


Квадратичная функция. Её свойства и график.

**РАБОТУ
ВЫПОЛНИЛ**

А:

**Учитель математики: Богачева Н. В.
МКОУ Русскогвоздевская СОШ**



В математике есть
своя красота, как в
живописи и поэзии.

*(Н.Е.
Жуковский)*

Определение квадратичной функции

Квадратичной функцией называется функция , которую можно задать формулой вида:

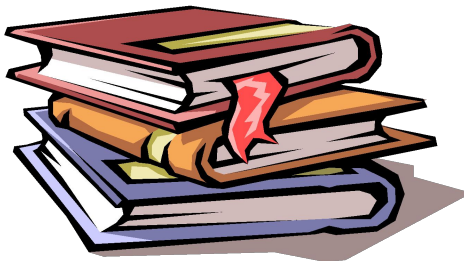
$$y = ax^2 + bx + c$$

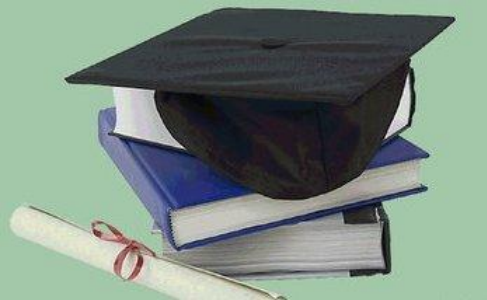


Где: a, b, c – числа

x – независимая переменная

$$a \neq 0$$





• А ТЕПЕРЬ НЕБОЛЬШОЙ ТЕСТ

1. Определить, какие из данных функций являются квадратичными:

