Квадратичная функция. Её свойства и график.

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛА:

Учитель математики: Богачева Н. В.

МКОУ Русскогвоздевская СОШ

В математике есть
своя красота, как в
живописи и поэзии.
(*Н.Е.*
Жуковский)

Определение квадратичной функции

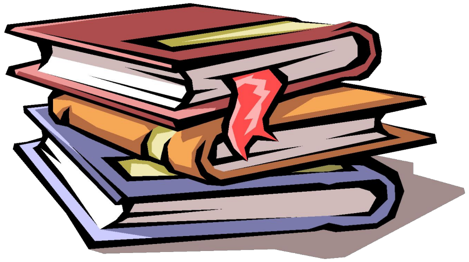
Квадратичной функцией называется функция , которую можно задать формулой вида:

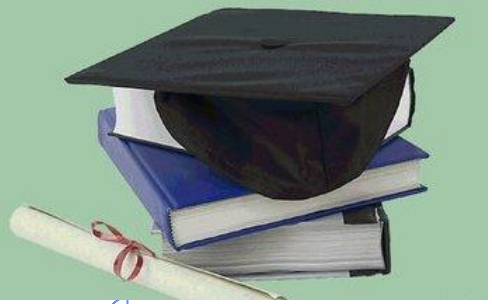
$$y= ax^2 +bx + c$$

где: a,b,c – числа

X – независимая переменная

$$a \neq 0$$





А ТЕПЕРЬ НЕБОЛЬШОЙ ТЕСТ

1. Определить, какие из данных функций являются квадратичными:

