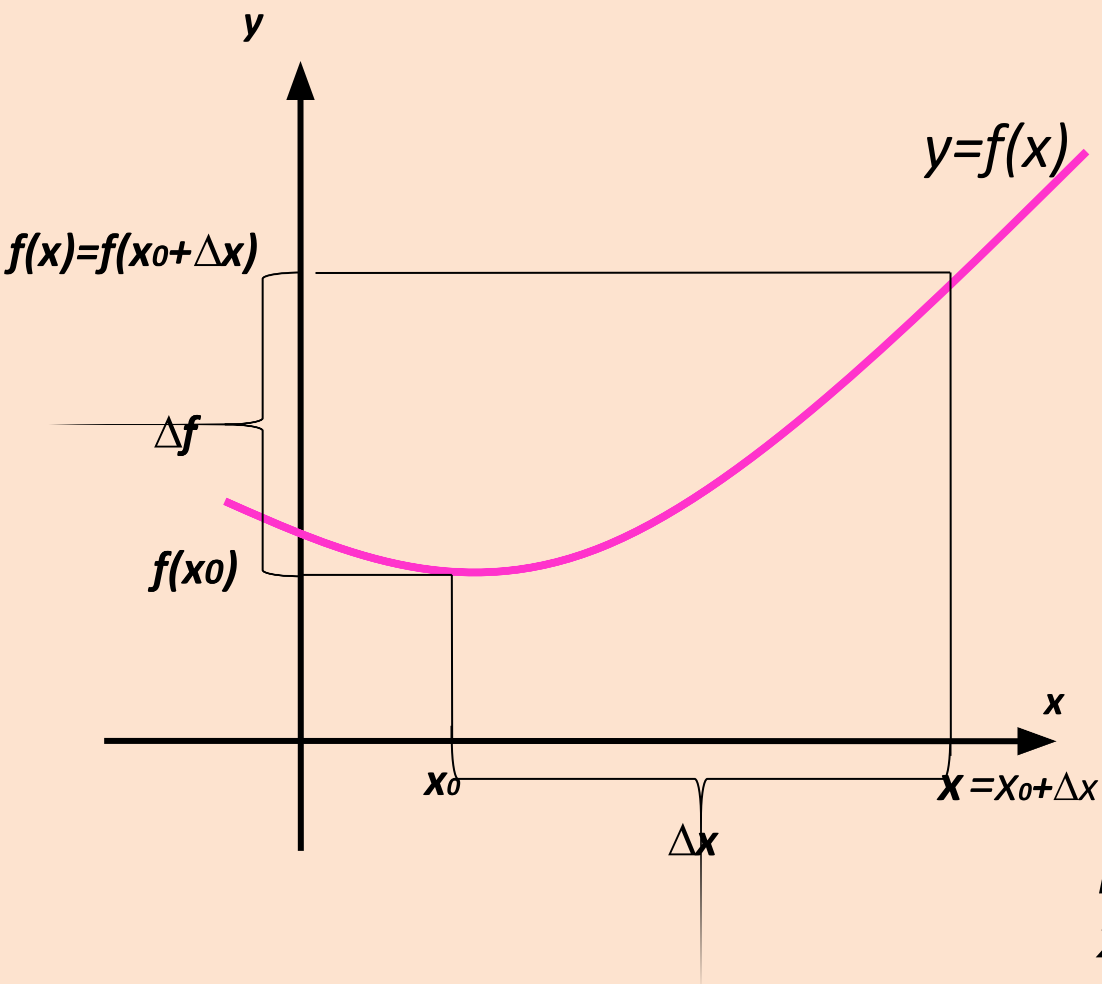
ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

Мовсумова Наталья Петровна, учитель математики ГБОУ СОШ «Центр образования» г.о. Чапаевск, Самарской области

ПОВТОРЕНИЕ

ПРИРАЩЕНИЕ ФУНКЦИИ И ПРИРАЩЕНИЕ АРГУМЕНТА



приращение аргумента:

$\Delta x = x - x_0$ **(1)**

Приращение функции :