$$y = 5x^2 + 3x$$

$$y = x^2 - 1$$

$$y = 5x + 2$$

$$y = 6x^3 - 5x^2 + 7$$

$$y = -(x + 3)^2 + 2$$

$$y = 6x^4 + 5x^2 + 7$$

$$y = 7x^2 + 2x - 1$$

$$y = x^2 - 5x + 6$$

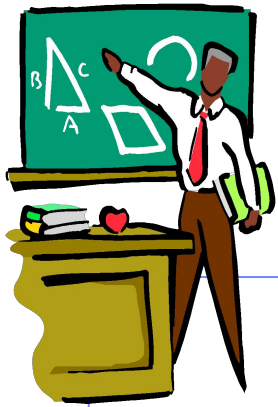


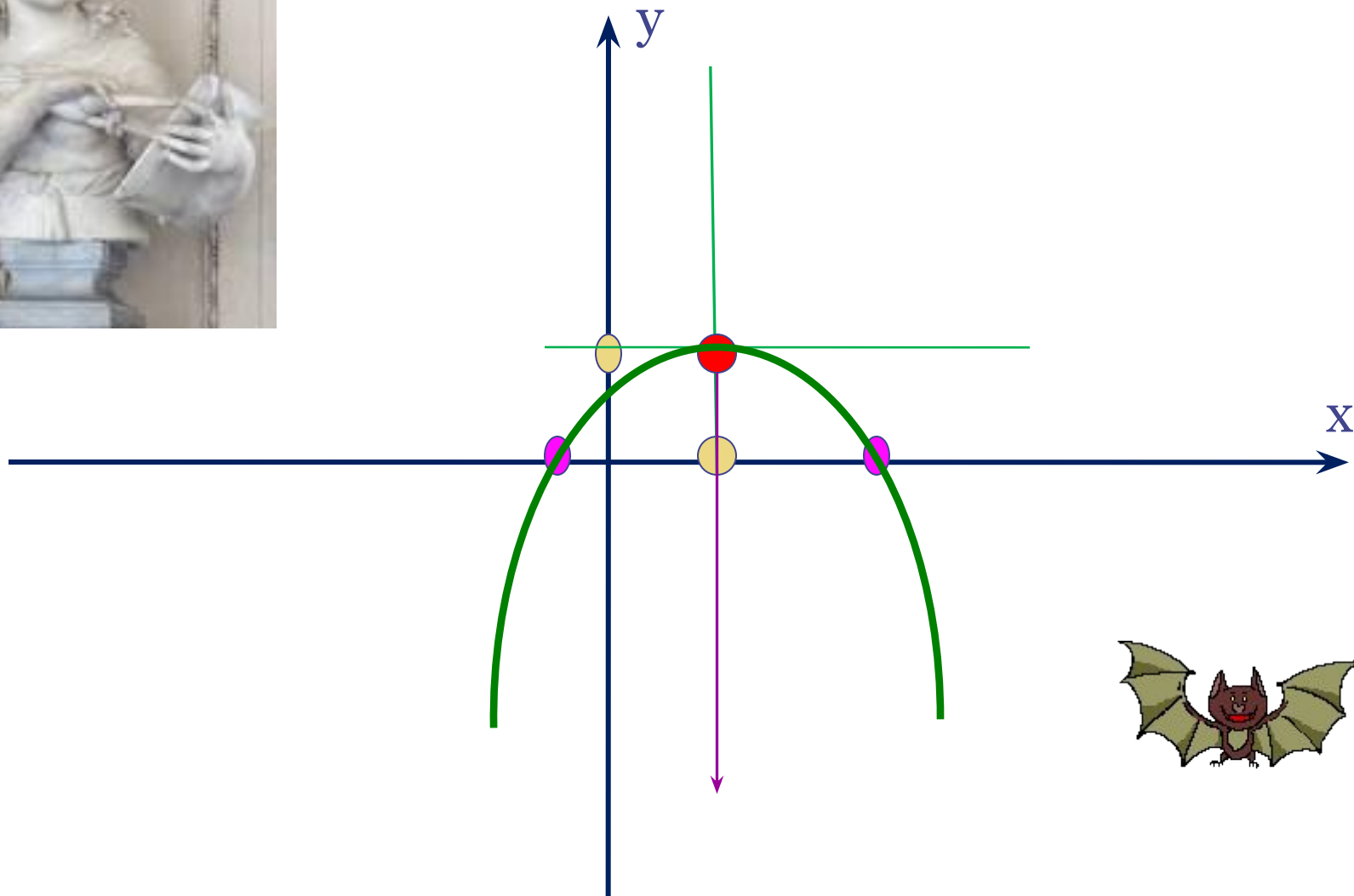
График любой квадратичной функции – парабола.

Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

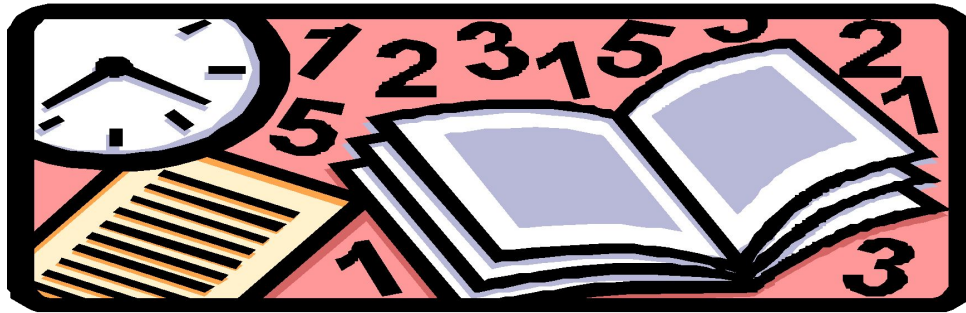
1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось симметрии.
2. Определить направление ветвей параболы.
3. Найти координаты еще нескольких точек, принадлежащих искомому графику (в частности, координаты точки пересечения параболы с осью y и нули функции, если они существуют).
4. Отметить на координатной плоскости найденные точки и соединить их плавной линией.