$y = 5x^2 + 3x$

$y = x^2 - 1$

$y = 5x + 2$

$y = 6x^3 - 5x^2 + 7$

$y = -(x + 3)^2 + 2$

$y = 6x^4 + 5x^2 + 7$

$y = 7x^2 + 2x - 1$

$y = x^2 - 5x + 6$

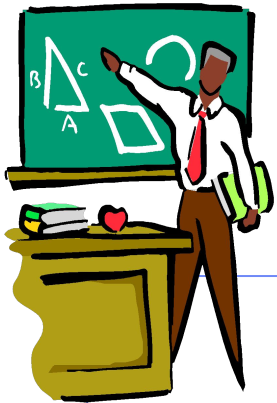
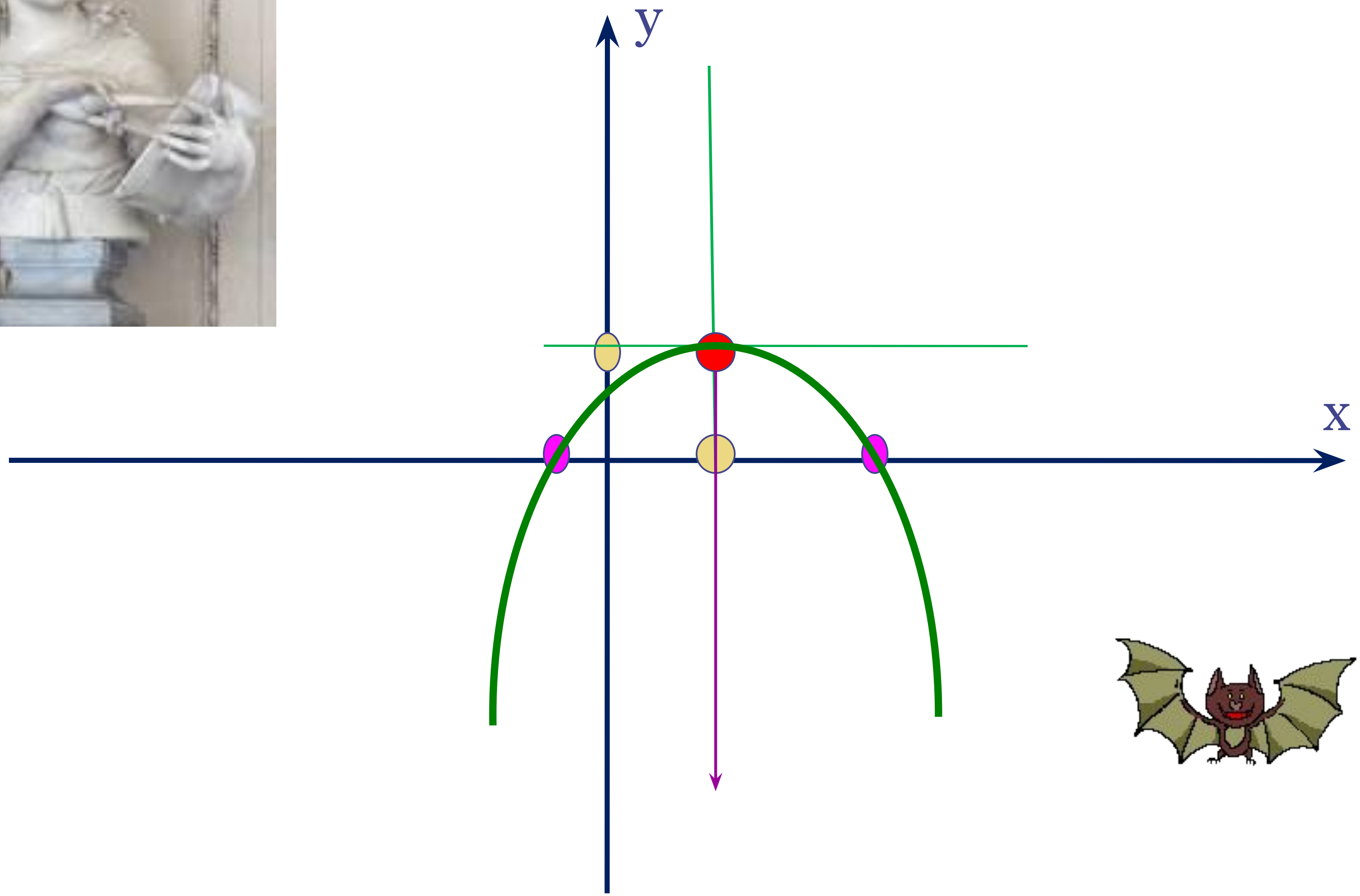


График любой квадратичной функции – парабола.

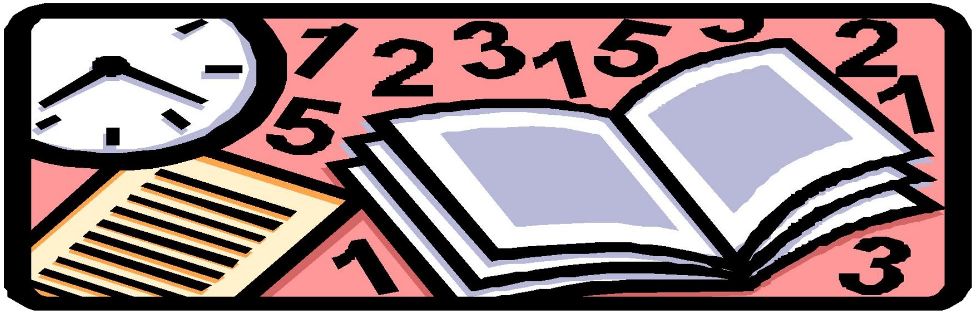
Алгоритм построения параболы $y = ax^2 + bx + c$:

1. Найти координаты вершины параболы, построить на координатной плоскости соответствующую точку, провести ось симметрии.
2. Определить направление ветвей параболы.
3. Найти координаты еще нескольких точек , принадлежащих искомому графику (в частности, координаты точки пересечения параболы с осью ***у*** и нули функции, если они существуют).
4. Отметить на координатной плоскости найденные точки и соединить их плавной линией.