$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$ **(2)**

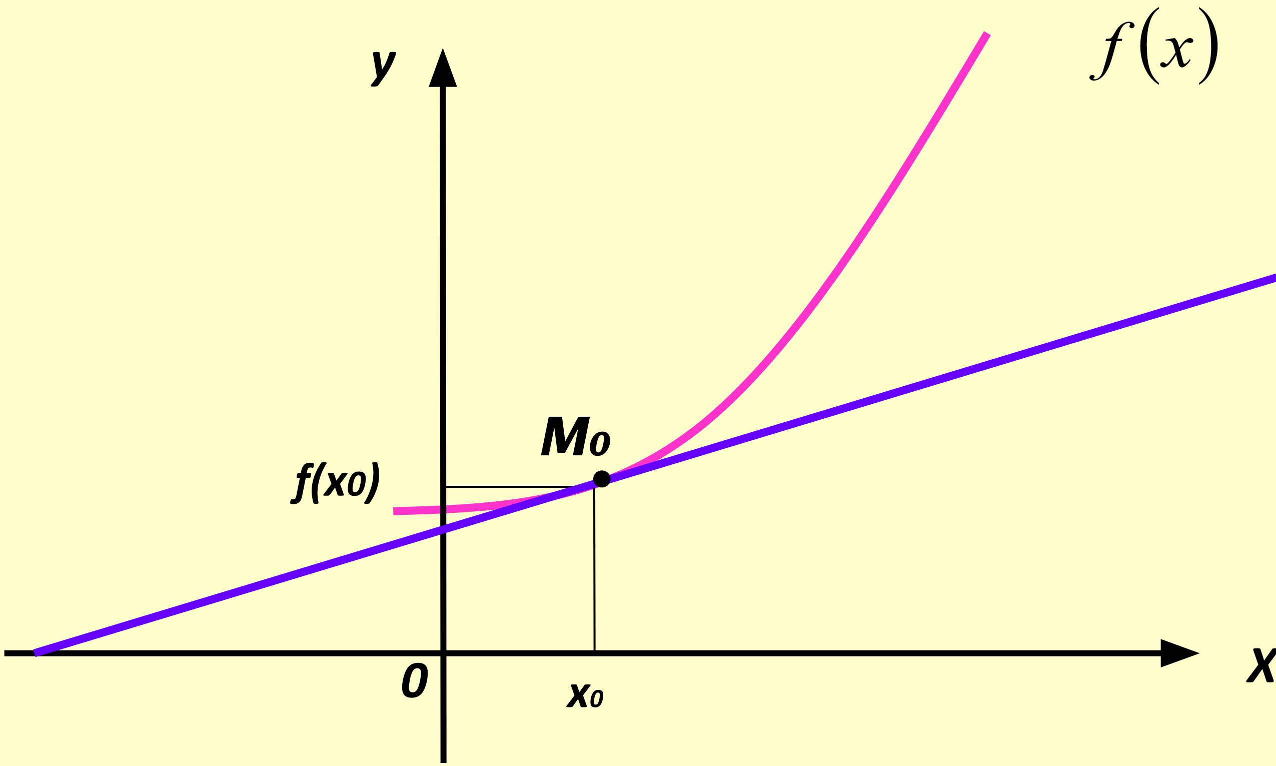
$\Delta f = f(x) - f(x_0)$ **(3)**

Т.е. Дана функция f(x)

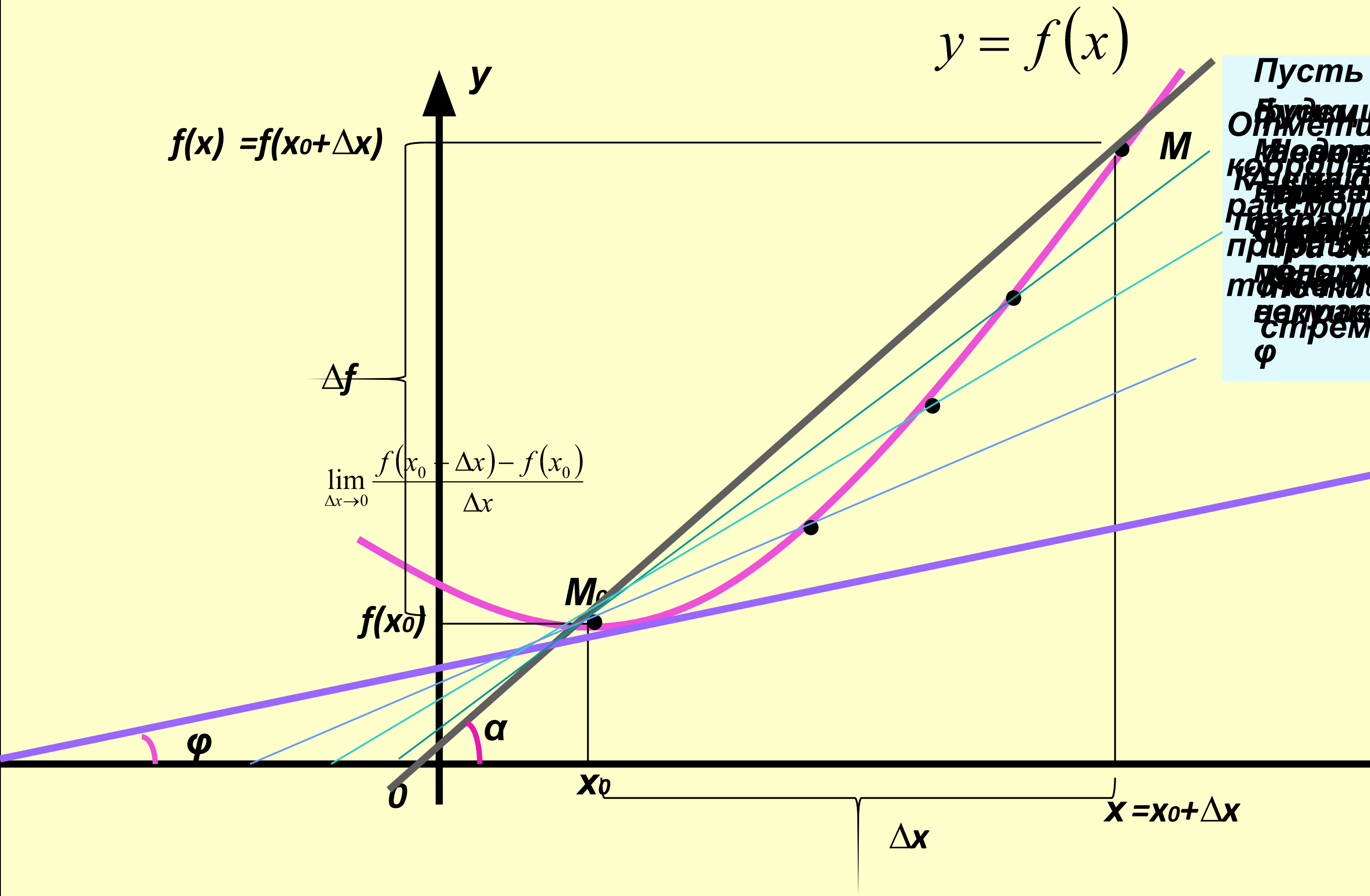
Расстояние между точками x и x₀ обозначим Δx. Оно называется приращением аргумента и равно разности между x и x₀:

Тема: Задача, приводимая к понятию “производная”

ПРЯМАЯ, ПРОХОДЯЩАЯ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ M_0 (X_0; $F(X_0)$), С ОТРЕЗКОМ КОТОРОЙ ПОЧТИ СЛИВАЕТСЯ ГРАФИК ФУНКЦИИ $F(X)$, НАЗЫВАЮТ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ В ТОЧКЕ X_0



ЗАДАЧА: ОПРЕДЕЛИТЬ ПОЛОЖЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ (TGФ)



Пусть дан график

Секущая, поворачиваясь вокруг точки *М0,*
приближается к положению касательной

Предельным положением секущей МоМ, когда М неограниченно приближается к Мо, является касательная

$$x \to x_o \Rightarrow \quad \Delta x \to 0$$

$$\alpha \to \varphi$$

$$k = tg\varphi = \lim_{\alpha \to \varphi} tg\alpha =$$

Возвращаясь к рассмотренным задачам, важно подчеркнуть следующее:

а) **мгновенная скорость неравномерного движения есть производная от пути по времени;**

б) **угловой коэффициент касательной к графику функции в точке** ***$(x_0; f(x))$*** **есть производная функции** ***$f(x)$*** **в точке** ***$x = x_0$;***

в) **мгновенная сила тока** ***$I(t)$*** **в момент** ***t*** **есть производная от количества электричества** ***$q(t)$*** **по времени;**

Г) **скорость химической реакции в данный момент времени** ***t*** **есть производная от количества вещества** ***$y(t)$*, участвующего в реакции, по времени** ***t*.**

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

- **Средняя скорость**

=

$$v_{cp} \qquad \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- **Мгновенная скорость**
- **или**
- **Скорость изменения функции**

$$v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} v_{cp} \qquad v(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- **Значение производной в точке**
- **=**

$$\lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to O} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$k = tg\varphi = \lim_{\alpha \to \varphi} tg\alpha =$$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
C (const)	0
kx+b	k
x^2	2x
x^3	$3x^2$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

$$(U+V)'=U'+V'$$

$$(UV)'=U'V+UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V-UV'}{V^2}$$

$$(CU)'=CU',C-const$$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
C (const)	0
kx+b	k
x^2	2x
x^3	$3x^2$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$

ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

$$(U+V)'=U'+V'$$

$$(UV)'=U'V+UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)'=\frac{U'V-UV'}{V^2}$$

$$(CU)'=CU',C-const$$

№1.