Построение графика функции



Чтобы построить график функции $y = ax^2 + bx + c$,
надо выполнить параллельный перенос параболы
 $y = ax^2$, чтобы вершина оказалась в точке $(x_0; y_0)$

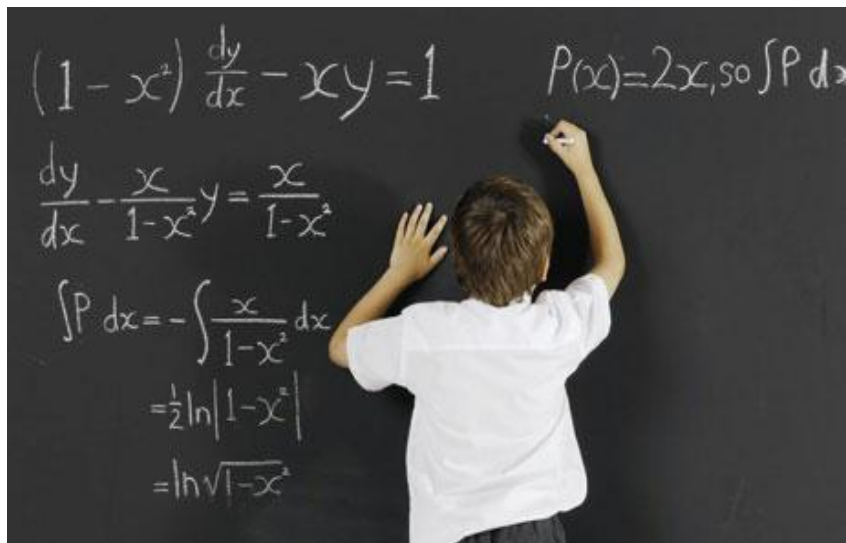


Таким образом:

Графиком квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ является парабола, которая получается из параболы $y = ax^2$ параллельным переносом.

$$\frac{\partial}{\partial \theta} M T(\xi) = \frac{\partial}{\partial \theta} \int_{R_n} T(x) f(x, \theta) dx = \int_{R_n} \frac{\partial}{\partial \theta} T(x) f(x, \theta) dx$$
$$\frac{\partial}{\partial a} \ln f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{(\xi_1 - a)}{\sigma^2} f_{a, \sigma^2}(\xi_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(\xi_1 - a)^2}{2\sigma^2}\right\} \cdot \frac{1}{\sigma^2}$$
$$\int_{R_n} T(x) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} f(x, \theta) dx = M\left(T(\xi) \cdot \frac{\partial}{\partial \theta} \ln L(\xi, \theta)\right)$$



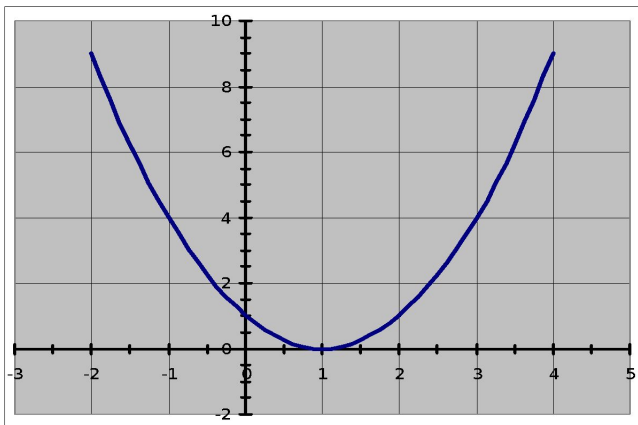


Свойства квадратичной функции

Функция непрерывна

Множество значений при $a > 0$ - $E(f) = [-\frac{D}{4a}; +\infty)$

Множество значений при $a < 0$ - $E(f) = (-\infty; -\frac{D}{4a}]$



- Многие свойства квадратичной функции зависят от значения дискриминанта.

Вспоминаем :



Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$b^2 - 4ac$$

Его обозначают буквой D , т.е. $D = b^2 - 4ac$.

Возможны три случая:



$$\square D > 0$$

$$\square D = 0$$

$$\square D < 0$$

- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,
- если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена (**a**) равен нулю, то графиком функции является не парабола, а прямая; (и соответствующее уравнение надо решать не как квадратное, а как линейное),
- абсцисса вершины параболы равна $-\frac{B}{2A}$



**Свойство
функции при
 $a > 0$**

Дискриминант



$D > 0$

$D = 0$

$D < 0$

**Положительные
значения**

**Отрицательные
значения**

**Промежуток
возрастания**

**Промежуток
убывания**

**Минимальное
значение**

Blank yellow rounded rectangle for the $D > 0$ column, Positive values row.