Построение графика функции

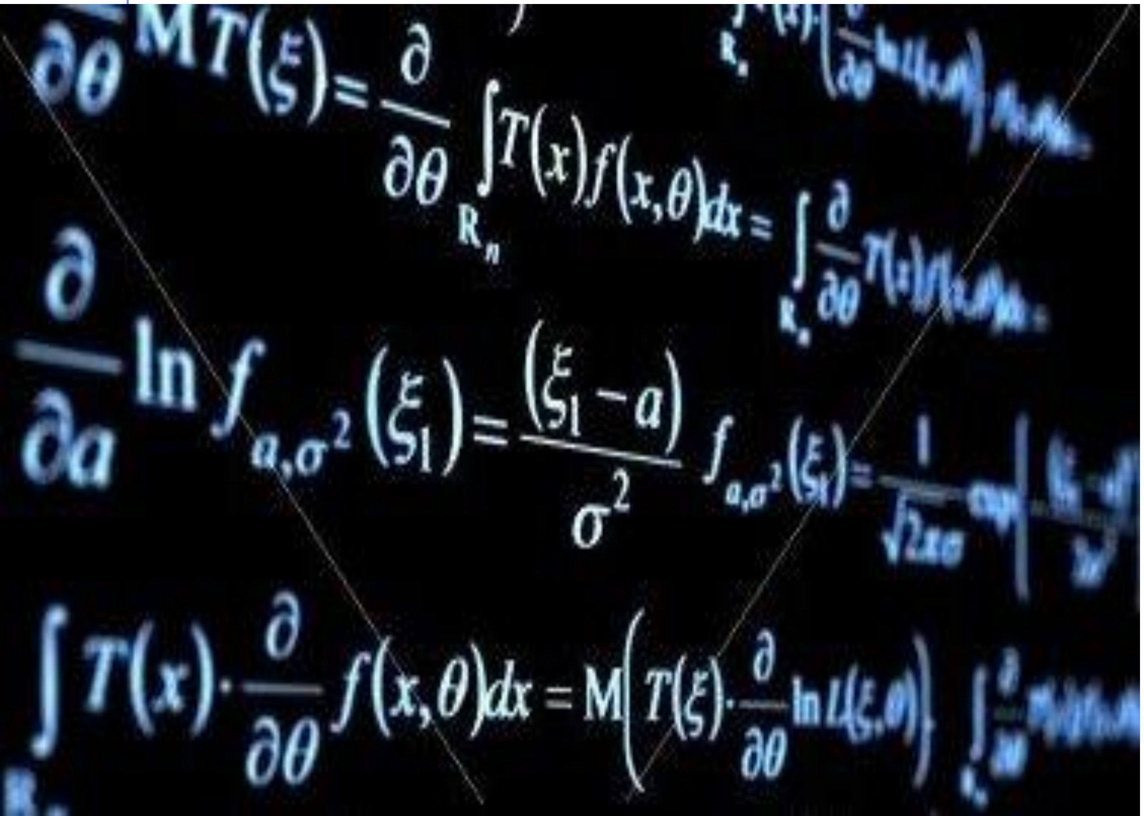


Чтобы построить график функции $y = ax^2 + bx + c$, надо выполнить параллельный перенос параболы $y = ax^2$, чтобы вершина оказалась в точке $(x_0 ; y_0)$



Таким образом:

Графиком квадратичной функции **$y = ax^2 + bx + c$** является парабола, которая получается из параболы **$y = ax^2$** параллельным переносом.

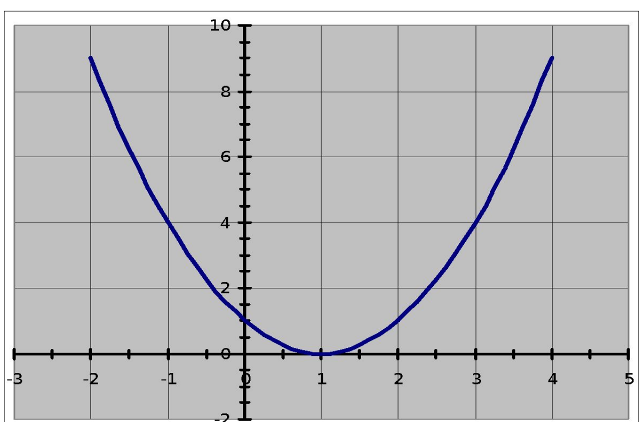


Свойства квадратичной функции

Функция непрерывна

Множество значений при а>0 - $E(f) = [-\frac{D}{4a}; +\infty)$

Множество значений при а<0 - $E(f) = (-\infty; -\frac{D}{4a}]$



- Многие свойства квадратичной функции зависят от значения **дискриминанта**.

