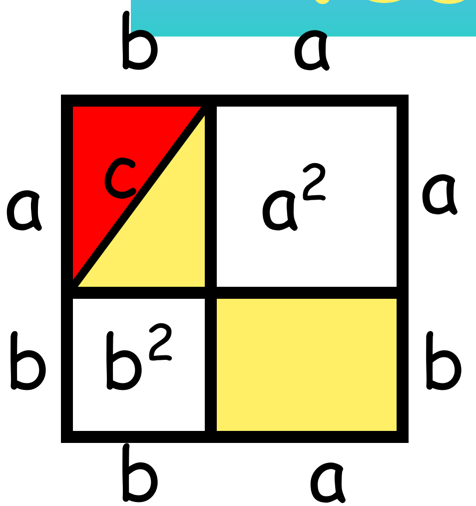
a
a
b
a
+
a
+
a
+
b
a
b
a


+
b
a
b
+
a
b
b
+
b
b
a

В итоге получаем:

$$(a+b)^3=a^3+b^3+3a^2b+3ab^2$$

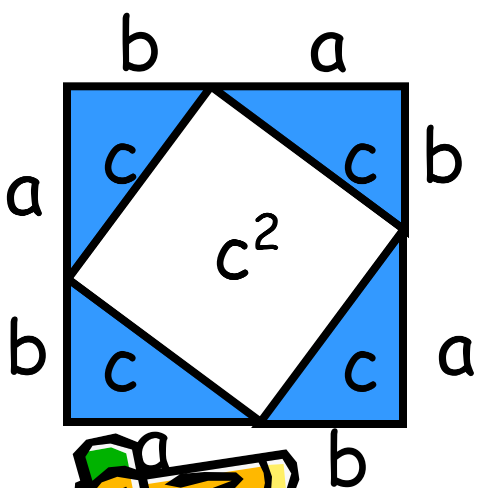
теорема Пифагора



$$S_{a+b}=2ab+a^2+b^2$$

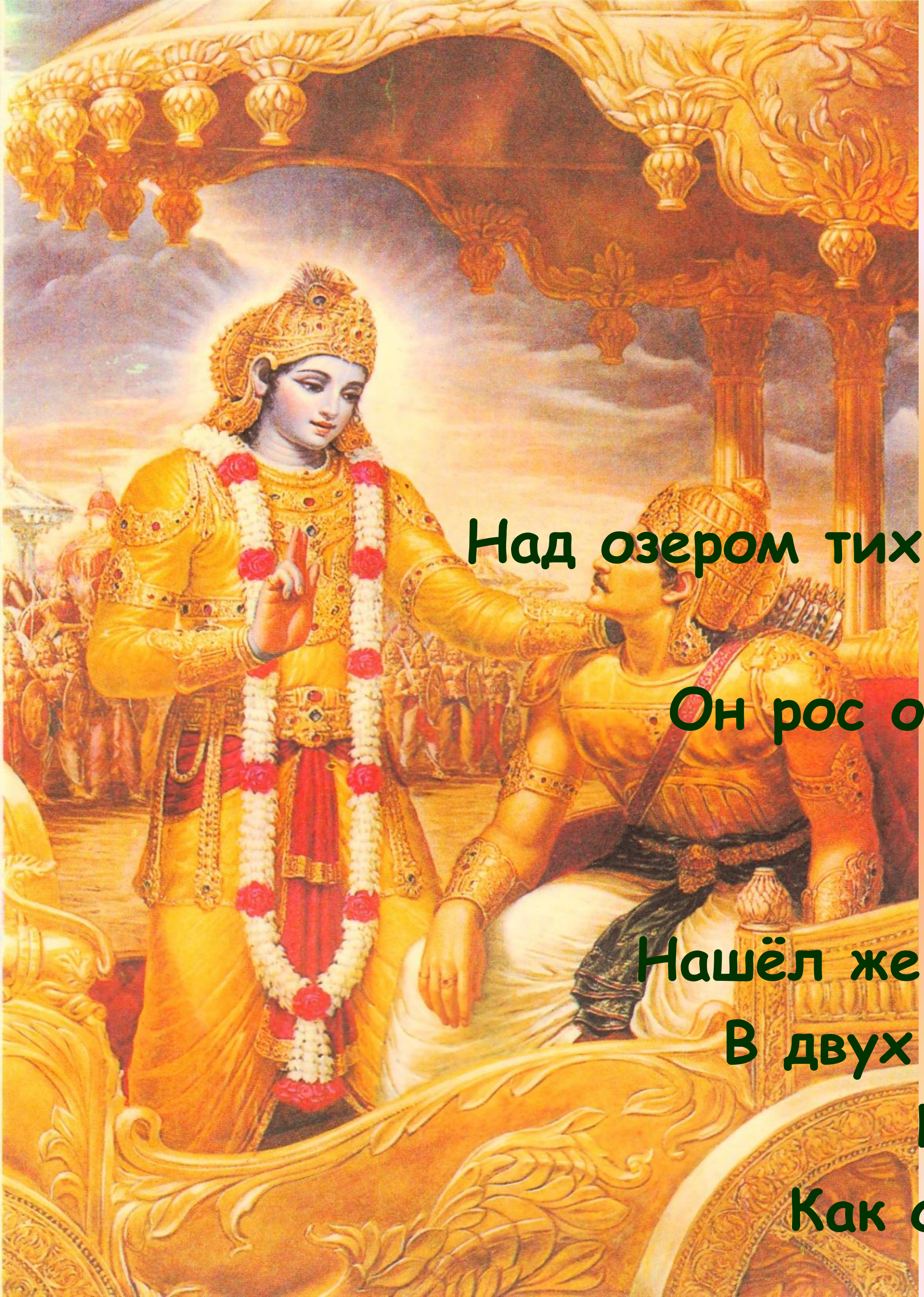
$$2ab+a^2+b^2$$

$$S_{a+b}=4\cdot\frac{1}{2}ab+c^2=2ab+c^2$$



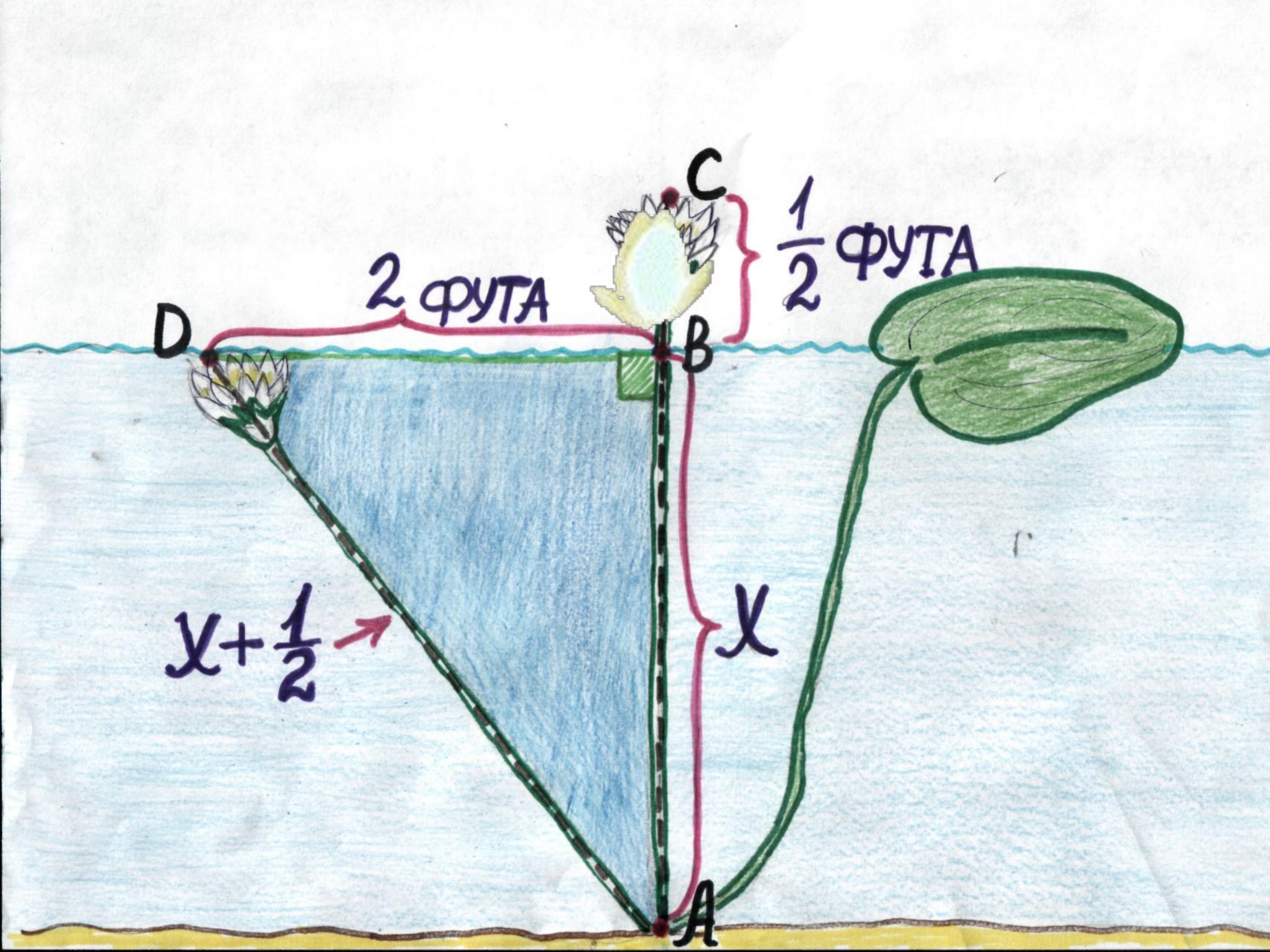
$$2ab+c^2$$

$$c^2=a^2+b^2$$



Задача о лотосе