Найдите производные функций:

$$а)\ f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$б)\ f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$в)\ f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$г)\ f(x) = x^{-5}$$

$$д)\ f(x) = 3x^7 - \frac{5}{x^3}$$

$$a)\, f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = (x^2 - \frac{1}{x})' = (x^2)' - (\frac{1}{x})' =$$

$$= 2x - (-\frac{1}{x^2}) = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$б)\, f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$f'(x) = (x^2)' \cdot (2x - 7) + (x^2) \cdot (2x - 7)' =$$

$$= 2x \cdot (2x - 7) + x^2 \cdot 2 = 4x^2 - 14x + 2x^2 =$$

$$= 6x^2 - 14x$$

$$в)\ f(x)=\frac{x^2}{x^3-1}$$

$$f'(x)=\frac{(x^2)'\cdot(x^3-1)-x^2\cdot(x^3-1)'}{(x^3-1)^2}=$$

$$=\frac{2x\cdot(x^3-1)-x^2\cdot 3x^2}{(x^3-1)^2}=\frac{2x^4-2x-3x^4}{(x^3-1)^2}=$$

$$=\frac{-x^4-2x}{(x^3-1)^2}$$

$$г)\ f(x) = x^{-5}$$

$$f'(x) = (x^{-5})' = -5x^{-5-1} = -5x^{-6}$$

$$д)\ f(x)=3x^{7}-\frac{5}{x^{3}}$$

$$f'(x)=(3x^{7}-\frac{5}{x^{3}})'=(3x^{7})'-(5x^{-3})'=$$

$$=3\cdot 7x^{6}-5\cdot(-3x^{-3-1})=21x^{6}+15x^{-4}=$$

$$=21x^{6}+\frac{15}{x^{4}}$$

Найдите производные функций

а) $f(x) = x^2 + x^3$;

б) $f(x) = \dfrac{1}{x} + 5x - 2$;

в) $f(x) = x^2 + 3x - 1$;

г) $f(x) = x^3 + \sqrt{x}$.

$$a)\, f(x) = x^2 + x^3$$

$$f(x) = (x^2)' + (x^3)' = 2x + 3x^2$$

$$б)\, f(x) = \frac{1}{x} + 5x - 2$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' + (5x)' - 2' = -\frac{1}{x^2} + 5$$

$$в)\; f(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$г)\; f(x) = x^3 + \sqrt{x}$$

$$f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Найдите производные функций

б) $f(x) = \sqrt{x}\,(2x^2 - x)$;

г) $f(x) = (2x - 3)(1 - x^3)$.

$$б)\, f(x)=\sqrt{x}(2x^2-x)$$

$$f'(x)=(\sqrt{x})'(2x^2-x)+\sqrt{x}(2x^2-x)'=$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x}}(2x^2-x)+\sqrt{x}(4x-1)=$$

$$=\frac{2x^2-x}{2\sqrt{x}}+4x\sqrt{x}-\sqrt{x}$$

$$г)\ f(x)=(2x-3)(1-x^3)$$

$$f'(x)=(2x-3)'(1-x^3)+(2x-3)(1-x^3)'=$$

$$=2(1-x^3)+(2x-3)(-3x^2)=$$

$$=2-2x^3-6x^3+9x^2\ =-8x^3+9x^2+2$$

Найдите производные функций

а) $y = \dfrac{1+2x}{3-5x}$; б) $y = \dfrac{x^2}{2x-1}$;

$$a)\ f(x)=\frac{1+2x}{3-5x}$$

$$f'(x)=\frac{(1+2x)'(3-5x)-(1+2x)(3-5x)'}{(3-5x)^2}=$$

$$=\frac{2(3-5x)-(1+2x)(-5)}{(3-5x)^2}=$$

$$=\frac{6-10x+5+10x}{(3-5x)^2}=\frac{11}{(3-5x)^2}$$

$$б)\, f(x)=\frac{x^2}{2x-1}$$

$$f'(x)=\frac{(x^2)'(2x-1)-x^2(2x-1)'}{(2x-1)^2}=$$

$$=\frac{2x(2x-1)-x^2\cdot 2}{(2x-1)^2}=\frac{4x^2-2x-2x^2}{(2x-1)^2}=$$

$$=\frac{2x^2-2x}{(2x-1)^2}$$

Найдите производные функций

а) $y = x^8 - 3x^4 - x + 5;$

г) $y = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{x^3} + 1.$

$$a)\, f(x) = x^8 - 3x^4 - x + 5$$

$$f'(x) = 8x^7 - 3 \cdot 4x^3 - 1 = 8x^7 - 12x^3 - 1$$

$$г)\, f(x)=\frac{x^2}{2}+\frac{3}{x^3}+1=\frac{1}{2}x^2+3x^{-3}+1$$

$$f'(x)=\frac{1}{2}\cdot 2x+3\cdot(-3x^{-3-1})=$$

$$=x-9x^{-4}=x-\frac{9}{x^4}$$