Вспоминаем :

Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение

$$b^2 - 4ac$$

Его обозначают буквой D, т.е. $D = b^2 - 4ac$.

Возможны три случая:

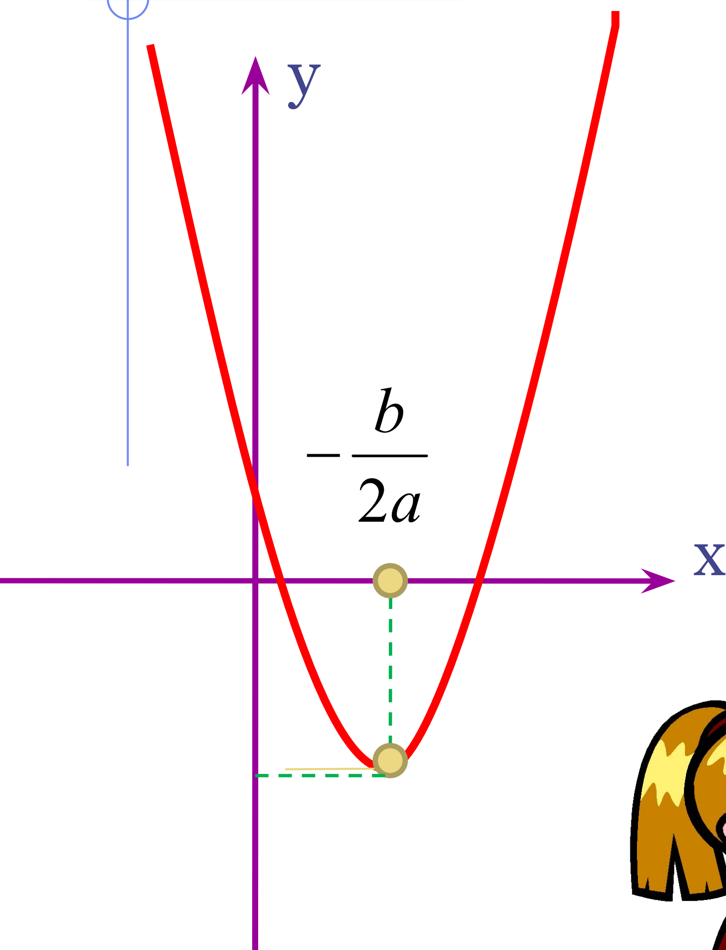
- $D > 0$
- $D = 0$
- $D < 0$

- если дискриминант больше нуля, то парабола пересекает ось абсцисс в двух точках,
- если дискриминант равен нулю, то парабола касается оси абсцисс,
- если дискриминант меньше нуля, то парабола не пересекает ось абсцисс,
- если старший коэффициент квадратного трёхчлена (**а**) равен нулю, то графиком функции является не парабола, а прямая; (и соответствующее уравнение надо решать не как квадратное, а как линейное),
- абсцисса вершины параболы равна $-\frac{B}{2A}$