Blank yellow rounded rectangle for the $D = 0$ column, Positive values row.

Blank yellow rounded rectangle for the $D < 0$ column, Positive values row.

Blank yellow rounded rectangle for the $D > 0$ column, Negative values row.

Blank yellow rounded rectangle for the $D = 0$ and $D < 0$ columns, Negative values row.

Blank yellow rounded rectangle for the $D > 0$ and $D = 0$ columns, Increasing interval row.

Blank yellow rounded rectangle for the $D > 0$ and $D = 0$ columns, Decreasing interval row.

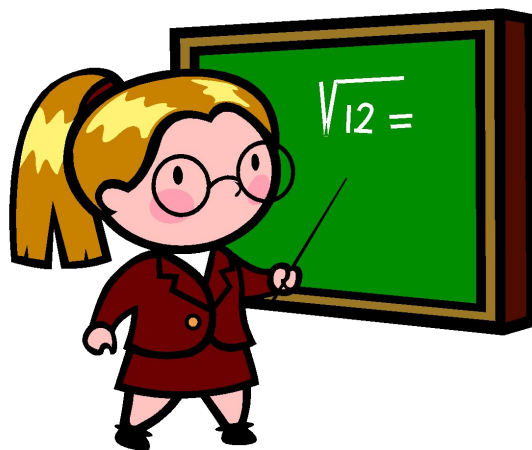
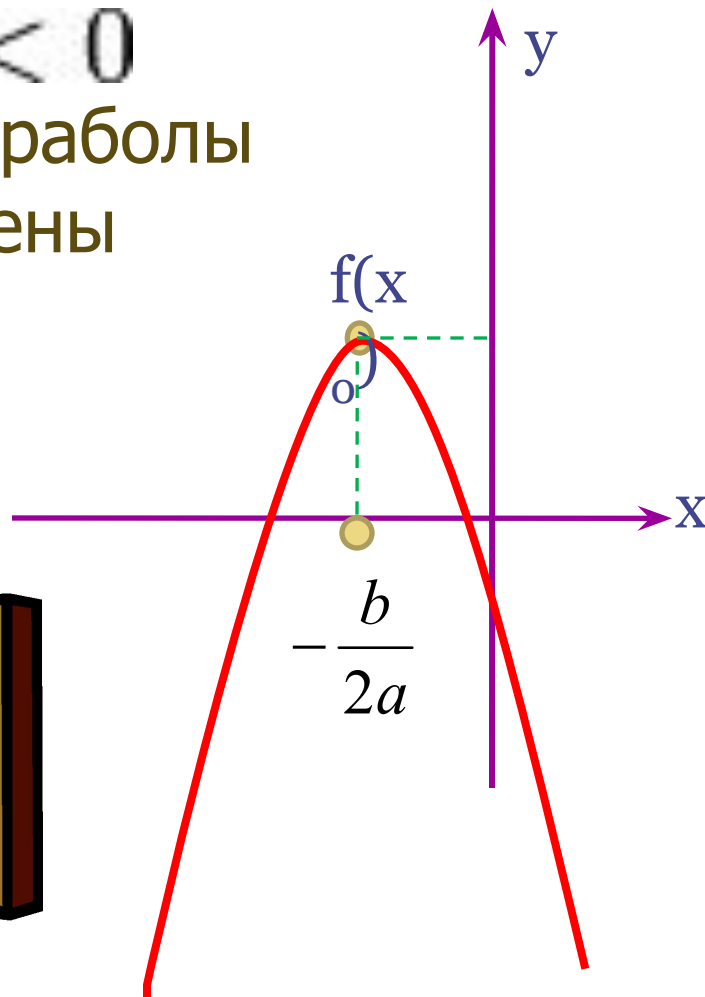
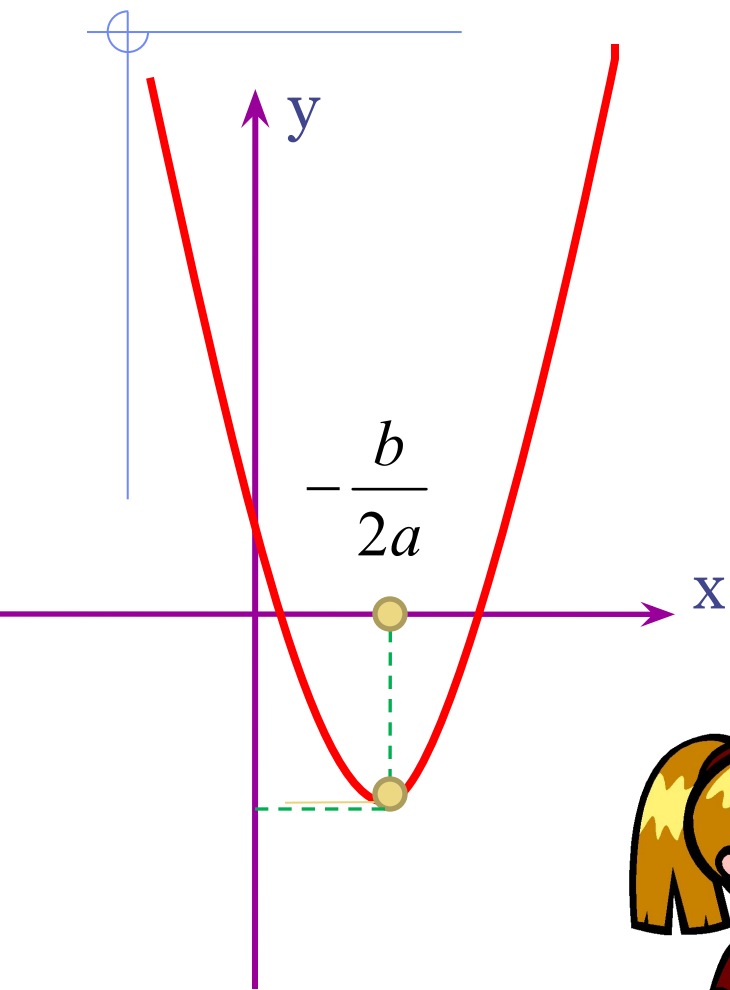
Blank yellow rounded rectangle for the $D > 0$, $D = 0$, and $D < 0$ columns, Minimum value row.



