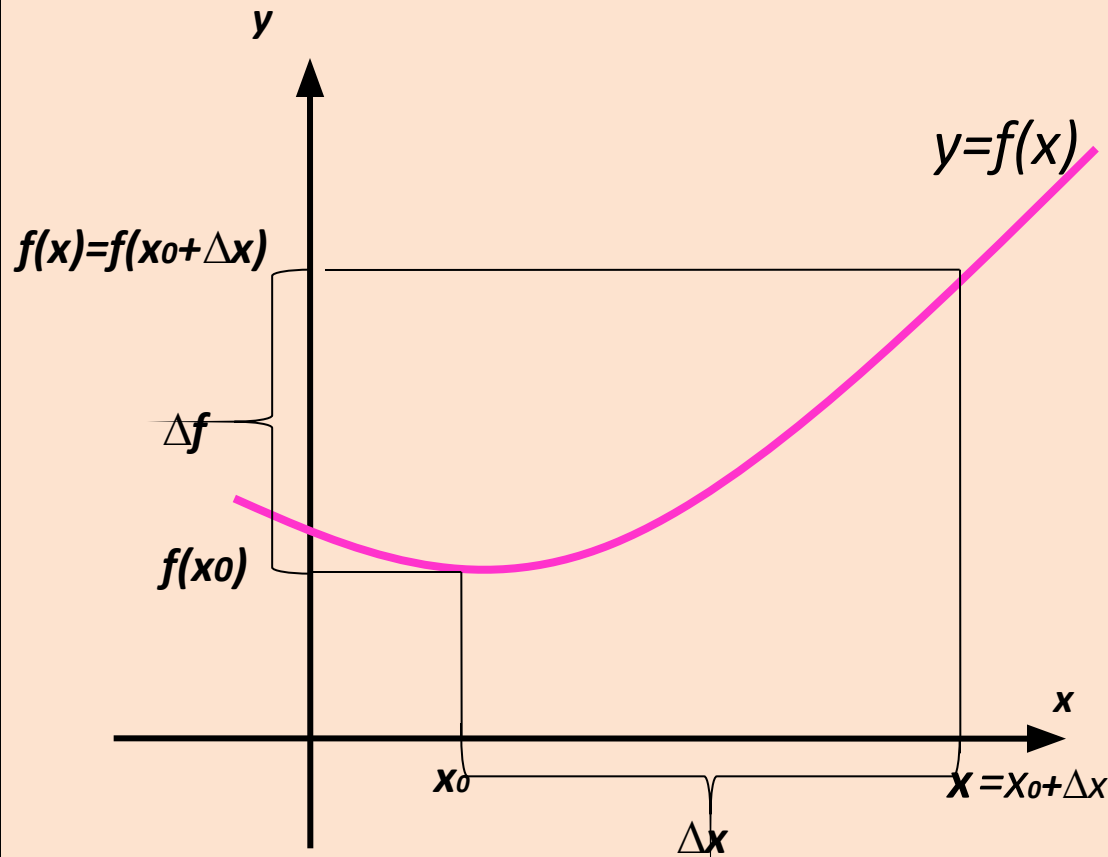


ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

**Мовсумова Наталья Петровна, учитель
математики ГБОУ СОШ «Центр образования»
г.о. Чапаевск, Самарской области**

ПОВТОРЕНИЕ

ПРИРАЩЕНИЕ ФУНКЦИИ И ПРИРАЩЕНИЕ АРГУМЕНТА



приращение аргумента:

$$\Delta x = x - x_0 \quad (1)$$

Приращение функции :

