

Джордж Пойа

*«Умение решать задачи –
практическое искусство,
подобно плаванию
или катанию на коньках,
или игре на
фортепьяно: научиться
этому можно, лишь
подражая избранным
образцам и постоянно
тренируясь».*



(Д. Пойа)

Тема урока

Решение прикладных задач.

Классификация текстовых задач

✓ **Задачи на движение.**

✓ Задачи на смеси и сплавы.

✓ Задачи на проценты.

✓ Задачи на работу.

Этапы решения прикладных задач:

- 1. Построение математической модели.*
- 2. Решение математической задачи.*
- 3. Анализ полученного результата, исходя из содержания прикладной задачи.*

Математическая модель

Числовые и буквенные выражения.

Формулы.

Уравнения.

Неравенства.

Функции и графики.

Что это?

(из лат. **Таблица** - таблица) - способ структурирования данных. Представляет собой распределение данных по однотипным строкам и столбцам.

Ещё одна модель с помощью которой можно удобно и наглядно представить информацию данную в условии задачи.

Таблицы

Цель урока:

научиться использовать таблицы для
решения задач алгебраическим
способом.

Основные принципы работы с таблицей

1. Таблица должна быть «живой», действенной моделью, создаваться самим человеком.
2. Принцип единообразия. Величины, занесенные в первый и третий столбики таблицы, должны находиться в прямопропорциональной зависимости.
3. Таблица должна помогать анализу данных, не обременять решение.

Использование таблиц для решения текстовых задач по математике

Первый столбец	Второй столбец	Третий столбец
<i>Задачи на движение</i>		
Скорость v $v = S / t$	Время t $t = S / v$	Расстояние S $S = v \cdot t$
<i>Задачи на работу</i>		
Скорость работы P $P = A / t$	Время работы t $t = A / P$	Общая работа A $A = P \cdot t$
<i>Задачи на проценты</i>		
Было	Изменение	Стало
<i>Задачи на растворы и сплавы</i>		
Первое вещество	Второе вещество	Вес

Задачи на «движение»

Действие движения характеризуется тремя компонентами: пройденный путь, скорость и время.

Известно соотношение между ними:

$$\text{Путь} = \text{скорость} \cdot \text{время}$$

Задачи «на работу»

Работу характеризуют три компонента действия:

- Время работы,
- Объем работы,
- Производительность

(количество произведенной работы в единицу времени).

Существует следующее соотношение между этими компонентами:

$$\text{Объем работы} = \text{время работы} \cdot \text{производительность.}$$

Задачи на «концентрацию», на «смеси и сплав»

В задачах этого типа обычно присутствуют три величины, соотношение между которыми позволяет составлять уравнение:

- Концентрация (доля чистого вещества в смеси);
- Количество чистого вещества в смеси (или сплаве);
- Масса смеси (сплава).

Соотношение между этими величинами следующее:

$$\text{Масса смеси} \cdot \text{концентрация} = \text{количество чистого вещества}$$

Задачи на проценты

Решение задач на проценты сводится к основным трем действиям с процентами:

- нахождение процентов от числа;
- нахождение числа по его процентам;
- нахождение процентного отношения чисел.

Что необходимо делать? *(при решении задач на работу)*

□ Задачу прочти

□ Немного помолчи

□ Про себя повтори

□ Ещё раз прочти

□ Нет объёма работы, за 1 прими

Объём выполненной работы выражают как часть этой единицы!

□ Данные в таблицу занеси

□ Уравнение запиши

□ Уравнение реши

При совместной работе производительности складываются и приравниваются к общей!

Задачи на смеси и сплавы

Удобно решать с использованием следующих вспомогательных средств: каждая отдельная смесь (или сплав), фигурирующая в задаче, представляется в таблице, в которой записывается информация о составе данной смеси.