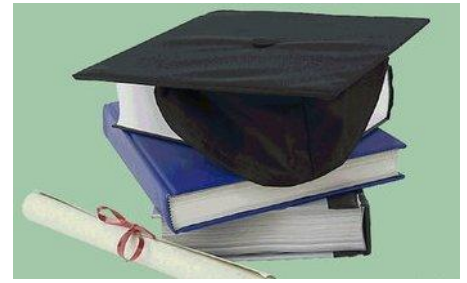
Свойство функции при $a < 0$	Дискриминант		
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Отрицательные значения			
Положительные значения			
Промежуток возрастания			
Промежуток убывания			
Максимальное значение			

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх,

При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз



Назовите те параболы, ветви которых будут направлены вниз



$$f(x) = (x + 2)^2 - 3$$

$$f(x) = -3x^2 + 1$$

$$f(x) = 7x^2 + 2x - 1$$

$$f(x) = -2(x - 3)^2 + 4$$

$$f(x) = 0,5x^2 - 6x + 5$$

$$f(x) = (x + 2)^2 - 3$$

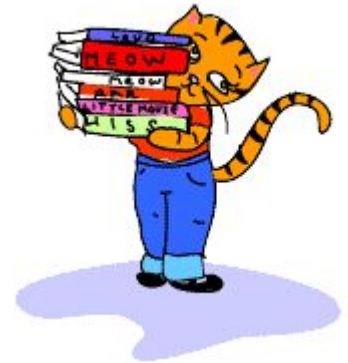
$$f(x) = x^2 + (a + 1)x + 3$$

$$f(x) = 6x^3 - 5x^2 + 7$$

Для закрепления теоретических знаний решим задачу.