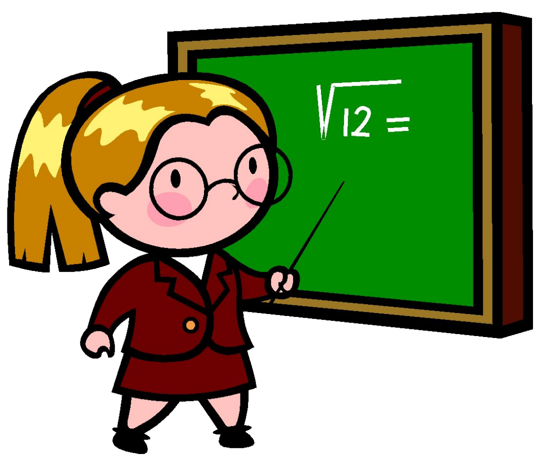
Свойство функции при $a > 0$	Дискриминант		
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Положительные значения			
Отрицательные значения			
Промежуток возрастания			
Промежуток убывания			
Минимальное значение			

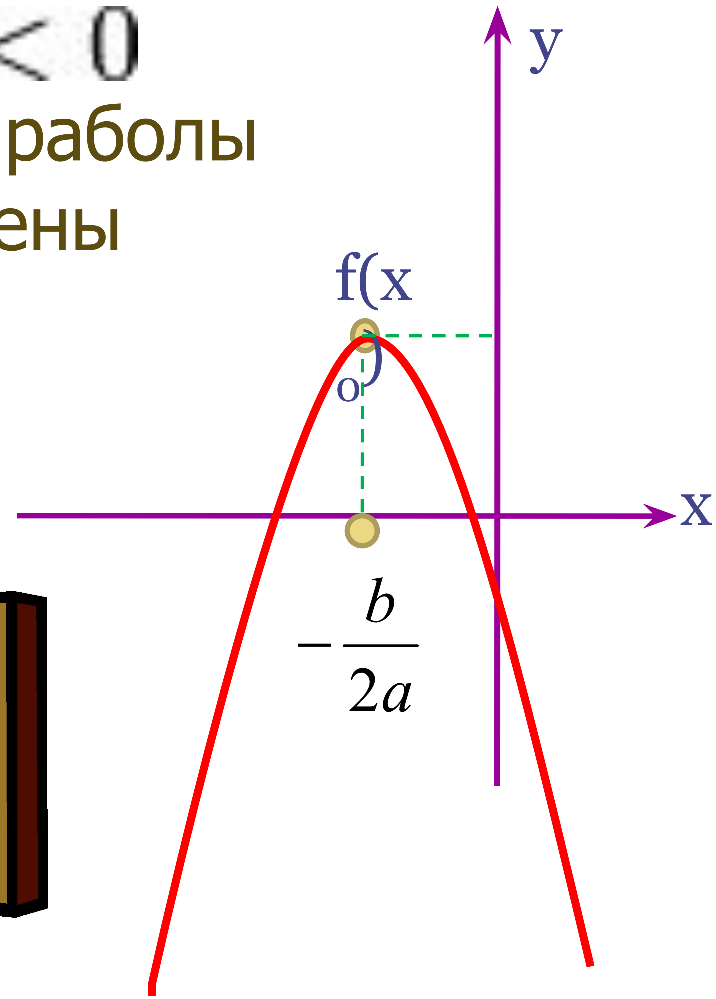
Свойство функции при $a < 0$	Дискриминант		
	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Отрицательные значения			
Положительные значения			
Промежуток возрастания			
Промежуток убывания			
Максимальное значение			