	Количество раствора (сплава)	Процентная концентрация	Количество вещества в растворе (сплаве)
1 раствор (сплав)	m_1	c_1	$\frac{m_1 c_1}{100}$
2 раствор (сплав)	m_2	c_2	$\frac{m_2 c_2}{100}$
Полученный раствор (сплав)	$m_1 + m_2$	c_3	$\frac{m_1 c_1}{100} + \frac{m_2 c_2}{100}$ $\frac{(m_1 + m_2) \cdot c_3}{100}$

Задачи для самостоятельной работы

(Заполните таблицы и составьте уравнения)

Задача 1. *Задача на работу.*

Николай рассчитал, что он сможет хорошо подготовиться к экзамену, если будет до экзамена решать по 12 задач в день. Однако ежедневно он перевыполнял свою норму на 8 задач и уже за 5 дней до экзамена решил на 20 задач больше, чем планировал первоначально. Сколько задач решил Николай?

Задача 2. *Задача на совместную работу.*

На двух копировальных машинах, работающих одновременно, можно сделать копию пакета документов за 10 мин. За какое время можно выполнить эту работу на каждой машине в отдельности, если известно, что на первой машине её можно сделать на 15 мин быстрее, чем на второй?

Задача 2. *Задача на концентрацию.*

Сколько граммов воды надо добавить к 80 г раствора, содержащего 15% соли, чтобы получить 12%-ный раствор?

Задача 4. *Задача на движение.*

Два мотоциклиста выехали одновременно из городов А и В навстречу друг другу. Через час они встретились и, не останавливаясь, продолжили двигаться. Один из них прибыл в город А на 35 мин раньше, чем второй – в город В. Найдите скорость каждого мотоциклиста, если расстояние между городами составляет 140 км.

Решение задачи 1. *Задача на работу.*

Вводим неизвестную: пусть x – количество всех задач, которые он планировал решить.



	Число задач, решенных за 1 день (з/д)	Время (д.)	Всего задач
Планировал	12	$\frac{x}{12}$	x
Решил	20	$\frac{x+20}{20}$	$x+20$



т.к. Николай, решая за 1 день на 8 задач больше, чем планировал, решил за 5 дней до экзамена на 20 задач больше задуманного, то

$$\frac{x}{12} = \frac{x+20}{20} + 5$$

Ответ: 100 задач.

Решение задачи 2. *Задача на совместную задачу.*

Пусть x мин – время, за которое можно выполнить эту работу на I машине, y мин - на II машине.

Заполним таблицу и составим систему уравнений.

	Скорость работы копировальной машины	Время	Вся работа
I	$\frac{1}{x}$	x	1
II	$\frac{1}{y}$	y	1
Вместе	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$	10	1

$$\begin{cases} y - x = 15 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{10} \end{cases}$$

Ответ: 15 и 30 минут.

Решение задачи 3. *Задача на концентрацию*

Пусть x – количество воды, которую нужно долить.

	Концентрация соли в растворе (выраженная в дробях)	Масса раствора (г)	Масса соли в растворе (г)
Было	0,15	80	$0,15 \cdot 80$
Стало	0,12	$80 + x$	$0,12 \cdot (80 + x)$

т.к. масса соли в растворе остается постоянной, то

$$0,15 \cdot 80 = 0,12(80 + x)$$

Ответ: 20 грамм.

Решение задачи 4 . *Задача на движение.*

Пусть x – скорость первого мотоциклиста, y – скорость второго мотоциклиста.

	Скорость (км/ч)	Время(ч)	Путь(км)
Вместе	$x + y$	1	140
I	x	$\frac{140}{x}$	140
II	y	$\frac{140}{y}$	140

Т.к. один из них прибыл на 35 мин раньше ($35 \text{ мин} = \frac{35}{60} \text{ ч} = \frac{7}{12} \text{ ч}$), то составим первое уравнение системы:

$$\begin{cases} \frac{140}{x} - \frac{140}{y} = \frac{7}{12} \\ x + y = 140 \end{cases}$$

Ответ: 60 и 80 км/ч.

Задачи «на бассейн»

Задача 1.