Задание: Построить график функции :

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x}$$



Решение :

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x}$$

$$x \neq 0 \quad y = x^2 - 6x + 8$$

$$y = (x^2 - 2 \cdot 3 \cdot x + 9) - 1 = \\ = (x - 3)^2 - 1$$

График функции
можно построить
двумя способами:



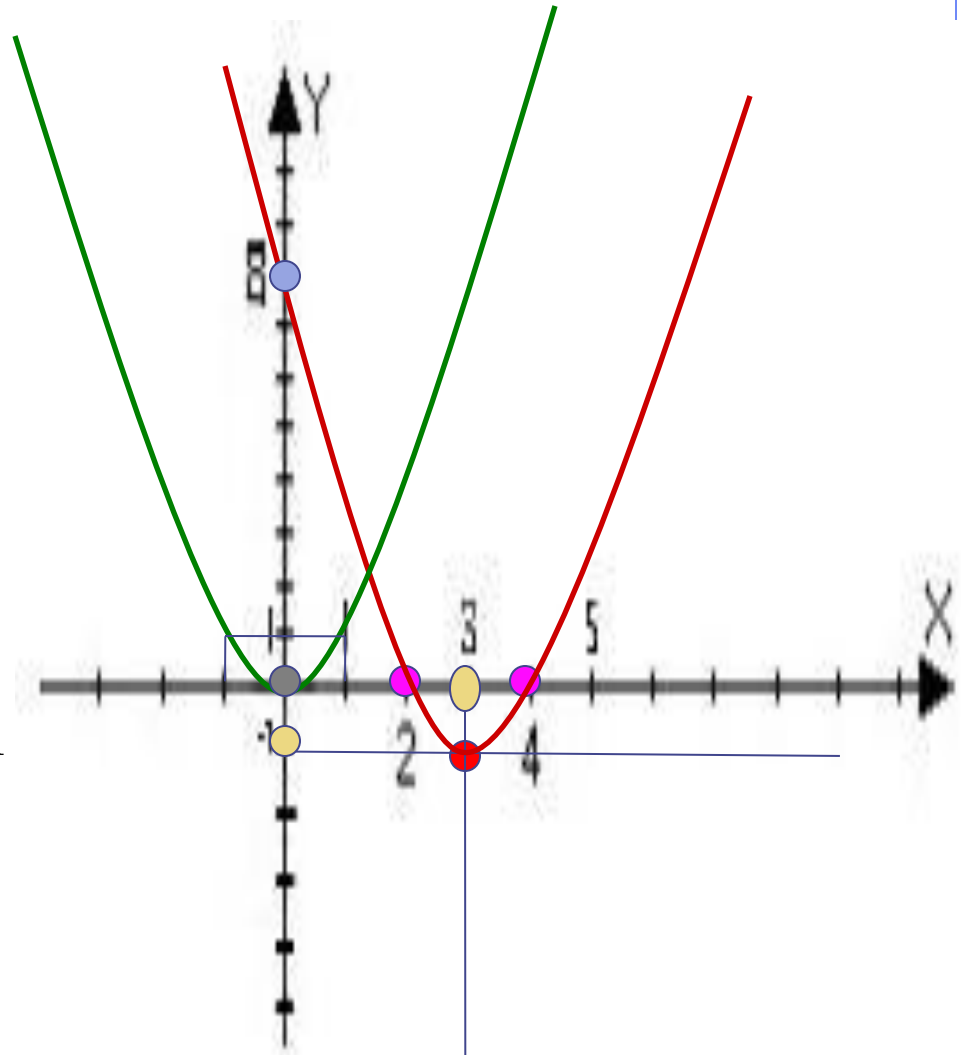
УЧИЦА,
УЧИТЬЦА
И УЧИТСЯ...



Построение графика функции по 1 способу:

Построим график
 $y = x^2$,
затем произведем
параллельный его
перенос на 3 единицы
вправо и на 1 единицу
вниз.