$$\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) \quad (2)$$

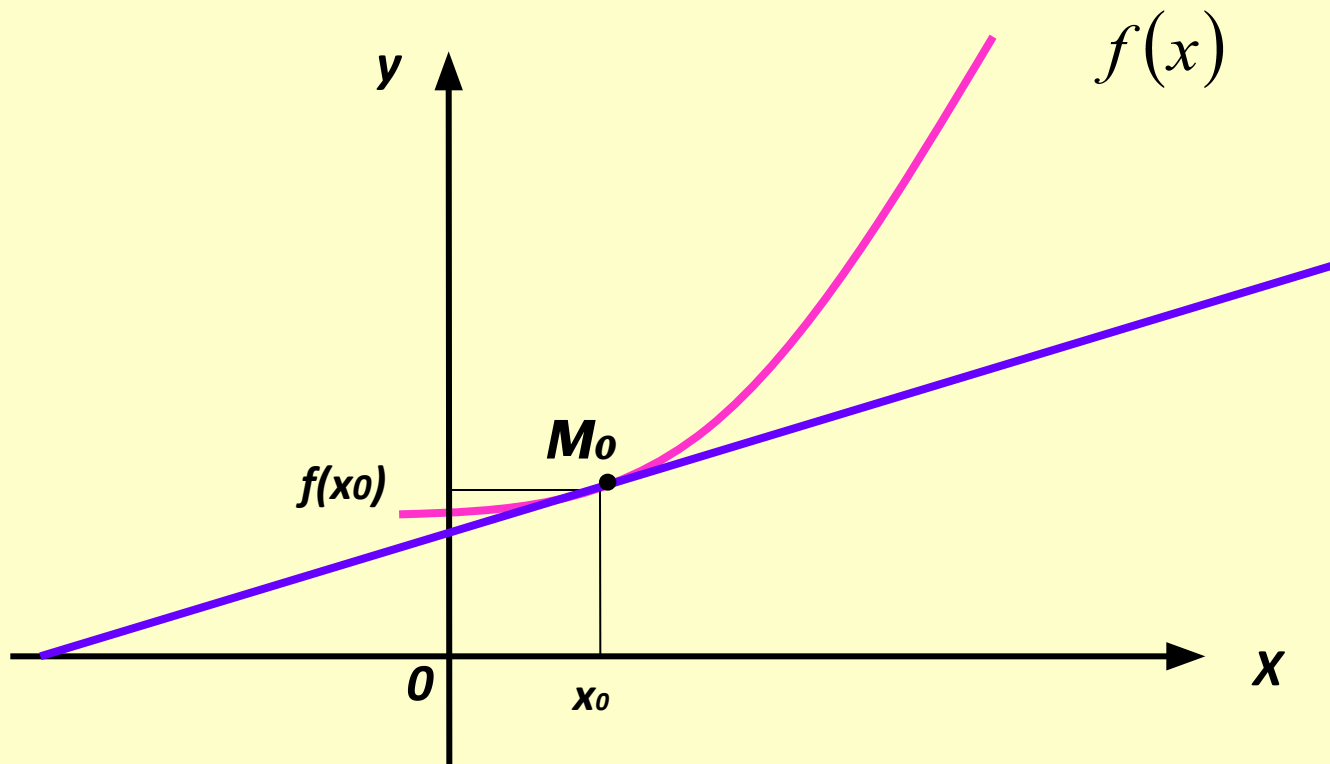
$$\Delta f = f(x) - f(x_0) \quad (3)$$

Т.е. Дана функция $f(x)$ и

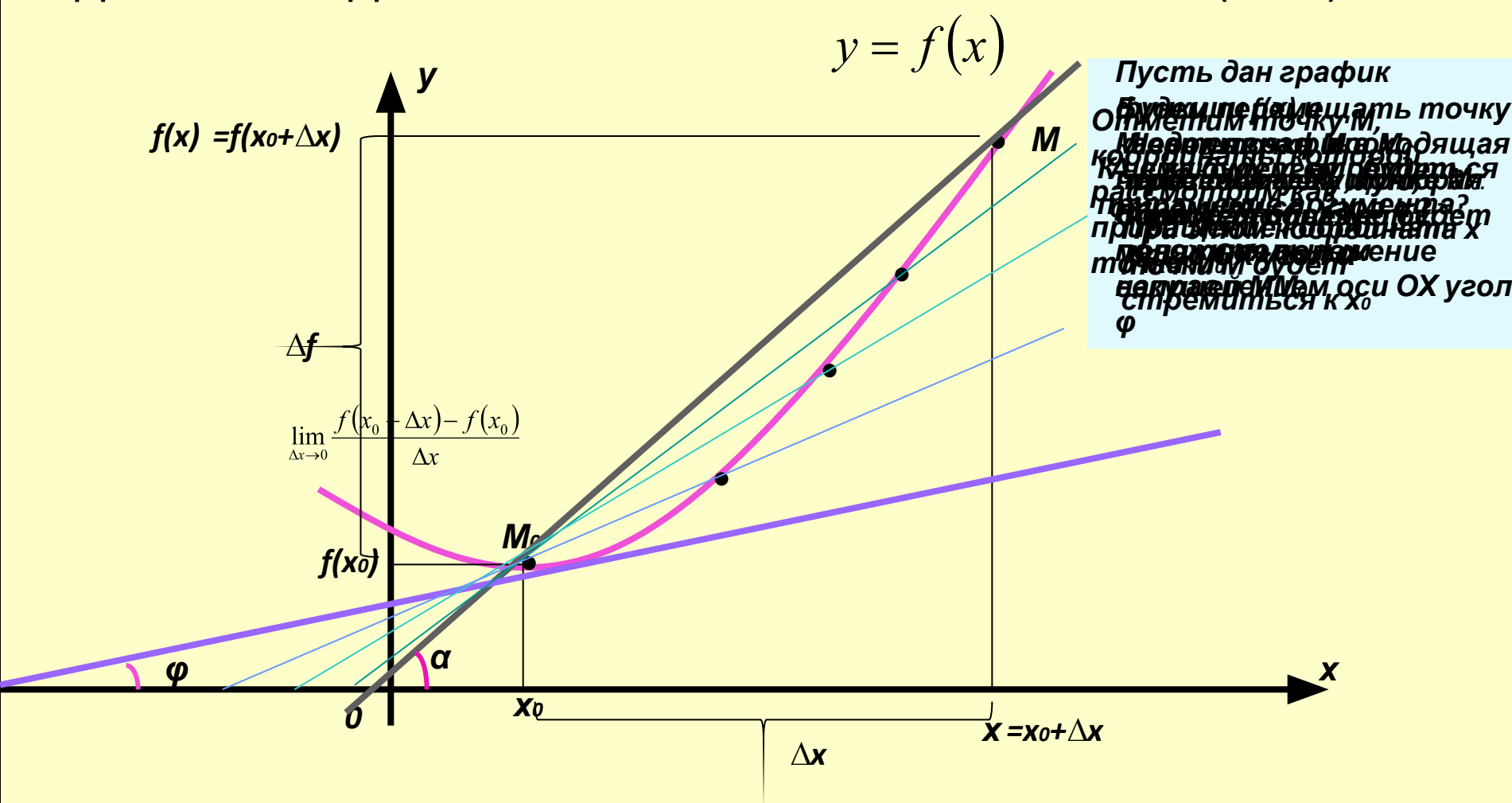
изменится на величину Δf .
Расстояние между точками $f(x_0)$ и $f(x_0 + \Delta x)$ на графике функции $y=f(x)$ равно Δf .
На отрезке $[x_0, x_0 + \Delta x]$ на графике функции $y=f(x)$ называется приращением функции и обозначается Δf .
Значение x равно разности между x и x_0 :

Тема: Задача, приводимая к понятию “производная”

ПРЯМАЯ, ПРОХОДЯЩАЯ ЧЕРЕЗ ТОЧКУ $M_0 (x_0; f(x_0))$, С ОТРЕЗКОМ КОТОРОЙ ПОЧТИ СЛИВАЕТСЯ ГРАФИК ФУНКЦИИ $f(x)$, НАЗЫВАЮТ КАСАТЕЛЬНОЙ К ГРАФИКУ В ТОЧКЕ x_0