Первая труба пропускает на 4 литра воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров в минуту пропускает первая труба, если бассейн объёмом 480 литров она заполняет на 20 минуты дольше, чем вторая труба?

Задача 2

Первая труба и вторая, работая вместе, наполняют бассейн за 36 часов, первая и третья – за 30 часов, вторая и третья – за 20 часов. За сколько часов наполнят бассейн три трубы, работая вместе?

Решение задачи 1

Пусть x литров воды за 1 минуту пропускает первая труба.
Тогда...

	A	p	t
1-я труба	480	x	$480/x$
2-я труба	480	$x+4$	$480/x+4$

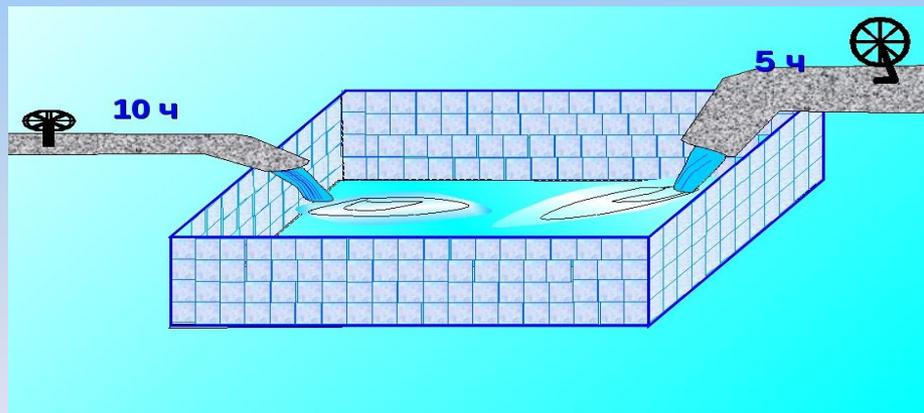
$$480/x - 480/(x + 4) = 20$$

$$x^2 + 4x - 96 = 0$$

$$D = 16 + 4 * 96 = 400$$

$$x = 8$$

Ответ: 8



Решение задачи 2 «на бассейн»

	A	N	t
1 т	1	$\frac{1}{x}$	x
2 т	1	$\frac{1}{y}$	y
3 т	1	$\frac{1}{z}$	z
Вместе 1 и 2	1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$	36
Вместе 1 и 3	1	$\frac{1}{x} + \frac{1}{z}$	30
Вместе 2 и 3	1	$\frac{1}{y} + \frac{1}{z}$	20

Пусть за x часов наполнит весь бассейн, «работая» только первая труба, за y часов – вторая труба, за z часов – третья труба. Тогда...

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{36} \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{30} \\ \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = \frac{1}{20} \end{array} \right.$$

Ответ: 18 часов.

Рефлексия

1. Перечислите типы задач, которые мы рассмотрели на уроке.
2. Назовите этапы решения задач.
3. Какие математические модели используют при решении задач?
4. Какова была цель урока?
5. Сколько задач из 6 предложенных, удалось решить самостоятельно?

Домашнее задание

- 1) N из учебника 486, 493, 497.
- 2) Подготовить решения 2 задач из тестов ОГЭ по данной теме.

Типы задач, предлагаемых на экзаменах

1. Задачи на движение:
 - Задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку);
 - Задачи на движение по замкнутой трассе;
 - Задачи на движение по воде;
 - Задачи на среднюю скорость;
 - Задачи на движение протяженных тел;
2. Задачи на производительность;
3. Задачи на арифметическую и геометрическую прогрессии;
4. Задачи на концентрацию, смеси и сплавы;
5. Задачи на проценты, части и доли;
6. Задачи на бассейны и трубы.

A dense field of daisies with white, yellow, and blue petals on a light background. The daisies are arranged in a pattern that fills the entire frame. The colors of the petals are white, yellow, and light blue. The centers of the daisies are yellow. The background is a light, neutral color.

Всем спасибо

!