Над озером тихим, с полфута размером,
Высился лотоса цвет,
Он рос одиноко. И ветер порывом
Отнёс его в сторону. Нет
Более цветка над водой.
Нашёл же рыбак его ранней весной
В двух футах от места, где рос.
Итак, предложу я вопрос:
Как озера вода здесь глубока?


C
$\frac{1}{2}$ ФУТА
2 ФУТА
D
B
$x+\frac{1}{2}$
x
A

Составим уравнение

$$(x+\frac{1}{2})^2 = x^2 + 2^2$$

$$x^2 + \frac{1}{4} + x = x^2 + 4$$

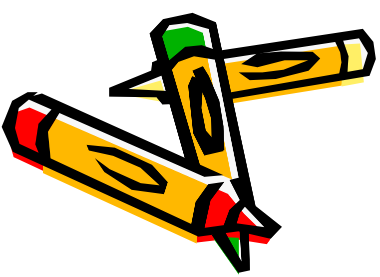
$$x^2 + x - x^2 = 4 - \frac{1}{4}$$

$$x = 3\frac{3}{4}$$

$$Ответ: 3\frac{3}{4}\,фута.$$

Как бы машина хорошо не работала, она может решать все требуемые от нее задачи, но она никогда не придумает ни одной.

Альберт Эйнштейн



Наши участники

- Бобрикович Мария
- Колб Екатерина
- Добродей Юлия и Ковалец Анастасия
- Макаёва Юлия
- Лозицкая Дарья
- Новак Александр
- Симоновец Александр
- Левоцкий Владислав
- Демиденко Алина