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = 3, \quad y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = -1$$



Построение графика функции по 2 способу:

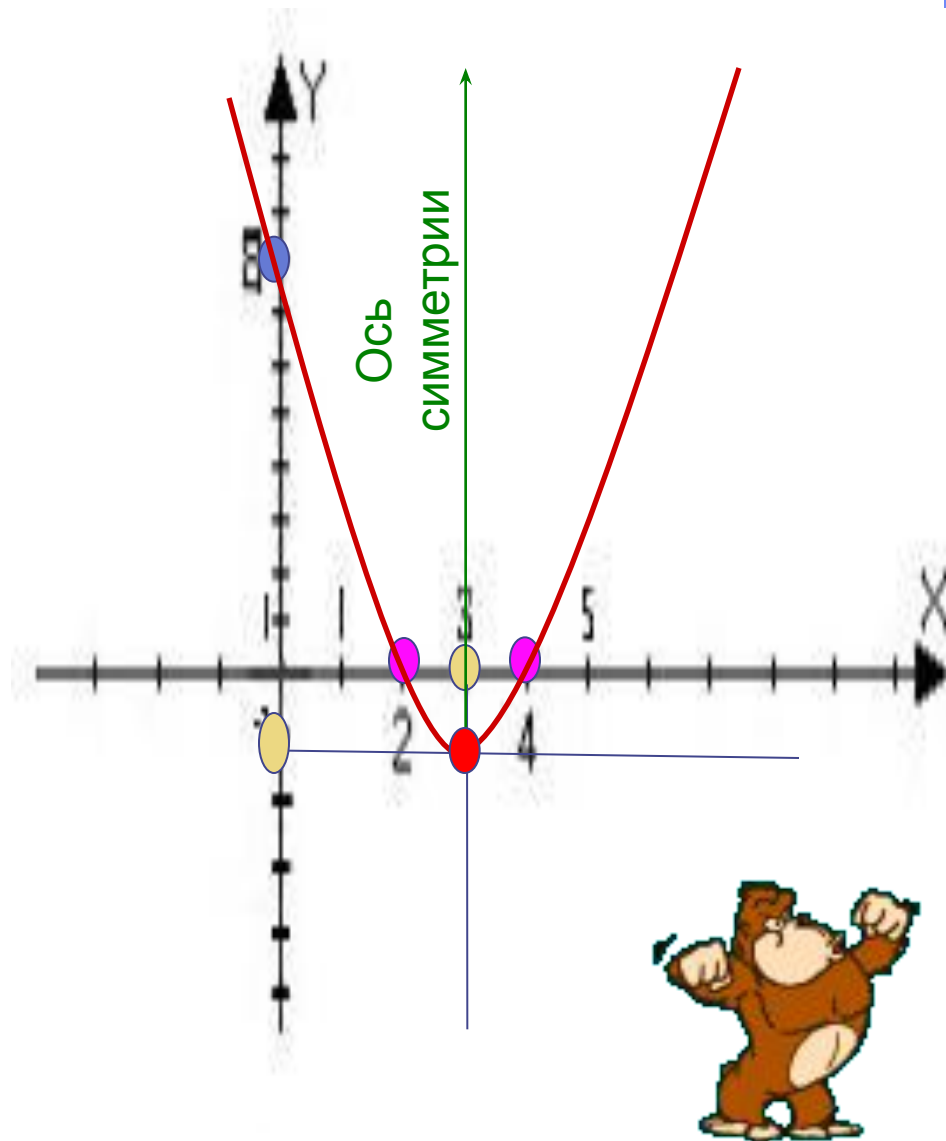
Построим график, используя свойства квадратичной функции $y = x^2 - 6x + 8$:

$(3; -1)$ - вершина параболы (т.к. $x = -(b/2a)$; $y = (4ac - b^2) / 4a$)

Решив квадратное уравнение $x^2 - 6x + 8 = 0$ определяем нули функции $X = 2$ и $X = 4$

$a > 0$ (Ветви параболы направлены вверх)

