Понятие логарифма. Логарифм и его свойства.

Материалы к уроку алгебры
и началам анализа для 10 класса
подготовила учитель математики
Горшукова Елена Николаевна

Определение логарифма

Логарифмом числа в>0 по основанию а>0 и а # 1 называется показатель степени, в которую нужно возвести число а, чтобы получить число в.

$\log_a в$ - логарифм с произвольным основанием.

Основное логарифмическое тождество

$$a^{\log_a в} = в$$

Свойства логарифмов

Логарифм произведения положительных чисел равен **сумме логарифмов сомножителей:**

$$\log_a(x_1 * x_2) = \log_a x_1 + \log_a x_2$$

Свойства логарифмов

Логарифм частного положительных чисел равен **разности логарифмов делимого и делителя:**

$$\log_a \frac{x_1}{x_2} = \log_a x_1 - \log_a x_2$$

Свойства логарифмов

Логарифм степени положительного основания равен **произведению показателя степени на логарифм основания степени:**

$$\log_a x^n = n * \log_a x$$

Свойства монотонности логарифмов

Если а>1 и $x_1 < x_2,$

$$mo \log_a x_1 < \log_a x_2$$

Свойства монотонности логарифмов

Если 0 < а <1 и $x_1 < x_2,$

$$mo\log_a x_1 > \log_a x_2$$

Формула перехода от логарифмов по одному основанию к логарифмам по другому основанию

$$\log_a c = \frac{\log_b c}{\log_b a}$$

Формула перехода от логарифмов по одному основанию к логарифмам по другому основанию

$$\log_a в = \frac{1}{\log_в a}$$

Десятичные логарифмы

Если основание логарифма равно 10, то логарифм называется десятичным:

$$\log_{10} в = \lg в$$

Десятичные логарифмы

чисел, выраженных единицей с **последующими** нулями:

$$\lg 10 = 1 \qquad 10^1 = 10$$

$$\lg 100 = 2 \qquad 10^2 = 100$$

$$\lg 1000 = 3 \qquad 10^3 = 1000$$

$$\lg 10000 = 4 \qquad 10^4 = 10000$$

Десятичные логарифмы

чисел, выраженных единицей с **предшествующими** нулями

$$\lg 0,1 = -1 \qquad 10^{-1} = 0,1$$

$$\lg 0,01 = -2 \qquad 10^{-2} = 0,01$$

$$\lg 0,001 = -3 \qquad 10^{-3} = 0,001$$

$$\lg 0,0001 = -4 \qquad 10^{-4} = 0,0001$$

Таблица десятичных логарифмов

в	2	3	4	5	6	7	8	9
Lg в	0,30	0,48	0,60	0,70	0,78	0,85	0,90	0,95

Натуральные логарифмы

Если основание логарифма е $\approx$2,7, то логарифм называется натуральным:

$$\log_e в = \log_{2,7} в = \ln в$$

Натуральные логарифмы

$$\ln 2,7 = 1$$

$$\ln 7,29 = 2$$

$$\ln 19,683 = 3$$

$$\ln 53,1441 = 4$$

$$2,7^1 = 2,7$$

$$2,7^2 = 7,29$$

$$2,7^3 = 19,683$$

$$2,7^4 = 53,1441$$

Таблица натуральных логарифмов

в	2	3	4	5	6	7	8	9	10	100	1000
Ln в	0,69	1,10	1,39	1,61	1,79	1,95	2,08	2,20	2,30	4,61	6,91

Логарифмирование алгебраических выражений

Если число х представлено алгебраическим выражением, то логарифм любого выражения можно выразить через логарифмы составляющих его чисел.

(на основании свойств логарифмов)

Прологарифмировать алгебраическое выражение:

Пример: $$x = \frac{a * в^{3}}{c^{2}}$$

$$\lg x = \lg\left(\frac{a * в^{3}}{c^{2}}\right)$$

$$\lg x = \lg(a * в^{3}) - \lg c^{2}$$

$$\lg x = \lg a + \lg в^{3} - \lg c^{2}$$

$$\lg x = \lg a + 3\lg в - 2\lg c$$

Потенцирование логарифмических выражений

Переход от логарифмического выражения к алгебраическому называется потенцированием, то есть, произвести действие, обратное логарифмированию

Перейти к алгебраическому выражению

$$\lg x = \lg a + 2\lg \quad - \lg$$

$$\lg x = \lg ac + \lg \quad ^2 - \lg$$

$$\lg x = \lg(ac* \quad ^2) - \lg$$

$$\lg x = \lg\left(\frac{a * \quad ^2}{c}\right)$$

$$x = \frac{a * \quad ^2}{c}$$