При $a > 0$ ветви параболы направлены вверх,

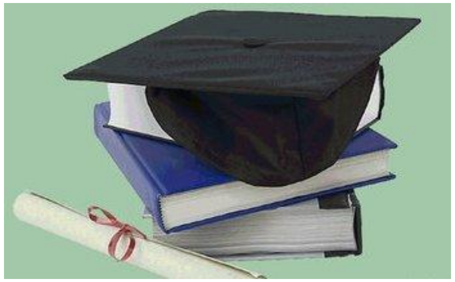


При $a < 0$ ветви параболы направлены вниз





Назовите те параболы, ветви которых будут направлены вниз



$f(x) = (x + 2)^2 - 3$

$f(x) = -3x^2 + 1$

$f(x) = 7x^2 + 2x - 1$

$f(x) = -2(x - 3)^2 + 4$

$f(x) = 0{,}5x^2 - 6x + 5$

$f(x) = (x + 2)^2 - 3$

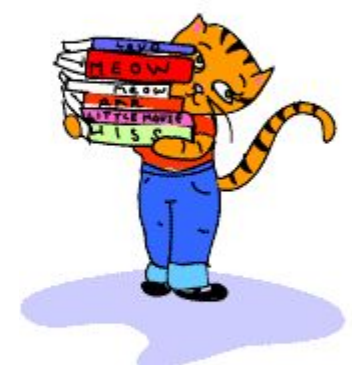
$f(x) = x^2 + (a + 1)x + 3$

$f(x) = 6x^3 - 5x^2 + 7$

Для закрепления теоретических знаний решим задачу.

<u>Задание:</u> Построить график функции :

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x}$$



Решение :

$$y = \frac{x^3 - 6x^2 + 8x}{x}$$

$x \neq 0 \qquad y = X^2 - 6x + 8$

$$y = (x^2 - 2^x 3^x x + 9) - 1 =$$

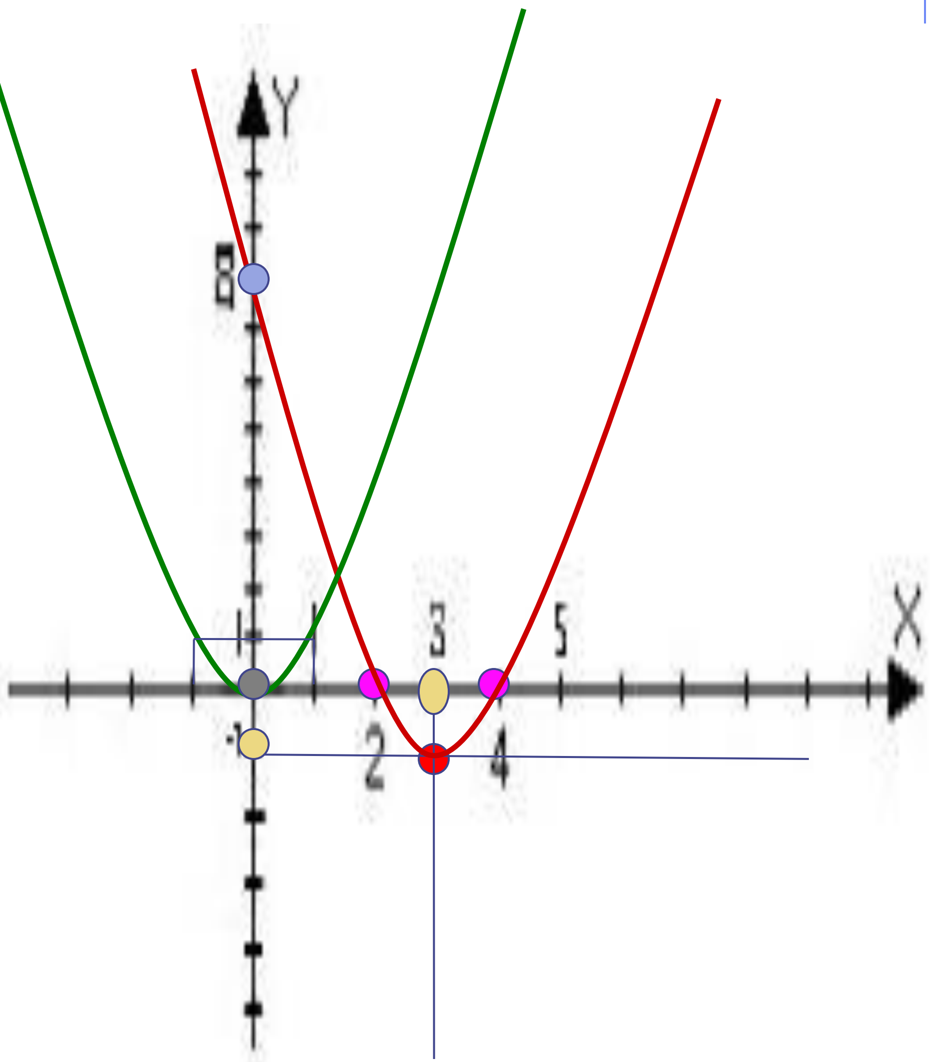
$$= (x - 3)^2 - 1$$

График функции можно построить двумя способами:

Построение графика функции по 1 способу:

Построим график **$y = x^2$**, затем произведем параллельный его перенос на 3 единицы *вправо* и на 1 единицу *вниз.*

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = 3,\ y_0 = \frac{4ac - b^2}{4a} = -1$$



Построение графика функции по 2 способу:

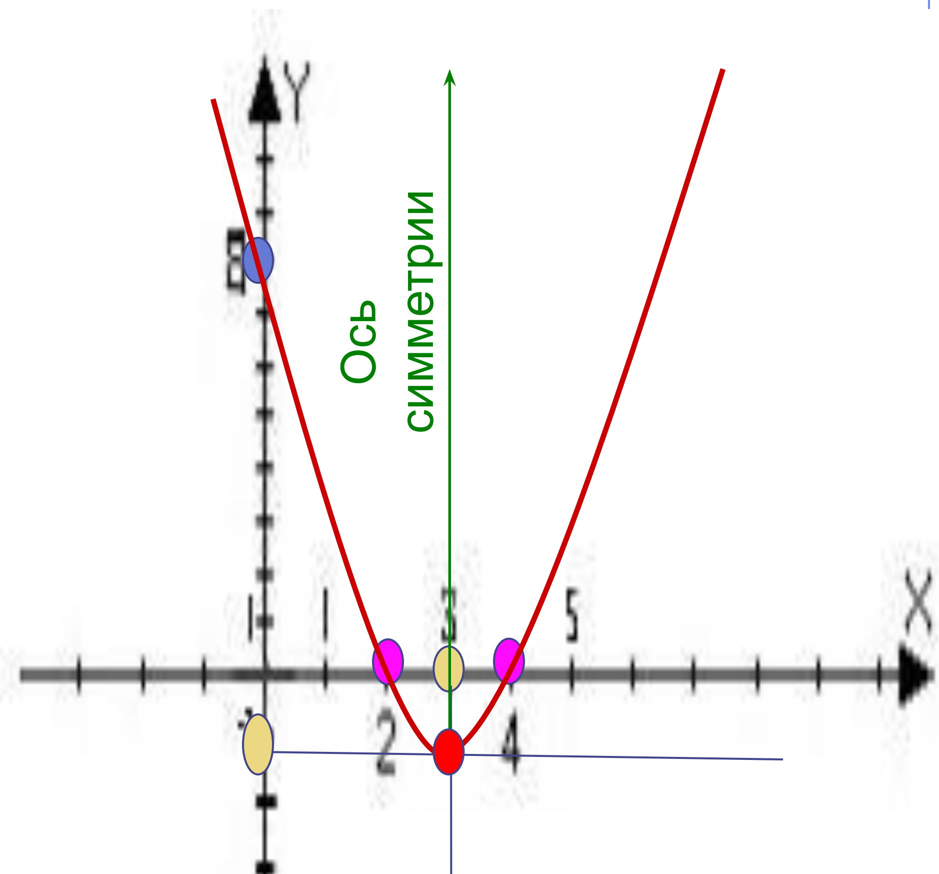
Построим график , используя свойства квадратичной функции $y = x^2 - 6x + 8$:

(3; -1)- вершина параболы (т.к. $x = -(b/2a)$; $y=(4ac - b^2) / 4a$)

Решив квадратное уравнение **$x^2 - 6x + 8 = 0$** определяем **нули функции X = 2 и X = 4**

a > 0 (Ветви параболы направлены вверх)

Точка пересечения с осью ординат (0 ; 8)



Область значений функции –
E (f) = [-1 ; + ∞)

Функция возрастает в промежутке [+3; +∞)