ЗАДАЧА: ОПРЕДЕЛИТЬ ПОЛОЖЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОЙ (ТГФ)



Пусть дан график функции $y = f(x)$. Будем увеличивать точку x на Δx . Отметим точку M_0 на графике, лежащую касательной к графику в точке M_0 . Пусть M — точка на графике, лежащая на расстоянии Δx от M_0 . Прямая M_0M — секущая. Приращение аргумента Δx стремится к нулю, а секущая превращается в касательную. Угол α стремится к φ .

Секущая, поворачиваясь вокруг точки M_0 , приближается к положению касательной

Предельным положением секущей M_0M , когда M неограниченно приближается к M_0 , является касательная

$$x \rightarrow x_0 \Rightarrow \Delta x \rightarrow 0$$

$$\alpha \rightarrow \varphi$$

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \lim_{\alpha \rightarrow \varphi} \operatorname{tg} \alpha =$$

Возвращаясь к рассмотренным задачам, важно подчеркнуть следующее:

- а) мгновенная скорость неравномерного движения есть производная от пути по времени;**
- б) угловой коэффициент касательной к графику функции в точке $(x_0; f(x))$ есть производная функции $f(x)$ в точке $x = x_0$;**
- в) мгновенная сила тока $I(t)$ в момент t есть производная от количества электричества $q(t)$ по времени;**
- Г) скорость химической реакции в данный момент времени t есть производная от количества вещества $y(t)$, участвующего в реакции, по времени t .**

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

- Средняя скорость

=

$$v_{cp} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- Мгновенная скорость

- или

- Скорость изменения функции

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cp}$$

$$v(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

- Значение производной в точке

$$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$$

$$k = \operatorname{tg} \varphi = \lim_{\alpha \rightarrow \varphi} \operatorname{tg} \alpha =$$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
C (const)	0
$kx+b$	k
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$

ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

$$(U + V)' = U' + V'$$

$$(UV)' = U'V + UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

$$(CU)' = CU', C - \textit{const}$$

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$f(x)$	$f'(x)$
C (const)	0
$kx+b$	k
x^2	$2x$
x^3	$3x^2$
\sqrt{x}	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
x^n	nx^{n-1}
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$

ПРАВИЛА ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОИЗВОДНЫХ

$$(U+V)' = U' + V'$$

$$(UV)' = U'V + UV'$$

$$\left(\frac{U}{V}\right)' = \frac{U'V - UV'}{V^2}$$

$$(CU)' = CU', C - \text{const}$$

№1.

Найдите производные функций:

$$a) f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$z) f(x) = x^{-5}$$

$$б) f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$d) f(x) = 3x^7 - \frac{5}{x^3}$$

$$e) f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$a) f(x) = x^2 - \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = \left(x^2 - \frac{1}{x}\right)' = (x^2)' - \left(\frac{1}{x}\right)' =$$

$$= 2x - \left(-\frac{1}{x^2}\right) = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$b) f(x) = x^2 \cdot (2x - 7)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (x^2)' \cdot (2x - 7) + (x^2) \cdot (2x - 7)' = \\ &= 2x \cdot (2x - 7) + x^2 \cdot 2 = 4x^2 - 14x + 2x^2 = \\ &= 6x^2 - 14x \end{aligned}$$

$$e) f(x) = \frac{x^2}{x^3 - 1}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2)' \cdot (x^3 - 1) - x^2 \cdot (x^3 - 1)'}{(x^3 - 1)^2} =$$

$$= \frac{2x \cdot (x^3 - 1) - x^2 \cdot 3x^2}{(x^3 - 1)^2} = \frac{2x^4 - 2x - 3x^4}{(x^3 - 1)^2} =$$