Точка пересечения с осью ординат $(0; 8)$



Область значений функции –
 $E(f) = [-1; +\infty)$

Функция возрастает в
промежутке $[+3; +\infty)$

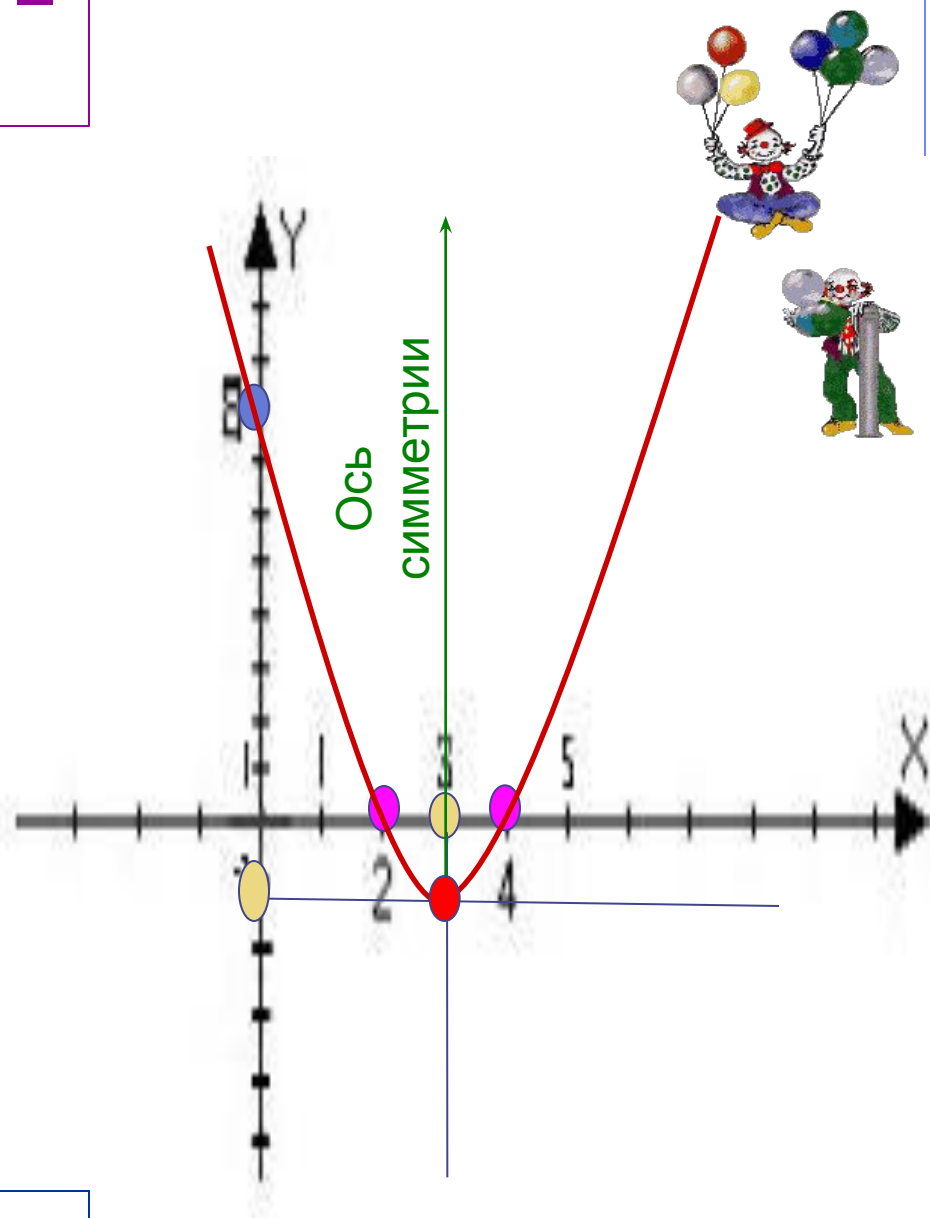
Функция убывает в
промежутке $(-\infty; +3]$

Наименьшее
значение функции
равно -1

Наибольшего
значения функции не
существует

$f(x) > 0$ при $x < 2$,
или $x > 4$

$f(x) < 0$ при $2 < x < 4$



**Спасибо
за
внимание!**