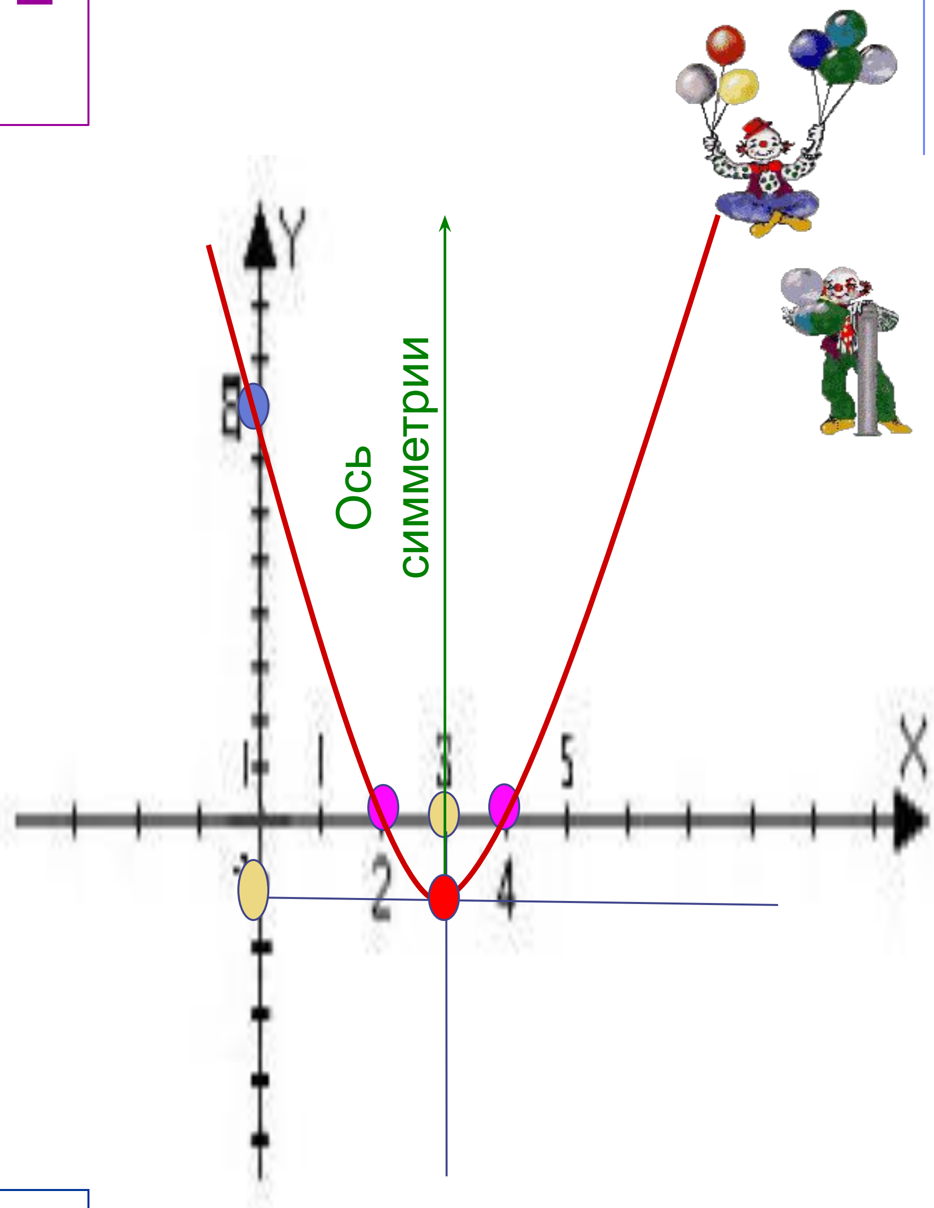
Функция убывает в промежутке (-∞ ;+3]

Наименьшее значение функции равно -1

Наибольшего значения функции не существует

f(x) > 0 при x < 2, или x > 4

f(x) < 0 при 2 < x < 4



Спасибо за внимание!