$$= \frac{-x^4 - 2x}{(x^3 - 1)^2}$$

$$2) f(x) = x^{-5}$$

$$f'(x) = (x^{-5})' = -5x^{-5-1} = -5x^{-6}$$

$$d) f(x) = 3x^7 - \frac{5}{x^3}$$

$$f'(x) = \left(3x^7 - \frac{5}{x^3}\right)' = (3x^7)' - (5x^{-3})' =$$

$$= 3 \cdot 7x^6 - 5 \cdot (-3x^{-3-1}) = 21x^6 + 15x^{-4} =$$

$$= 21x^6 + \frac{15}{x^4}$$

Найдите производные функций

а) $f(x) = x^2 + x^3;$

б) $f(x) = \frac{1}{x} + 5x - 2;$

в) $f(x) = x^2 + 3x - 1;$

г) $f(x) = x^3 + \sqrt{x}.$

$$a) f(x) = x^2 + x^3$$

$$f'(x) = (x^2)' + (x^3)' = 2x + 3x^2$$

$$b) f(x) = \frac{1}{x} + 5x - 2$$

$$f'(x) = \left(\frac{1}{x}\right)' + (5x)' - 2' = -\frac{1}{x^2} + 5$$

$$b) f(x) = x^2 + 3x - 1$$

$$f'(x) = 2x + 3$$

$$c) f(x) = x^3 + \sqrt{x}$$

$$f'(x) = 3x^2 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

Найдите производные функций

б) $f(x) = \sqrt{x} (2x^2 - x)$;

г) $f(x) = (2x - 3) (1 - x^3)$.

$$b) f(x) = \sqrt{x}(2x^2 - x)$$

$$f'(x) = (\sqrt{x})'(2x^2 - x) + \sqrt{x}(2x^2 - x)' =$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x}}(2x^2 - x) + \sqrt{x}(4x - 1) =$$

$$= \frac{2x^2 - x}{2\sqrt{x}} + 4x\sqrt{x} - \sqrt{x}$$

$$2) f(x) = (2x - 3)(1 - x^3)$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= (2x - 3)'(1 - x^3) + (2x - 3)(1 - x^3)' = \\ &= 2(1 - x^3) + (2x - 3)(-3x^2) = \\ &= 2 - 2x^3 - 6x^3 + 9x^2 = -8x^3 + 9x^2 + 2 \end{aligned}$$

Найдите производные функций

а) $y = \frac{1 + 2x}{3 - 5x};$ б) $y = \frac{x^2}{2x - 1};$

$$a) f(x) = \frac{1 + 2x}{3 - 5x}$$

$$f'(x) = \frac{(1 + 2x)'(3 - 5x) - (1 + 2x)(3 - 5x)'}{(3 - 5x)^2} =$$

$$= \frac{2(3 - 5x) - (1 + 2x)(-5)}{(3 - 5x)^2} =$$

$$= \frac{6 - 10x + 5 + 10x}{(3 - 5x)^2} = \frac{11}{(3 - 5x)^2}$$

$$b) f(x) = \frac{x^2}{2x-1}$$

$$f'(x) = \frac{(x^2)'(2x-1) - x^2(2x-1)'}{(2x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x(2x-1) - x^2 \cdot 2}{(2x-1)^2} = \frac{4x^2 - 2x - 2x^2}{(2x-1)^2} =$$

$$= \frac{2x^2 - 2x}{(2x-1)^2}$$

Найдите производные функций

а) $y = x^8 - 3x^4 - x + 5;$

г) $y = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{x^3} + 1.$

$$a) f(x) = x^8 - 3x^4 - x + 5$$

$$f'(x) = 8x^7 - 3 \cdot 4x^3 - 1 = 8x^7 - 12x^3 - 1$$

$$c) f(x) = \frac{x^2}{2} + \frac{3}{x^3} + 1 = \frac{1}{2}x^2 + 3x^{-3} + 1$$

$$f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x + 3 \cdot (-3x^{-3-1}) =$$

$$= x - 9x^{-4} = x - \frac{9}{x^4}$$